

**MAGDA MELO BORGES MARTINS**

**ROSÂNGELA BORGES PEREIRA**

# **Material instrucional**

## **A CIÊNCIA DAS BOLHAS DE SABÃO**

**MNPEF** Mestrado Nacional  
Profissional em  
Ensino de Física

 **SBF**  
SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA

  
**UFMT**

## FICHA CATALOGRÁFICA

Melo Borges Martins, Magda.

A ciência das bolhas de sabão / Magda Melo Borges Martins, Rosângela Borges Pereira, Barra do Garças-MT, UFMT, 2016.

PDF 3153Kb (44p.): il. (produto educacional)

Arquivo eletrônico

Modo de acesso:

<https://www.ufmt.br/curso/mnpef/pagina/produtos-educacionais/8581>

ISBN: 978-65-00-66983-1

Inclui bibliografia.

1. Ensino de Física. 2. Filmes de Sabão. 3. Bolhas de Sabão I. Pereira, Rosângela Borges. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada pela autora.

**Permitida a reprodução total ou parcial, desde que citada a fonte.**

# **A Ciência das Bolhas de Sabão**

MAGDA MELO BORGES MARTINS

Produto educacional da dissertação de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, intitulada *A Ciência das bolhas de sabão no ensino médio: uma abordagem multidisciplinar*, sob orientação da Profa. Dra. Rosângela Borges Pereira, junto ao Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal do Mato Grosso

Barra do Garças, novembro de 2016

*Bolha de sabão.  
Borboleta distraída...  
Colisão no ar!*

Fanny Dupré

### *Bolhas*

*Olha a bolha d'água  
no galho!  
Olha o orvalho!*

*Olha a bolha de vinho  
na rolha  
olha a bolha!*

*Olha a bolha na mão  
que trabalha!*

*Olha a bolha de sabão  
na ponta da palha:  
brilha, espelha.  
Olha a bolha!*

*Olha a bolha  
que molha  
a mão do menino:*

*a bolha da chuva na calha!*

**Cecília Meireles**

## ÍNDICE

Considerações iniciais

Sobre a experimentação durante as aulas

Lista de experimentos

- |   |    |
|---|----|
| 1 – Como se formam as bolhas de sabão?                | 09 |
| 2 – Por que as bolhas de sabão são coloridas?         | 18 |
| 3 – A energia armazenada nos filmes de sabão          | 26 |
| 4 - Porque as bolhas de sabão são esféricas?          | 31 |
| 5. Aplicações das teorias de filmes e bolhas de sabão | 38 |

Bibliografia 44

## **Considerações iniciais**

O presente texto tem como objetivo tratar formalmente algumas questões relacionadas à bolhas e filmes de sabão.

Embora as bolhas de sabão encantem o ser humano há séculos, por sua fragilidade e beleza, sua compreensão envolve diversas áreas do conhecimento como a física, química, biologia e matemática o que torna um desafio seu tratamento formal em sala de aula.

Neste texto elaborado para professores e alunos do ensino médio são tratados diversos conceitos que explicam várias das extraordinárias características que apresentam as bolhas de sabão e a importância das teorias que as explicam em outras áreas do conhecimento.

São apresentados 24 experimentos que complementam as explicações teóricas e que podem ser demonstradas pelo professor em sala de aula ou executados em pequenos grupos pelos estudantes.

Ao final são apresentadas as bibliografias consultadas para a elaboração deste texto.

## LISTA DE EXPERIMENTOS

Experimento 1 – Verificando a existência da tensão superficial .....	11
Experimento 2 – O papel do detergente 1 .....	12
Experimento 3 – O papel do detergente 2 .....	14
Experimento 4 – Confecção de um filme fino .....	15
Experimento 5 – Confecção de bolhas .....	16
Experimento 6 – Confecção de bolhas duradouras .....	17
Experimento 7 – Demonstração de sucessivas reflexões .....	19
Experimento 8 – Demonstração de refração.....	20
Experimento 9 – Análise do padrão de cores de filmes finos – Parte 1 .....	21
Experimento 10 – Análise do padrão de cores de filmes finos – Parte 2 .....	21
Experimento 11– Filme sob luz monocromática.....	25
Experimento 12– Desmoronamento de um filme de sabão.....	25
Experimento 13 – A energia armazenada em filmes de sabão - 1.....	27
Experimento 14 – A energia armazenada em filmes de sabão - 2.....	28
Experimento 15 – A minimização da área em um filme - 1.....	29
Experimento 16 – A minimização da área em um filme - 2.....	30
Experimento 17 – Criação de bolhas com diferentes moldes .....	32
Experimento 18 – Criação de filme com armação cúbica .....	35
Experimento 19 – Criação de filme com armação tetraédrica .....	36
Experimento 20 – Criação de filme com armação helicoidal .....	36
Experimento 21 – Criação de filme em forma de catenóide .....	37
Experimento 22 – Problema de Steiner - 1 .....	42
Experimento 23 – Problema de Steiner - 2 .....	43
Experimento 24 – Problema de Steiner - 3.....	43

## **Sobre a experimentação durante as aulas**

Esse texto conta com 24 sugestões de experimentos. Todos eles tem em comum algumas características para incentivar que os professores os executem em sala de aula e que os alunos os reproduzam em suas casas. Destacamos:

- Não são dispendiosos,
- São realizados com materiais de fácil acesso,
- São relativamente simples de executar,
- Não exigem muito tempo de preparação,
- Não demandam muito tempo em sala de aula,
- Não necessitam de laboratório, podendo ser executados durante as aulas teóricas.

Em linhas gerais, os principais materiais utilizados em todos os experimentos são:

- Água,
- Detergente líquido,
- Glicerina ou glucose (opcional),
- Vasilhames de plástico ou vidro,
- Arames para confeccionar as diversas armações.

embora outros materiais sejam necessários, a maioria deles de uso corriqueiro em nossas casas como jarros de vidro, agulhas, talcos, grampos para cabelo.

Os experimentos são bastante delicados e em alguns deles é necessário um certo número de repetição até que se obtenha o resultado desejado. Uma sugestão para o professor é que realize filmagens dos experimentos caso não consiga executá-los a contento em sala de aula.

*1. Como se formam as bolhas de sabão?*

## Tensão superficial

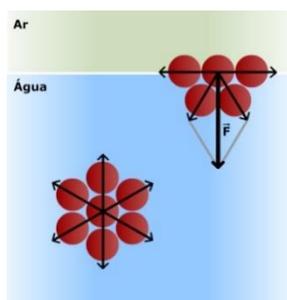
Como ponto de partida rumo à nossa viagem para entendermos a ciência por traz da bolha de sabão, começaremos tratando de um conceito muito importante, fundamental para que se formem as bolhas de sabão: **a tensão superficial**.

Começemos analisando um recipiente com água.

Esse recipiente pode ser uma saladeira ou uma travessa para assados que, provavelmente, existe em sua cozinha.

Sabemos que a água ocupa um determinado volume do recipiente. É necessário estabelecer uma separação no sistema: 1) o interior e a 2) superfície do líquido e entender como as moléculas de água se comportam em cada um dos casos.

Vejamos os esquemas abaixo. Os pontos pretos representam as moléculas da água. Algumas das moléculas estão no interior do líquido e algumas na superfície. A figura 1.1. mostra as forças (setas) que atuam nas moléculas que estão dentro do líquido e naquelas que estão na superfície.



**Figura 1.1. Representação de moléculas em um líquido. Fonte:**

<http://www.if.ufrgs.br/fis01038/biofisica/agua/agua.htm>

Como explicar este comportamento diferente na superfície e no interior do líquido?

Começemos por descrever as moléculas de água.

Como sabemos a molécula de água é formada por 1 (um) átomo de

hidrogênio e 2 (dois) de oxigênio em uma ligação covalente. O átomo de oxigênio possui seis elétrons na camada de valência, portanto são necessários mais dois elétrons para que ele atinja estabilidade eletrônica. O átomo de hidrogênio possui apenas um elétron, sendo necessário para sua estabilidade mais um elétron (camada K = dois elétrons). Portanto, na molécula de água há o compartilhamento de um par de elétrons entre cada átomo de hidrogênio com o átomo de oxigênio.

