



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
INSTITUTO DE CIÊNCIAS NATURAIS, HUMANAS E SOCIAIS
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática –
PPGECM

REGIANE FERREIRA DA SILVA SANTOS

APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA NO ENSINO
FUNDAMENTAL: investigando processos de visualização por
meio da elaboração de uma Literatura Infantil

SINOP-MT
2025

REGIANE FERREIRA DA SILVA SANTOS

**APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA NO ENSINO
FUNDAMENTAL: investigando processos de visualização por
meio da elaboração de uma Literatura Infantil**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática – PPGECEM - da Universidade Federal de Mato Grosso - Campus Universitário de Sinop, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática. Linha de Pesquisa: Ensino de Matemática

Orientador: Prof. Dr. Eberson Paulo Trevisan

**Sinop-MT
2025**

Dados Internacionais de Catalogação na Fonte.

S237a Santos, Regiane Ferreira da Silva.

Aprendizagem de Geometria no Ensino Fundamental [recurso eletrônico] : investigando processos de visualização por meio da elaboração de uma Literatura Infantil / Regiane Ferreira da Silva Santos. -- Dados eletrônicos (1 arquivo : 280 f., il. color., pdf). -- 2025.

Orientador: Eberson Paulo Trevisan.

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Ciências Naturais, Humanas e Sociais, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática, Sinop, 2025.

Modo de acesso: World Wide Web: <https://ri.ufmt.br>.

Inclui bibliografia.

1. Ensino de Geometria. 2. Anos Iniciais do Ensino Fundamental. 3. Visualização em Geometria. 4. Registros de Representação Semiótica. 5. Literatura Infantil. I. Trevisan, Eberson Paulo, *orientador*. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Permitida a reprodução parcial ou total, desde que citada a fonte.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO

PRÓ-REITORIA DE ENSINO DE PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA E MATEMÁTICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

TÍTULO: "Aprendizagem de geometria no ensino fundamental: investigando processos de visualização por meio da elaboração de uma literatura infantil."

AUTOR (A): MESTRANDO (A) Regiane Ferreira da Silva Santos

Dissertação defendida e aprovada em **08/05/2025**.

COMPOSIÇÃO DA BANCA EXAMINADORA

1. Presidente Banca/Orientador(a) Doutor(a) Eberson Paulo Trevisan
Instituição : UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
2. Examinador(a) Externo(a) Doutor(a) Hercules Gimenez
Instituição : SEDUC/MT
3. Examinador(a) Interno(a) Doutor(a) Elizabeth Quirino de Azevedo
Instituição : UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
4. Examinador(a) Suplente Doutor(a) Edson Pereira Barbosa
Instituição : UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
5. Examinador(a) Suplente Doutor(a) SIMONE SIMIONATO DOS SANTOS
Instituição : UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO

SINOP, 08/05/2025.



Documento assinado eletronicamente por **EBERSON PAULO TREVISAN, Docente da Universidade Federal de Mato Grosso**, em 14/05/2025, às 11:28, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Hercules Gimenez, Usuário Externo**, em 14/05/2025, às 13:02, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **ELIZABETH QUIRINO DE AZEVEDO, Docente da Universidade Federal de Mato Grosso**, em 14/05/2025, às 19:39, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufmt.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **7826419** e o código CRC **96E14176**.

Referência: Processo nº 23108.025198/2025-06

SEI nº 7826419

Aos meus pais Modesto e Iracema, pelo esforço e incentivo constantes, desde a minha infância.

AGRADECIMENTOS

Agradeço imensamente a Deus, pelas inúmeras realizações nesta vida e pela concretização desse sonho tão especial. Pela oportunidade de conhecer pessoas incríveis, com quem muito aprendi e que guardarei com carinho nas páginas mais precisosas da minha memória.

Ao meu esposo Elcio, pelo companheirismo, carinho e constante compreensão, o que tornou o caminho mais suave. Serei eternamente grata por todo incentivo, apoio e entusiasmo. A toda minha família, em especial meus pais, Iracema e Modesto, por sempre me incentivarem a estudar, desde a minha infância, por todo esforço e apoio, e por sempre acreditarem em mim e em minha trajetória.

À escola Estadual Luiza Nunes Bezerra; gestão, profissionais, colegas e alunos queridos, que contribuíram e auxiliaram em etapas processuais do curso. Agradeço, em especial a Jaqueline, profissional de extrema competência, ao qual sempre me auxiliou nos momentos de necessidade, com muita disponibilidade e carinho.

À Secretaria de Estado e Educação de Mato Grosso- SEDUC, pela concessão da Licença Qualificação Profissional, esse apoio é fundamental para uma dedicação integral às atividades do PPGECM, possibilitando o desenvolvimento de um trabalho de maior qualidade e excelência.

À Secretaria acadêmica do PPGECM, pelo pronto e atencioso atendimento todas as vezes que precisei.

A todos os colegas, mestrandos do PPGECM, pela amizade e experiências compartilhadas.

Às queridas professoras, Maria Tejada e Renata pelo carinho, incentivo e apoio constante.