A molécula de água é polar. O átomo de oxigênio é mais eletronegativo que o de hidrogênio; isso significa que o núcleo do oxigênio atrai os elétrons envolvidos na ligação mais fortemente que o núcleo do hidrogênio. Assim o oxigênio fica mais negativo (com os elétrons mais próximos) e o hidrogênio mais positivo (com os elétrons mais afastados). Como água é um composto polar, o pólo positivo de uma molécula atrai o pólo negativo de outra, o que resulta em uma atração eletrostática. Essa atração é chamada ligação de hidrogênio (ou ponte de hidrogênio), e ocorre entre átomos de hidrogênio com oxigênio, nitrogênio ou flúor. As ligações de hidrogênio, apesar de serem as mais fortes entre as forças consideradas fracas.

No interior de uma quantidade de água, as moléculas sofrem atração umas pelas outras (formam ligações de hidrogênio), de modo que a força resultante sobre cada molécula é nula. Entretanto, na superfície da água, as moléculas estão em contato tanto com outras moléculas de água como com moléculas de gases presentes no ar. A atração do ar pelas moléculas de água é muito menor do que a que ocorre entre as moléculas água-água, de modo que a força

resultante nas moléculas de superfície não é nula.

Se voltarmos à figura 1.1, vemos que uma moléculas de água, longe da superfície, é cercada por outras moléculas iguais a ela. Esta molécula então sente a mesma força de atração em todas as direções e, como consequência, a força resultante é nula.

Na superfície a situação é diferente. É importante registrar que uma superfície é caracterizada por dois meios. No nosso caso, a água e o ar. A densidade do ar é cerca de 1000 vezes menor que a densidade da água. Esse fato terá importante consequência para entendermos a ciência das bolhas e trataremos dele detalhadamente mais à frente.

Resumindo: as moléculas da superfície sentem atração pelas moléculas vizinhas da própria superfície e também daquelas que estão dentro do líquido, mas

muito menos pelo ar, devido a sua baixa densidade em comparação com a da água. Como consequência, a força resultante das moléculas da superfície é direcionada para o interior.

Como as forças são atrativas, as moléculas devem ficar o mais próximo possível uma das outras.

O resultado final é a formação de uma película, uma finíssima membrana que limita a água e dificulta que gases a penetrem. Além disso, essa membrana constitui uma barreira mecânica, que dificulta a penetração de pequenas partículas na água. Um exemplo claro dessa barreira mecânica será visualizado experimentalmente logo a seguir. A essa propriedade da água damos o nome de tensão superficial.

Antes de prosseguir façamos o experimento a seguir.

## *Atividade experimental 1* - **Verificando a existência da tensão superficial**

### Parte 1

*Coloque água em um recipiente de vidro (pode ser um copo). Espere a água ficar em repouso e então, cuidadosamente, coloque um clipe de papel sob a água.*

*O que aconteceu?*

*Se seu experimento funcionou, o clipe flutuou, mesmo sendo composto de um material mais denso que a água. Isto só foi possível devido à tensão superficial da água.*

### Parte 2

*Deixe o clipe flutuando até o próximo experimento.*

Agora estamos aptos a definir tensão superficial. A tensão superficial expressa a resistência oferecida pela superfície de um líquido a ser deformada. Quanto maior a atração entre as moléculas da superfície maior a tensão superficial, ou seja, maior a resistência à deformação.

Ao lado segue uma tabela com alguns valores de coeficientes de tensão superficial.

A água tem uma tensão superficial elevada porque, como vimos anteriormente, suas moléculas se atraem muito intensamente pelas ligações de hidrogênio. O mercúrio e o álcool etílico estão nos extremos da tabela. O primeiro com um coeficiente de tensão superficial muito alto e o segundo com um coeficiente cerca de vinte vezes menor. É importante observar que o valor do coeficiente é dependente da temperatura.

**Tabela 1.1. Valores do coeficiente de tensão superficial para alguns meios em função da temperatura.**

Substância	Temperatura (°C)	$\gamma$ ( $10^{-2}$ N/m)
Álcool Etílico	20	2,3
Acetona	20	2,4
Benzeno	20	2,9
Óleo de Oliva	20	3,3
Glicerina	20	5,9
Água	60	6,6
Água	20	7,3
Água	0	7,6
Mercurio	20	46,5

O resultado final é que a superfície da água é um tanto elástica. É justamente por causa desta elasticidade de que alguns insetos conseguem andar sobre a água e alguns pequenos materiais, mais densos que a água, não afundam.

Antes de prosseguir façamos o experimento abaixo que evidenciará o importante papel que os detergentes desempenham na tensão superficial.

## Atividade experimental 2    O papel do detergente - 1

*No experimento anterior você deixou o clipe flutuando em um recipiente com água. Agora faça o seguinte:*

### Parte 1

*Pingue, cuidadosamente, uma gota de água no recipiente. Observe o sistema.*

### Parte 2

*Pingue, cuidadosamente, uma gota de óleo no recipiente. Observe o sistema.*

### Parte 3

*Pingue, cuidadosamente, uma gota de detergente no recipiente. Observe o sistema.*



tanto a tensão superficial quanto a relação entre esta e detergentes.

### Atividade experimental 3 - O papel do detergente - 2

#### Parte 1

1) *Encha com água, até a borda, um copo de vidro transparente. Cuide para que o copo fique completamente cheio.*

2) *Acrescente agulhas (ou grampos de cabelo) dentro do copo, uma a uma, contando-as.*

*Quantas agulhas (ou grampos) você conseguiu colocar sem que o copo transbordasse?*

#### Parte 2

*Depois de ter observado a superfície da água, pingue cuidadosamente uma gota de detergente na água.*

*O que aconteceu?*

Com relação ao experimento anterior algumas perguntas devem ser respondidas. Por que, na primeira parte, a água não transbordou? Justamente devido à elasticidade da água. Se olharmos bem de frente à superfície perceberemos que ela está ligeiramente côncava, evitando o

transbordamento. E na segunda parte, porque as agulhas caíram? Caíram porque o detergente diminuiu a tensão superficial da água, enfraquecendo a membrana e reduzindo a elasticidade da água.

## **Mas afinal, o que tudo isso que acabamos de explicar tem a ver com as bolhas de sabão?**

Em primeiro lugar, antes de criarmos uma bolha de sabão é preciso criar um fino filme de sabão. O que seria o filme de sabão (na verdade de água e sabão)?

Um filme fino contém duas superfícies (interfaces) em volta de um líquido. Num filme de sabão o líquido é

uma mistura de água e sabão (ou detergente) e as interfaces geralmente são entre o líquido e o ar (ver figura 1.5).

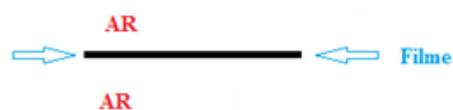
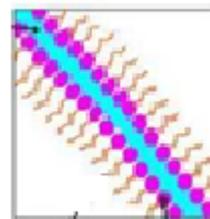


Figura 1.5. Interfaces de um filme fino. Fonte: a autora.

Um filme recém-criado tem uma espessura da ordem de micrômetros ( $1\mu=10^{-6}\text{m}$ ), embora assim que é formado comece a “desmoronar”. Voltaremos a este assunto na próxima seção.

É importante registrar que, tanto as duas interfaces do filme quanto seu interior tem exatamente as mesmas características que acabamos de descrever para uma solução de água e sabão. O que diferencia o filme é sua espessura e o fato da solução estar envolta em duas superfícies: haverá a mesma distribuição das partes hidrófobas e

hidrófilas na interface e as micelas no interior, conforme indica a figura 1.6.



**Figura 1.6. Distribuição das moléculas superfície de um filme fino.**

Façamos o experimento seguinte que ensina como construir um filme fino de sabão.

#### Atividade experimental 4

### Confecção de um filme fino

1) Coloque água em um recipiente pequeno de boca larga (cerca de 300 ml). Pode ser uma caneca, uma taça de sobremesa ou vasilhame de sorvete. A escolha de um recipiente pequeno é exclusivamente para que se gaste pouco detergente.

2) Misture uma quantidade razoável de detergente. Comece com duas colheres. Se necessário aumente a quantidade. Uma colher por vez.

3) Faça uma pequena argola (que caiba dentro do recipiente) com pedaços de fios de arame de aço (do tipo de pendurar roupa em varal). Deixe um cabo junto à argola para facilitar o manuseio.

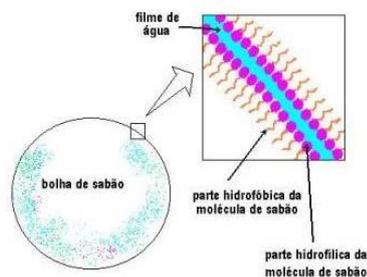
4) Mergulhe a argola cuidadosamente no líquido e retire-a com cuidado.

5) Observação o filme formado. Caso o filme não tenha se formado repita o passo 4 até conseguir obtê-lo.

Agora que já sabemos criar um filme de sabão, podemos criar bolhas de sabão.

Para formar uma bolha é necessário primeiro formar um pequeno filme de sabão e então soprar, cuidadosamente, ar sobre ele. Devido à elasticidade do filme este se deforma e forma a bolha. A figura 1.7 mostra um detalhe ampliado de uma pequena porção de uma bolha.

É importante observarmos a distribuição das cabeças e caudas na bolha de sabão



**Figura 1.7. Detalhe da superfície de uma bolha de sabão. Fonte:**

Agora faremos dois experimentos; um que nos mostra como, a partir de um filme fino, criar uma bolha de sabão e outro que mostra como fazer bolhas mais duradouras.

### Atividade experimental 5 Confecção de bolhas

*No experimento anterior você fez alguns filmes finos de sabão.*

*Agora queremos formar bolhas de sabão.*

*Procedimento: refaça os filmes como mostrado no experimento anterior. Depois, imediatamente, sopre delicadamente sobre eles.*

*Repita o procedimento várias vezes e observe o padrão das bolhas formadas.*

Uma das características que chamam atenção nas bolhas de sabão é sua curta duração. Uma maneira de aumentar o tempo de vida da bolha é acrescentando

glicerina (ou glucose de milho) à solução de água e sabão. Vamos confirmar esse resultado com o experimento a seguir.

## Atividade experimental 6    **Confecção de bolhas duradouras**

*No experimento anterior você fez algumas bolhas de sabão que logo se desfizeram. Nosso objetivo agora é formar bolhas que durem mais*

*Procedimento: repita os procedimentos dos experimentos 4 e 5 só que acrescentando, além do detergente, a glicerina (ou glicose de milho) na mesma proporção deste.*

*Compare a duração das bolhas nos dois experimentos.*

**Resumindo:** *Os surfactantes (ou detergentes) são absolutamente necessários para diminuir a tensão superficial da água e permitir que o filme se forme. O filme formado ainda deve ter elasticidade suficiente para, quando injetado ar sobre ele, este se deforme e crie a bolha.*

Agora que aprendemos como as bolhas de sabão se formam, devemos ainda responder a uma série de perguntas: Por que as bolhas formadas são sempre

esféricas? Por que são coloridas? Elas armazenam energia? Além de serem belas para que servem? Essas perguntas serão respondidas nas próximas seções.

*2. Por que as bolhas de sabão são coloridas?*

Nesta sessão nos ocuparemos em explicar as cores apresentadas pelas bolhas e filmes de sabão.

A figura 2.1 mostra duas fotografias feitas por esta autora: a) bolhas de sabão, b) filme de sabão. As bolhas ou filmes feitos com detergente caseiros serão muito parecidos com as da figura, quando bem iluminadas por luz natural. No decorrer de nosso curso teremos oportunidade de criar bolhas e filmes muito parecidos com os mostrados na figura 2.1.



**Figura 2.1. Fotos reais de filme e bolha de sabão. Fonte: a autora.**

Em primeiro lugar, anteciparemos “o culpado” pelas cores nas bolhas e filmes. É o conhecido fenômeno da interferência da luz. Então, para entendermos como se formam as cores nas bolhas é necessário que entendamos este fenômeno.

Importante: *Este fenômeno somente ocorre porque a espessura do filme é da ordem de grandeza do comprimento de onda*

*da luz visível (da ordem de centenas de nanômetros  $1\text{ nm}=10^{-9}\text{m}$ )*

Por simplicidade, faremos a análise que segue para filmes de sabão e, ao final, faremos uma extensão dos resultados para a bolha de sabão.

Antes de adentrarmos no fenômeno da interferência vamos fazer uma breve revisão sobre reflexão e refração.

Já vimos que uma superfície ou interface é a separação entre dois meios distintos. Imaginemos por simplicidade que um destes meios é o ar e o outro pode ser um espelho, vidro, água ou outro líquido qualquer. Os fenômenos de reflexão e refração surgem quando a luz incide na superfície, podendo ou não atravessar o meio.

Na reflexão, após incidir sobre uma superfície, a luz retorna ao meio no qual estava, ou seja, a luz não atravessa a superfície.

Na refração, após incidir sobre a superfície, a luz a atravessa. O comportamento do raio refratado dependerá da relação da velocidade de propagação da luz nos dois meios.

Antes de continuar façamos os experimentos abaixo que mostram os fenômenos da reflexão e da refração.

### Atividade experimental 7

## Demonstração de sucessivas reflexões

- 1) Coloque água em uma taça de cristal ou de vidro.
- 2) Insida obliquamente a luz de um laser na taça, de baixo para cima.
- 3) Varie o ângulo de incidência até conseguir que a luz fique “aprisionada” no interior da taça.

*Na situação acima, ver-se-á vários feixes de luz dentro da taça. Para qual ângulo, aproximadamente, o efeito almejado foi alcançado?*

*Importante: O ambiente deve estar pouco iluminado.*



Atividade experimental 9 - **Análise do padrão de cores de filmes finos - Parte 1**

No experimento 4 você aprendeu como fazer um fino filme de sabão.

1) Faça um filme (com uma forma não muito pequena) e verifique o padrão de cores formadas. O ambiente deve estar bem iluminado.

3) Em seguida, cuidadosamente, coloque o filme na vertical e mantenha-o nesta posição. O que você observa?

Atividade experimental 10 - **Análise do padrão de cores de filmes finos - Parte 2**

Agora vamos criar um filme de maneira um pouco diferente.

1) Mergulhe a “boca” de uma xícara (escura) em uma solução de água e sabão (pode ser a mesma solução que você utilizou no experimento anterior).

2) Retire com cuidado e observe o filme formado.

Compare o padrão de cores formadas com as do experimento anterior

Feito os experimentos acima e antes de tratarmos da interferência, vejamos como e por que se dá a reflexão e a refração.

Opticamente, um meio transparente e homogêneo é caracterizado pelo seu índice de refração absoluto. O índice de refração absoluto  $n$  de um meio, para determinada luz monocromática, é a razão entre a velocidade da luz no vácuo ( $c$ ) e a velocidade da luz no meio em questão ( $v$ ):

$$n = \frac{c}{v} \quad (2.1)$$

Note-se que o índice de refração corresponde a uma comparação entre a velocidade da luz no meio e a velocidade da luz no vácuo. Assim,  $n$  indica quantas vezes a velocidade da luz no vácuo é maior que a velocidade no meio considerado.

O índice de refração  $n$  é adimensional e maior que a unidade, para qualquer meio material, pois:

$$c > v \Rightarrow n > 1 \quad (2.2)$$

Seguem, na tabela 2.1, alguns valores de índice de refração, em condições normais de temperatura e pressão, para alguns meios.

**Tabela 2.1. Valores de índices de refração ( $n$ ) para alguns meios**

Meio	$n$
Vácuo	1
Ar	1,000003
Água	1,33
Vidro	1,45
Solução de Água e sabão	>1

Observa-se da tabela que os índices de refração do ar e do vácuo são muito próximos. Essa coincidência ocorre porque a velocidade de propagação da luz no ar é aproximadamente igual ao valor da velocidade de propagação da luz no vácuo. Assim, para efeitos de cálculos costuma-se considerar que ambos são iguais.

Para indicar entre dois meios aquele que tem maior ou menor índice de refração, é comum usarmos o termo *refringência*. Assim, o meio que possui maior índice de refração é o que apresenta maior refringência (meio mais refringente).

Saber se a luz passa de um meio para outro mais ou menos refringente é importante pois afeta como o objeto será visualizado. Há dois exemplos clássicos:

- 1) Uma pessoa dentro de uma piscina parece ter as pernas mais curtas. Neste caso a refração se dá de um meio menos refringente (ar) para um mais refringente.
- 2) Uma pessoa com os olhos abertos dentro de uma piscina enxergaria um pássaro como se esse estivesse mais distante do que realmente está.

Embora tenhamos representado a luz por raios (raios incidentes, raios refletidos e refratados) a luz tem comportamento ondulatório e, assim sendo, é descrita por grandezas ondulatórias como frequência e comprimento de onda (figura 2.3). Além do mais sofrerão interferência e difração, fenômenos claramente ondulatórios.

*Na verdade, a luz se comporta como partícula e como onda, uma característica conhecida como dualidade onda-partícula e que será abordada em um curso de física moderna.*

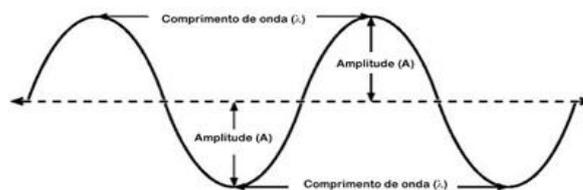


Fig. 2.3. Partes de uma onda.

Precisamos levar o comportamento ondulatório em conta para responder uma importante pergunta: como os raios que são refletidos na superfície superior do filme interferem entre si?

A relação entre a velocidade da onda, sua frequência,  $f$ , e comprimento de onda,  $\lambda$ , é dada por:

$$v = \lambda f \quad (2.3)$$

A frequência da onda não varia quando ela passa de um material para outro. Considerando a relação acima, concluímos então que, se a velocidade da onda varia ao trocar de meio, então o comprimento de onda deve variar também na mesma proporção.

Podemos ir além em nossas considerações e tentar estabelecer se o comprimento de onda aumenta ou diminui.

Se a luz passa de um meio menos refringente (o ar) para um mais refringente (a solução água-sabão), podemos mostrar que sua velocidade diminui e, como consequência da equação (2.3), o comprimento de onda também diminui. Podemos generalizar o resultado dizendo escrevendo:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad \text{comprimento de onda da luz em um material} \quad (2.4)$$

em que  $\lambda_0$  é o comprimento da radiação considerada, no vácuo

Apesar de tudo o que estudamos ainda não explicamos as cores das bolhas! Mas estamos no caminho...

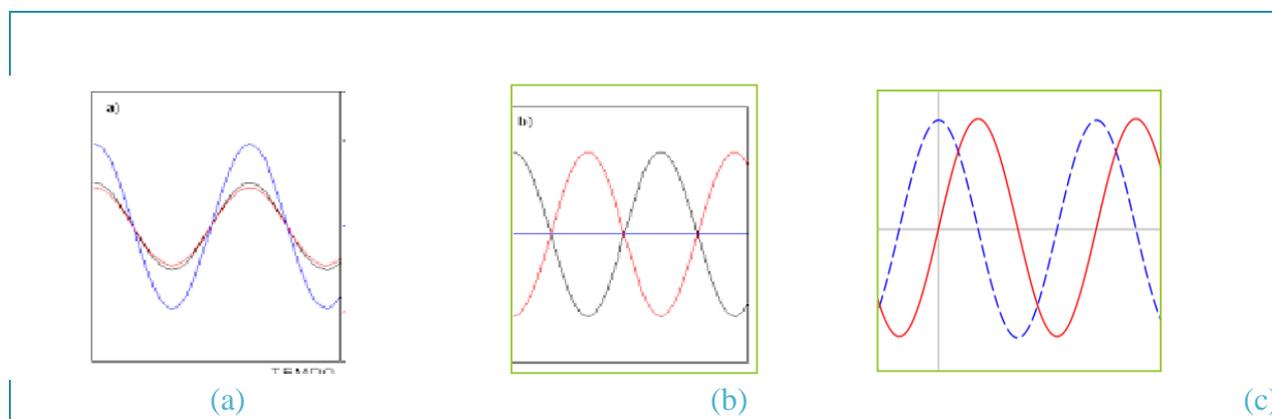
Já sabemos que os raios refletidos na superfície superior sofrerão interferência. Mas como determinar formalmente as cores das franjas ou a ausência delas?

A interferência pode ser completamente construtiva, completamente destrutiva ou parcialmente construtiva ou destrutiva. (figura 2.4) A grandeza que determinará o tipo de interferência é a diferença de caminho entre as ondas.

Numa interferência completamente construtiva (figura 2.4a) há cores intensas

resultantes. A interferência destrutiva (figura 2.4b) significa que as ondas se anulam, ou seja, não há nenhuma cor resultante (o que se vê como resultado é a “cor” preta) embora o objeto esteja iluminado. Nos demais casos as cores variam de intensidade entre estes dois extremos (figura 2.4c).

Duas ondas estão completamente em fase quando suas cristas e seus vales coincidem perfeitamente, como mostra a figura 4a. Estão completamente fora de fase quando suas cristas e vales estão deslocados como mostra a figura 2.4b. Quando a configuração é intermediária, as ondas estão apenas fora de fase.

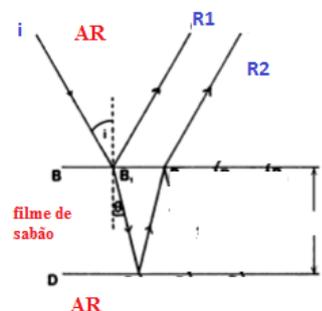


**Fig. 2.4. Figuras de interferência. a) completamente construtiva; b) completamente destrutiva; c) interferência intermediária**

**Resumindo:** o aspecto que o filme tem para o observador depende da diferença de fase com que os raios refletidos na superfície superior chega até ele. Por isso que dependendo do ângulo de observação as cores também variam.

Vamos agora ver uma visão simplificada da figura 2.2 em que aparecem apenas dois raios (figura 2.5). Também por simplificação consideraremos que os raios luminosos sejam quase perpendiculares ao filme ( $\theta \approx 0$ ).

Embora os raios luminosos tenham origem no mesmo raio incidente, eles percorrem caminhos bem diferentes.



**Figura 2.5. Interferência produzida por refração e reflexão por apenas uma onda.**

O raio 1 sequer entra no filme enquanto o raio 2 tem duas passagens dentro do filme (tendo sido refratado e refletido). Como o ângulo  $\theta$  é praticamente zero, a diferença de percurso entre os raios é aproximadamente igual a  $2L$ .

Embora saibamos a diferença de percurso, isso não é o bastante para determinar a diferença de fase pois:

- i) reflexões podem mudar a fase dos raios (da mesma forma que acontece em uma onda formada numa corda quando a extremidade é fixa);
- ii) os diferentes trajetos ocorrem em diferentes meios.

Então, para calcular a diferença de fase devemos responder três perguntas:

**1) Qual o comprimento de onda a ser considerado?**

Como a diferença de trajetos ocorre no interior do filme, com índice de refração,  $n_2$ , então de acordo com a equação (2.4),

$$\lambda_{n_2} = \frac{\lambda_0}{n_2} \quad (2.5)$$

**2) Em que circunstâncias as reflexões mudam a fase da onda?**

A refração nunca muda a fase de uma onda, mas a reflexão pode levar a uma mudança na fase. Vejamos:

- i) quando a luz incidente passa de um meio menos para um mais refringente há mudança de fase de meio comprimento de onda;
- ii) quando a luz incidente passa de um meio mais refringente para um menos refringente a reflexão ocorre sem mudança de fase.

Então, na nossa figura há mudança de fase na reflexão da superfície superior apenas.

**3) Como determinar se a interferência é construtiva ou destrutiva?**

Vimos que as duas reflexões produzem uma diferença de fase de meio comprimento de onda

Para que duas ondas cheguem em fase ao olho do observador é necessário que a diferença de trajetos seja um múltiplo ímpar de meio comprimento de  $\lambda_{n_2}$ . Matematicamente:

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_{n_2} \quad \text{para } m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.6)$$

ou, substituindo a equação (2.5):

Interferência construtiva:

$$2n_2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda. \quad \text{para } m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.7)$$

Para que duas ondas cheguem em fases opostas ao olho do observador é necessário que a diferença de trajetos seja nula ou um múltiplo inteiro de  $\lambda_{n_2}$ . Matematicamente:

Interferência destrutiva:

$$2n_2L = (m)\lambda. \quad \text{para } m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.8)$$

Para uma dada espessura,  $L$ , do filme, as equações (2.7) e (2.8) permitem calcular os comprimentos de onda para os quais os filmes serão vistos pelo observador como claro ou escuro, respectivamente.

Por outro lado, fixando o comprimento de onda, as duas equações permitem calcular as espessuras do filme para os quais ele aparecerá, respectivamente, claro ou escuro ao observador.

Façamos dois experimentos antes de finalizar esta seção.

### Atividade experimental 11 Filme sob luz monocromática

- 1) Cubra uma grande caixa de papelão com cartolina preta ou tecido preto (tipo tnt).
- 2) Posicione a caixa revestida com a abertura colocada lateralmente
- 3) Prepare um filme fino ao abrigo desta caixa de papelão
- 4) Submeta o filme a uma luz monocromática. Pode ser a luz de um laser vermelho ou verde ou um led.

O que aconteceu com as cores do filme em função da luz monocromática a que foi submetido?

### Atividade experimental 12 Desmoronamento de um filme de sabão

- 1) Prepare um filme de sabão com a solução contendo glicerina ou glucose de milho. Use o molde circular.
- 2) Segure cuidadosamente o molde verticalmente e observe a evolução do filme
- 3) O que acontece com o filme com o passar do tempo?

### *3. A energia armazenada nos filmes de sabão*

Nas seções anteriores entendemos como as bolhas se formam e como explicar sua coloração. Agora queremos entender se e como como o filme armazena energia.

Antes de falarmos na energia armazenada pelos filmes pensemos em algumas situações que nos são corriqueiras: o sistema massa-mola, o arco e flecha e um corpo que cai sob efeito da gravidade. O que estes sistemas têm em comum? O que eles têm em comum é a capacidade de armazenar energia e o fato de que a energia armazenada depende da configuração das partes do sistema. Vejamos:

### Sistema massa-mola

Em sua posição de equilíbrio, a energia potencial do sistema (energia potencial elástica, nesse caso) é nula. No entanto, basta comprimir ou distender a mola para que o sistema acumule energia. Para utilizar a energia basta soltar a massa que passará a se movimentar num movimento oscilatório.

### Sistema arco-flecha

Embora este sistema seja bem diferente do anterior a explicação é parecida. O

arqueiro precisa distender o arco para armazenar energia.

Ao soltá-lo a energia armazenada é transferida para a flecha que adquire energia cinética.

### O corpo que cai

Por que ao soltarmos um corpo ele cai? A situação é tão corriqueira que muitas vezes nos esquecemos que a resposta a ela foi um marco na física, através de Newton. Ao segurarmos o corpo ele armazena energia (potencial gravitacional, neste caso). Ao soltarmos a energia acumulada é transferida para o corpo que adquire velocidade e, portanto, energia cinética.

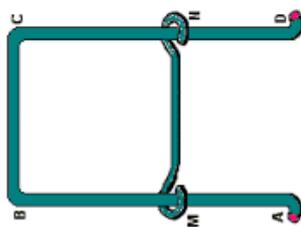
Em todas as situações anteriores um dos constituintes de cada sistema foi fundamental para determinar seu comportamento: a mola, o arco e a Terra (o planeta). A massa, a flecha e o corpo receberam a energia.

Mas o que acabamos de explanar tem a ver com os filmes de sabão? Antes de responder esta pergunta façamos os seguintes experimentos.

### Atividade experimental 13

## A energia armazenada em filmes de sabão -1

1) Dobre um arame em forma de U e adapte um segundo arame - móvel - fixado à estrutura, conforme a figura abaixo. É necessário vedar os espaços existentes na argola móvel.

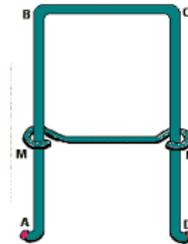


- 2) Puxe o arame móvel até um determinado ponto e solte-o. Observe o que acontece
- 3) Agora mergulhe toda a estrutura numa solução com água e sabão e retire. Um filme fino será formado.
- 4) Puxe cuidadosamente a parte deslizante para o lado, fazendo aumentar a área da película e solte-o.

O que acontece ao se soltar a parte móvel?

## Atividade experimental 14 A energia armazenada em filmes de sabão -2

1) Repita a montagem anterior. A diferença agora é que depois de criar o filme você colocará a estrutura na posição vertical, conforme indica a figura abaixo:



2) Ainda na posição vertical puxe o arame móvel aumentando a área da película e solte-o cuidadosamente.

O que aconteceu ao se soltar a parte móvel?

Em ambas as situações descritas no experimento a película se deslocou em sentido contrário à força que a puxa, inclusive vencendo a força da gravidade (como no experimento 13). O deslocamento ocorre porque o filme armazena energia. A energia armazenada é utilizada para diminuir a área do filme.

Analisemos a figura 3.1 que mostra várias grandezas envolvidas no experimento acima.

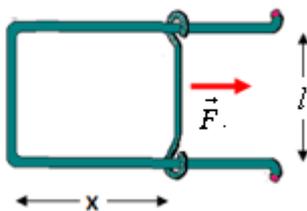


Figura 3. 1. Molde com haste móvel

Neta figura,  $x$  é o comprimento do filme,  $l$  é a largura e  $\vec{F}$  é a força aplicada ao fio (para criar o filme). O coeficiente de tensão superficial,  $\gamma$ , é definido como

$$\gamma = \frac{F}{d} \quad (3.1)$$

sendo  $d$  o comprimento total ao longo do qual a força atua: A tensão superficial é uma força por unidade de comprimento. A unidade no S.I. é dada em Newton/metro.

Lembramos que o filme possui uma face superior e uma face inferior, de modo que a força atua sobre um comprimento total  $d=2l$ . Assim, reescrevemos a equação tal como

$$F = 2\gamma l \quad (3.2)$$

Quando aplicamos uma força sobre um objeto, realizamos trabalho sobre este objeto. Para criar o filme de comprimento  $x$  foi necessário aplicar uma força  $F$ . Então, qual o trabalho realizado para criar o filme?

Lembremos que quando a força é constante e o deslocamento se dá na mesma direção e sentido da força aplicada, temos que:

$$W = Fd \cos\theta = Fd \quad (3.3)$$

onde  $\theta$  é o ângulo entre a força  $F$  e o deslocamento (que no nosso caso é zero).

Então, substituindo equação 3.2 em 3.3 obtemos que

$$W = (2\gamma l)(x) \quad (3.4)$$

Mas  $lv$  é a área,  $A$ , do filme, de modo que :

$$W = 2\gamma A \quad (3.5)$$

Agora vamos destacar um ponto importante do resultado da equação 3.5:

Em condições constantes de temperatura e pressão o valor de  $\gamma$  é constante. Assim, o trabalho é proporcional à área do filme.

Essa proporcionalidade terá implicações importantes na forma dos filmes e das bolhas, como veremos na próxima seção.

A energia armazenada no filme fica disponível e poderá ser utilizada quando o fio for solto, diminuindo sua área.

No entanto, quando o filme finalmente se rompe, ele se “quebra” em inúmeras gotículas. A maior parte da energia armazenada no filme é convertida em energia cinética destas gotículas.

## Energia e a área

Os processos na natureza ocorrem de tal maneira a ter o menor gasto energético, ou seja, minimizando a energia. Com as bolhas não seria diferente.

Como vimos, para minimizar a energia do filme de sabão, é necessário minimizar sua área. Assim concluímos que:

Se a natureza quer minimizar a energia do filme, tem que minimizar sua área.

Em sala de aula serão feitos alguns exercícios que mostram quais figuras planas tem maior área e quais sólidos geométricos tem menor área superficial para um dado volume fixo. O entendimento destas questões será de fundamental importância para entendermos a forma das bolhas.

Antes de prosseguirmos para a próxima façamos mais dois experimentos que objetivam mostrar como os filmes são formados minimizando sua área. Antecipamos que este é um experimento delicado e é possível que precise ser repetido várias vezes para conseguir realiza-lo.

### Atividade experimental 15

## A minimização da área em um filme - 1

- 1) Moldar uma argola de arame e revesti-la com mangueira. Deixar uma ponta como alça e na emenda da mangueira passar fita para vedá-la.
- 2) Na argola amarrar um pequeno laço de linha de costura. Mergulhar a argola num recipiente com uma solução de água e sabão. Uma película líquida no plano da argola é formada conforme indicado ao lado



- 3) Com a ajuda de uma agulha, fure o filme no interior do laço.

O que aconteceu como o laço de linha?

No experimento acima observa-se que o laço adquiriu uma forma perfeitamente circular, conforme indica a figura 3.2. . Mas por quê?



**Figura 3.2. Esquema mostrando o filme de sabão formado no experimento 14.**

Vimos na seção anterior que para a natureza minimizar a energia na construção do filme é necessário minimizar sua área. Quando o filme no interior do laço foi desfeito só “sobrou” filme na parte externa ao laço. Então, para que o filme que restou

continue com a menor área possível o laço deverá ter a maior área possível. E a figura que maior área possível para um determinado comprimento fixo é o círculo. Se há dúvidas em relação a este resultado sugerimos que sejam feitos cálculos que envolvam, além do círculo, algumas figuras simples como quadrado e triângulo.

O que acabamos de descrever tem relação direta com o formato das bolhas, como será visto na próxima seção.

O último experimento desta seção é similar ao experimento 15, apenas mudando a forma para o filme, que deverá ser retangular ou quadrada.

### Atividade experimental 16

## A minimização da área em um filme - 2

- 1) *Repetir o experimento anterior, agora com um molde retangular.*
- 2) *Neste caso, quando se furou o filme dentro do laço, qual a forma obtida pelo laço?*

*Você se surpreendeu com o resultado? O que esperava encontrar?*

4. *Porque as bolhas de sabão são esféricas?*

Na seção anterior vimos que para minimizar a energia na formação do filme é necessário minimizar sua área (equação 3.5). Nos experimentos 15 e 16 foi possível observar a validade da afirmação anterior, pois para que o filme tivesse a menor área possível, o laço (área sem o filme) deveria ter a maior área possível para o comprimento fixo da linha (que é um círculo).

Vimos também no experimento 5, onde foi solicitado que se fizessem algumas bolhas de sabão, que, independente do molde utilizado, todas as bolhas formadas a partir de um filme plano foram esféricas. Mas seria possível que fosse diferente?

Vejamos a figura 4.1, que foi retirada da internet. Depois de observarmos

as maravilhosas “bolhas em forma de coração” e de confrontarmos com nossa experiência neste curso, surge a pergunta: a figura é uma foto real e, portanto, as bolhas são autênticas ou a figura se trata de uma montagem?

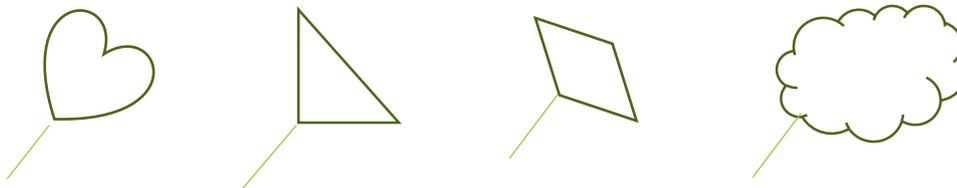


**Fig. 4.1** Bolhas de sabão em forma de coração. Arte ou realidade? Fonte: domínio público, internet.

Para auxiliar na resposta da pergunta anterior façamos o seguinte experimento:

### Atividade experimental 17 Criação de bolhas com diferentes moldes

1) Molde argolas de arame com diferentes formatos. A imaginação é o limite. Seguem alguns modelos.



2) Mergulhe na solução de água e sabão.

3) Sopre, cuidadosamente, o filme formado para criar a bolha.

4) Observe o formato das bolhas formadas com os diferentes moldes.

Bom, o resultado do experimento foi um só, independente do molde utilizado: as bolhas formadas foram esféricas. Qual a explicação para esse fato?

Já sabemos uma parte importante da resposta: as bolhas são formadas sempre minimizando a energia e, para minimizar a energia, é necessário minimizar a área. Como a bolha é uma figura tridimensional precisamos nos perguntar qual sólido possui a menor área para um dado volume.

O sólido que tem a menor área para um dado volume é a esfera. No apêndice C mostramos alguns cálculos para auxiliar nesta constatação.

Então, generalizando o resultado do Apêndice C com a informação que, independente do sólido tratado o volume será sempre menor para a esfera, entendemos porque as bolhas são sempre esféricas quando criadas a partir de um filme plano.

E quando os moldes são tridimensionais? Podemos pensar em moldes em forma de cubo, de poliedros, etc. O fato é que para um dos formatos dos moldes (o cubo, digamos) haverá sempre a formação de filmes com determinada configuração pré-estabelecida. Essa repetição é muito reveladora e se mostrou uma importante fonte de estudo para os matemáticos.

Para lançarmos luz ao problema, é necessário falarmos sobre o estudo de superfícies mínimas. Esse estudo, em sua forma mais simples, consiste em encontrar a superfície de menor área limitada por um contorno fechado no espaço.

Os primeiros estudos sobre superfícies mínimas tiveram início com os matemáticos Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) e Leonhard Euler (1707-1783), no século XVIII. Em (1740 ou 1764?) o próprio Lagrange descobriu a catenóide; em 1776, Meusnier de la Place (1754-1793) descobriu o helicóide. Assim, o plano, a esfera, a catenóide e o helicóide são as primeiras superfícies mínimas a serem conhecidas. A partir daí, somente em 1982, outra superfície mínima foi descoberta; a superfície Costa, descoberta pelo matemático brasileiro Celso José da Costa.

No entanto, o estudo sistemático das superfícies mínimas teve início apenas no século XIX com os estudos experimentais do físico belga J. A. F. Plateau (1801-1883). Em reconhecimento à importância de seu trabalho o problema desde há muito conhecido por Lagrange e Euler passou a ser denominado *Problema de Plateau*. O grande achado de Plateau foi perceber que, combinando física e matemática, as superfícies mínimas poderiam ser visualizadas usando filmes de sabão. Além do mais ele desafiou os matemáticos a descreverem formalmente estas superfícies de áreas minimizadas.

Embora cego, por ter olhado diretamente para o Sol durante 25 segundos em um experimento sobre fisiologia da visão, Plateau conduziu inúmeros experimentos com filmes e bolhas de sabão. Uma das conclusões a que ele chega é que, independente da forma geométrica fechada (que ele moldava com arames e mergulhava em água e sabão) ela produzirá

pelo menos um filme de sabão e que estes filmes se formavam de modo a minimizar sua energia, em função da tensão

Ele também deduziu, sempre através de observações, alguns princípios que governam a geometria de agrupamentos de filmes e bolhas de sabão, conhecidos como Regra de Plateau.

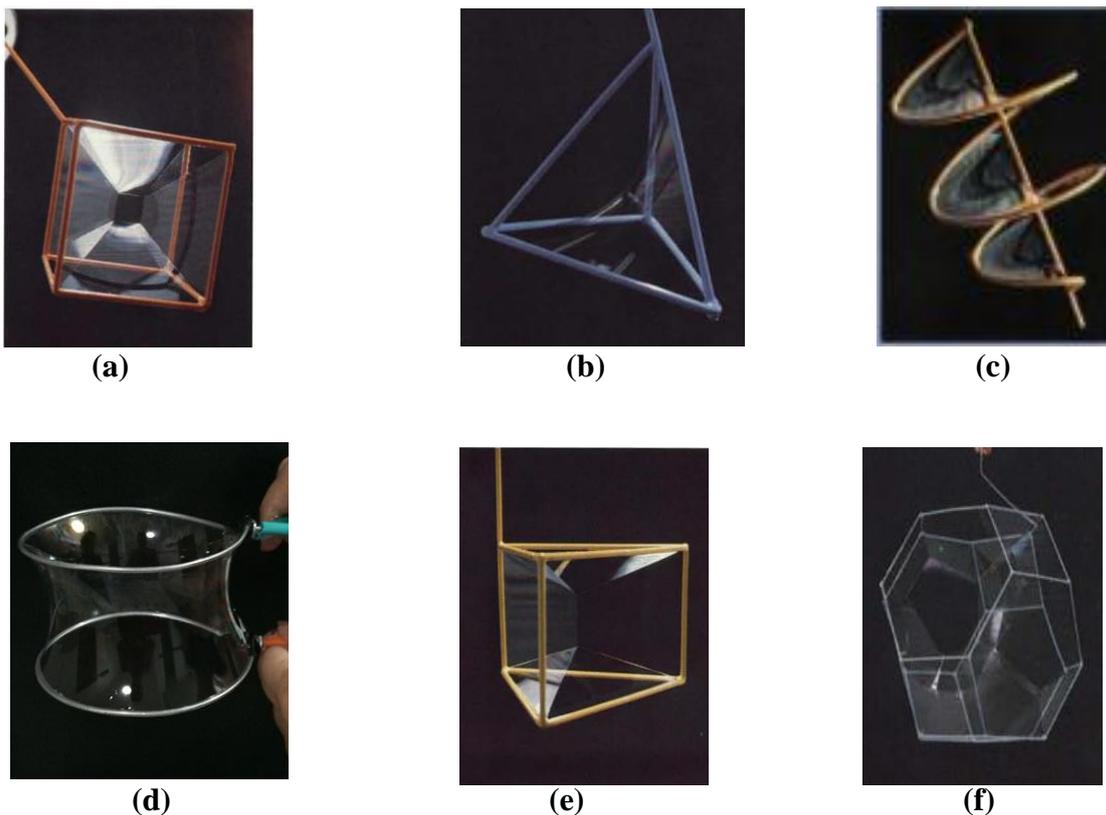
É importante registrar que, apesar dos grandes avanços proporcionados por Plateau, a matemática (formal) para solucionar suas conjecturas só foi desenvolvida no século 20.

superficial ou, de modo equivalente, minimizar a área de sua superfície.

Ainda hoje a pesquisa na área de superfícies mínimas é bastante ativa. Voltaremos a tratar desse assunto na próxima seção.

Este é mais um exemplo da ligação entre as áreas da ciência. Ligação essa que torna desejável a **interdisciplinaridade** em sala de aula

A figura 4.2. mostra algumas fotos de armações e os filmes por elas formados.



**Fig. 4.2. Filmes formados por diferentes armações. (a) cúbica, (b) tetraédrica, (c) helicoidal, (d) duas armações circulares superpostas, (e) prima triangular, (f) octaedro regular.**

Agora passemos a nossos experimentos. Faremos armações em forma de tetraedro, de cubo, helicóide e com duas argolas sobrepostas (para obter uma catenóide) e as submergiremos na

nossa já conhecida solução de água e sabão.

Para confeccionar as armações sugerimos os procedimentos descritos no quadro abaixo.

## Confeção dos sólidos geométricos

- 1) Sugerimos que as armações sejam construídas com arames de, no máximo, 10 cm. O tamanho deve ser levado em conta porque elas deverão ser mergulhadas completamente em solução de água/sabão. Tamanhos menores implicam em uma menor quantidade da solução.
- 2) Para melhorar a aparência das armações, evitando partes retorcidas ou irregulares, os arames podem ser revestidos por canudos de refrigerante.
- 3) Uma boa opção é recortar os canudos em tamanhos iguais e inserir os pedaços no fio de arame e, com auxílio de um alicate, dobrar o arame fazendo um dos lados do sólido. O arame deve ser um pouco maior que os tamanhos dos canudos para permitir a junção dos diferentes lados.
- 4) Por fim junta-se todos os lados, unindo as partes sobressalentes do arame (de cada lado do sólido) com o auxílio de um alicate. O acabamento entre os cantos deve ser feito com massa de modelar ou, preferencialmente, cola do tipo “durepox”.

No vídeo do youtube ( <https://www.youtube.com/watch?v=JE4guPKLDal>) é possível assistir um passo-a-passo de construção de alguns sólidos.

Tendo aprendido a fazer as armações passemos à sequência de experimentos que se segue. Estes experimentos consistem em mergulhar uma armação com determinada forma na solução de água e sabão e observar a forma geométrica dos filmes formados.

### Atividade experimental 18 Criação de filmes com armação cúbica

- 1) Seguindo os procedimentos descritos acima faça uma armação em forma de cubo
- 2) Mergulhe completamente a armação em uma solução de água e sabão. Escolha um recipiente de boca larga e com profundidade. Um balde ou caixa plástica multiuso são adequados
- 3) Retire cuidadosamente a armação da solução. É possível que ao retirar a armação o filme não tenha se formado. Repita o procedimento até obter êxito.

*Como você descreveria o filme formado?*

### Atividade experimental 19

## Criação de filmes com armação tetraédrica

1) *Faça uma armação em forma de tetraedro<sup>1</sup>. Abaixo temos uma figura que dá uma ideia para a montagem.*



(basta fazer quatro armações triangulares iguais e uní-las)

2) *Repita os procedimentos descritos no experimento 18.*

*Como você descrevia o filme formado?*

O tetraedro é um poliedro composto por quatro faces triangulares, três delas encontrando-se em cada vértice

### Atividade experimental 20

## Criação de filmes com armação helicoidal

1) *Faça uma armação em forma de hélice, conforme indica a figura.*



2) *Repita os procedimentos descritos no experimento 18.*

*Como você descreveria o filme formado?*

Os filmes formados nos experimentos 18, 19 e 20 podem ser vistos, respectivamente, nas figuras 4.2a, 4.2b e 4.2c. No cubo e no tetraedro, por exemplo, os filmes de sabão formam superfícies que se encontram no

centro e os ângulos entre as faces desses filmes são todos iguais. Se uma das faces do filme for estourado, tocando-o com o dedo, o filme como um todo se reorganiza e

assume outra forma que também tem superfície mínima.

### Atividade experimental 21

### Criação de um filme em forma de catenóide

- 1) *Fazer duas armações circulares*
- 2) *Colocar uma armação sob a outra e mergulhar na solução de água e sabão*
- 3) *Retirar as armações, juntas ainda, da solução e, cuidadosamente, começar a afastar uma da outra*

*Como você descreveria o filme formado?*

Os filmes formados no experimento 20 pode ser visto na figura 4.2.d.

Embora tenhamos mostrado aqui apenas alguns exemplos de armações tridimensionais, é possível criar armações dos mais diversos tipos e submergi-las na solução de água e sabão para visualizar os

filmes formados e, então, conhecer a superfície mínima para aquele sólido.

Ainda há muito o que dizer sobre a importância das teorias que explicam as bolhas de sabão em outras do conhecimento. Este será o tema da última seção deste texto.

*5. Aplicação das teorias dos  
filmes e bolas de sabão*

Já vimos a importância que o estudo das bolhas e filmes de sabão tiveram para o desenvolvimento de uma importância área da matemática – o estudo das superfícies mínimas. Ainda nesta seção mostraremos mais um complexo problema matemático que também foi solucionado graças à experimentação proporcionada pelas bolhas de sabão – o problema de Steiner.

Mas as bolhas de sabão também desempenharam importantes papéis nas artes, na literatura e na própria ciência. A arquitetura e processos de automação, consequência do estudo de superfícies mínimas, também foram amplamente influenciados. Além desses, alguns estudos em biologia também foram positivamente influenciados pelos estudos das bolhas e filmes de sabão.

Sobre a influência nas Artes, fuge de nosso escopo uma análise detalhada desse assunto e, então, nos ateremos a algumas informações de importância histórica por serem os primeiros registros feitos.

O primeiro registro artístico com bolhas de sabão é a pintura do alemão Cornelis Ketel (1574). É importante registrar que as bolhas de sabão estavam associadas com a arte *Vanitas* (*literalmente traduzido como sopro rápido, efêmero*). Nesta expressão artística eram

*representadas* a fragilidade humana, a brevidade da vida e a inutilidade das vaidades humanas. As bolhas de sabão, eram recorrentes em praticamente todas as pinturas deste movimento, sempre representando a fragilidade e a transigência da vida humana. A figura 5.1 mostra a pintura de Cornelis Ketel.



**Fig. 5.2** Pintura de Cornelis Ketel (1574) que traz a primeira aparição de bolhas em pinturas. A inscrição (em grego) diz que “O homem é uma bolha” (tradução livre).

Existem um grande número de pinturas que registram bolhas. Citamos aqui: *Vanittasslilleven* (1651) de D. Braille, *Les Bulles de Savon* (1867) de E. Monet e *Bubbles* (1885) de J.E. Millais.

Na literatura, o primeiro registro é do diálogo de Luciano de Samosata (130-200 D.C):

CARONTE: Quero agora, ó Hermes, dizer-te com que é que me parecem comparáveis os homens e toda a sua vida. Já viste alguma vez umas

bolinhas na água, originadas pela queda impetuosa de uma torrente? Refiro-me àquelas bolhas de água donde se eleva uma espuma. Ora, algumas destas [bolhas] são muito pequenas, rebentam e desaparecem, enquanto outras se mantêm durante mais tempo, e então estas, pelo fato de outras [bolhas] se lhes juntarem, crescem, atingindo um volume muito grande, mas até mesmo essas acabam, mais tarde ou mais cedo, por rebentar... e nem poderia ser de outra maneira. Tal é a vida do homem: Todos são gerados por um certo sopro, uns por um [sopro] maior, outros por um [sopro] mais pequeno. Uns têm um sopro pouco duradouro e de morte rápida, enquanto outros, mal se formam, logo deixam de existir. Portanto, todos têm necessariamente de “rebentar”.

Escritores como Fedor Dostoevsky e Mark Twain também registraram em suas obras o encantamento em relação à existência das bolhas de sabão, como pode ser visto, respectivamente, nos livros *Crime e Castigo* (1866) e *Viagem dos Inocentes* (1867)

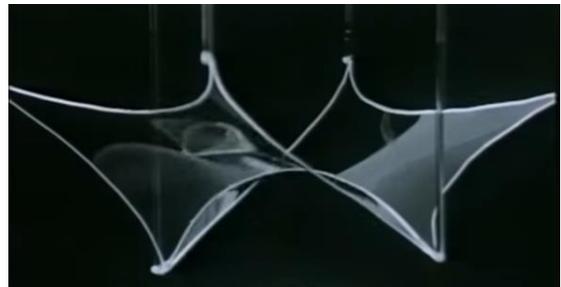
Quanto ao à ciência, citamos as palavras de lorde Kelvin (1824-1907): “fazer uma bolha de sabão e observá-la; você pode gastar uma vida inteira estudando-as”.

Na arquitetura as bolhas tem um papel especial. Citamos o trabalho do arquiteto Frei Otto. A partir da década de 60 ele começou a desenvolver uma série de ensaios com bolhas de sabão para criar modelos em escala reduzida de tensoestruturas. Sua obra de maior reconhecimento é o parque Olímpico das Olimpíadas de 1972, na cidade de Munique, Alemanha. A figura 5.2 mostra

uma foto do estádio e a figura 5.3 mostra uma foto de uma experimentação com filmes de sabão que formam uma estrutura semelhante à cobertura do estádio. Um filme curto, do Portal do próprio arquiteto (<https://youtu.be/-IW7o25NmeA>) mostra com clareza surpreendente a relação entre os filmes formados em diversos moldes e o resultado arquitetônico por ele projetados.



**Fig 5.2. Foto do Estádio Olímpico de Munique.**



**Fig. 5.3. Foto de experimento com filmes de sabão**

Na biologia temos alguns sistemas que, de alguma maneira, se relacionam com a teoria das bolhas e filmes de sabão:

- modelo de membranas e partições de células;
- Ovas de sapo (figura 5.4) se formam em uma solução muito semelhante à espuma de sabão.

- Os alvéolos pulmonares são fisicamente semelhantes a milhões de pequenas bolhas de 100 a 300 micrômetros de diâmetro, interligadas, formando os sacos alveolares (figura 5.5).



**Fig. 5.4. Ovas de sapo**



**Fig. 5.5. Pulmão. Em detalhe os alvéolos pulmonares.**

O surfactante pulmonar – uma mistura fundamental no processo da respiração – e suas propriedades de tensão superficial (semelhantes às das bolhas de sabão) são fundamentais no processo de respiração. Se o nosso corpo não produzir quantidades necessárias de surfactante pulmonar, teremos problemas para respirar. Essa doença é conhecida por Síndrome do Desconforto Respiratório (SDR), que afeta principalmente bebês prematuros e, pode ser fatal.

Para finalizarmos nosso trabalho passemos ao problema, hoje conhecido como problema de Steiner.

Pode-se dizer que tudo começa com um problema “simples” proposto por Fermat, no século XVII:

*“Encontrar um ponto no plano cuja soma das distâncias a três pontos dados A, B e C seja mínima.”*

À época importantes cientistas como o próprio Fermat, Torricelli, Cavalieri e Simpson se debruçaram sobre o problema.

O Problema de Steiner desperta grande interesse teórico, por ser computacionalmente difícil e também grande interesse prático, por envolver questões sobre otimização.

Uma das primeiras aplicações práticas do problema de Steiner advém de um problema proposto por Gauss a Schumacher, em 1836:

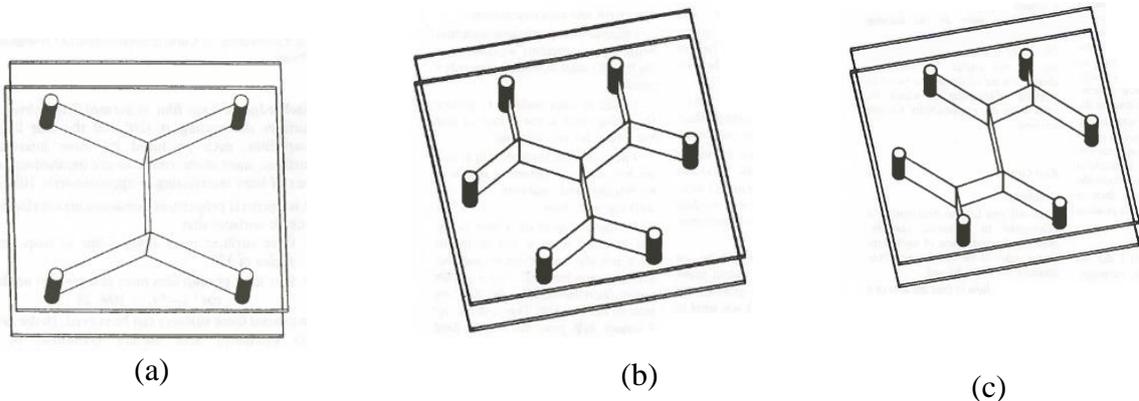
*“Como construir uma rede ferroviária de comprimento mínimo que ligasse quatro cidades alemãs.”*

Embora de solução complexa e com importância em várias áreas práticas, uma modelagem do problema de Steiner pode ser obtida a partir dos modelos de bolhas de sabão.

Nesta modelagem, pinos são colocados em duas placas paralelas. Os pinos representam os pontos dados. O sistema deve ser mergulhado em solução de água e sabão e a seguir, retirados cuidadosamente. Observa-se, então, que foi formada uma película de sabão unindo os pinos. Esta película apresenta uma área mínima devido às forças de tensão superficial e descreve a solução do problema dado.

A figura 5.6 mostra 03 configurações distintas dos pinos e os respectivos filmes formados entre eles,

representando o menor caminho que os  
liga.



**Fig. 5.6. Esquema para montagem para verificação do problema de Fermat.**

Passemos agora à nossa experimentação. Para realizar os experimentos sugeridos são recomendados a utilização de placa acrílica e pinos metálicos recortados em tamanhos iguais.

No entanto, devido à dificuldades que possa haver para encontrar esses

materiais o experimento pode ser realizado com pedaços de plástico transparentes duros (como os que recobrem apostilas) e pedaços recortados do mesmo arame que utilizamos para criarmos os moldes para formar os filmes e bolhas..

### Atividade experimental 22

### Problema de Steiner - 1

- 1) Recortar pedaços de acrílico ou de plástico duro transparente em quadrados de, no máximo, 15 cm.
- 2) Com cuidado, fazer orifícios no material com a mesma configuração mostrada na figura 6.3a.
- 3) Submergir esse dispositivo em solução de água e sabão e retirar cuidadosamente.

*Este experimento é bastante delicado. Se o filme não se formar, repita com cuidado até obter sucesso.*

- 4) Compare o filme obtido com o da figura 6.3a. O resultado obtido foi o mesmo?

Atividade experimental 23

Problema de Steiner - 2

- 1) Repita a montagem do experimento 22 para a configuração da figura 6.3b.
- 2) Repita o procedimento experimental
- 3) Compare o filme obtido com o da figura 6.3b. O resultado obtido foi o mesmo?

Atividade experimental 24

Problema de Steiner - 3

- 1) Repita a montagem do experimento 22 para a configuração da figura 6.3c.
- 2) Repita o procedimento experimental
- 3) Compare o filme obtido com o da figura 6.3b. O resultado obtido foi o mesmo?

Obviamente os poucos exemplos que demos aqui não esgotam o assunto de como a teoria que explica as bolhas de sabão são importante em diversas áreas da ciência. Pelo contrário, devem servir de motivação para novas pesquisas e aprofundamentos.

## **BIBLIOGRAFIA CONSULTADA**

1. BOYS, Charles Vernon et al. **Soap-bubbles, and the forces which mould them**. Cornell University Library, 1890.
2. HEWITT, Física Conceitual–Paul; CONCEITUAL, Física. 9ª edição. 2008.
3. ISENBERG, Cyril. **The geometry of soap films and soap bubbles**. Courier Corporation, 1989
4. ISENBERG, Cyril. **The science of soap films and soap bubbles**. Courier Corporation, 1978.
5. EMMER, Michele. Soap bubbles in art and science: From the past to the future of math art. In: **The visual mind**. MIT Press, 1993. p. 135-142.