Às minhas amigas, Eliane e Katia, pelo sonho compartilhado, pelas vivências no trabalho, nas viagens, no curso e além dele. Quantas memórias criamos juntas, momentos preciosos que ficarão eternamente guardados.

Ao Prof. Dr. Eberson, a quem tive a honra de ter como orientador, expresso minha mais profunda gratidão, pelos valiosos ensinamentos e pela parceria ao longo do curso. Agradeço pela orientação precisa, paciência e pelo suporte constante em cada etapa do processo de pesquisa. Sua sabedoria, rigor intelectual e generosidade não apenas me guiaram, mas também inspiraram de maneira significativa meu crescimento pessoal e profissional. Considero uma amizade duradoura, que guardarei com apreço por toda a vida.

Aos professores do PPGECM, em especial, aqueles com os quais tive a oportunidade de cursar as disciplinas ministradas, a saber: Elizabeth, Roseli, Eberson, Andreia, Edson, João

Ricardo, Kátia, Leandro, Mauro, Lorena, Jean e Patrícia. Minha profunda gratidão, pelos conhecimentos e sabedoria compartilhados, os quais transcendem os limites da ciência e da academia, contribuindo significativamente para minha formação pessoal. Aprendizagens que levo como ensinamentos para minha vida.

Aos professores, Dra. Elizabeth e Dr. Hércules, avaliadores em todas as etapas do processo, desde o início da pesquisa no Seminário I, passando pela elaboração do Projeto, estruturação e avaliação do Produto Educacional no Seminário II, até o delineamento e as definições finais na fase de Qualificação, expresse minha profunda gratidão. A sabedoria e sensibilidade empreendidas, foram essenciais para o aprimoramento e enriquecimento no desenvolvimento deste trabalho. Com contribuições inestimáveis, prezando pela qualidade e rigor acadêmico.

Enfim, a todos e a todas que de forma direta ou indireta me inspiraram, e me impulsionaram a seguir na idealização e concretização dessa conquista, muito obrigada!

“No momento em que nos comprometemos, a providência divina também se põe em movimento. Todo um fluir de acontecimentos surge ao nosso favor. Como resultado da atitude, seguem todas as formas imprevistas de coincidências, encontros e ajuda, que nenhum ser humano jamais poderia ter sonhado encontrar. Qualquer coisa que você possa fazer ou sonhar, você pode começar. A coragem contém em si mesma, o poder, o gênio e a magia”.

(Johann Goethe)

RESUMO

A pesquisa que aqui apresenta-se, teve por propósito investigar processos de ensino e aprendizagem de Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, sob a perspectiva da Teoria de Registro de Representação Semiótica - TRRS do teórico francês Raymond Duval. A TRRS desvela elementos ditos como essenciais para aprendizagem de Geometria baseadas em diferentes formas de visualizações, por meio dos olhares, icônicos e não-icônicos, as apreensões e a desconstrução dimensional das formas. A proposta de pesquisa fundamentou-se em uma metodologia de ensino pautada no uso de uma Literatura Infantil inédita, esta, elaborada especificamente para fins dessa investigação, constituindo assim nosso Produto Educacional. Intitulada “Descubra o poder de Radu e um novo jeito de ver: através do olhar, fascinantes descobertas”, a literatura busca integrar no enredo de sua história, elementos da TRRS, apresentando aos leitores um novo jeito de visualizar e reconfigurar as figuras geométricas. Estabelecemos como questão norteadora, a seguinte indagação: “quais os impactos do uso de uma Literatura Infantil como recurso pedagógico na aprendizagem de conceitos geométricos, com foco nos processos de visualização e representação de figuras, segundo a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval?” Dessa forma, a pesquisa teve como principal objetivo, verificar as possíveis contribuições do uso de uma Literatura Infantil, destinada ao 5º ano do Ensino Fundamental, pautada nos elementos da TRRS para aprendizagem, oportunizando a melhoria dos processos de visualização e exploração das figuras geométricas. Diante do exposto, a validação do Produto Educacional ocorreu em uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental. Realizamos a análise dos dados produzidos, baseada em elementos da Análise de Conteúdo de Laurence Bardin. Aos quais indicaram que, o uso da Literatura Infantil aliado as atividades produzidas para exploração dos elementos, contribuíram para o favorecimento dos processos de visualização das figuras geométricas, estimulando e desenvolvendo o olhar matemático e o pensamento geométrico. Os resultados da pesquisa demonstraram a potencialidade do nosso Produto Educacional, e impactos positivos no desenvolvimento de habilidades cognitivas de aprendizagem. Nesse viés, a pesquisa não apenas abre novas possibilidades de reflexões metodológicas para a didática pedagógica, mas também para formação profissional inicial e continuada no que tange o ensino e aprendizagem de Geometria fundamentados nos elementos da TRRS.

Palavras-chave: Ensino de Geometria; Anos Iniciais do Ensino Fundamental; Visualização em Geometria; Registros de Representação Semiótica; Literatura Infantil.

ABSTRACT

The purpose of the research presented here was to investigate the processes of teaching and learning Geometry in the Early Years of Primary School, from the perspective of the Theory of Semiotic Representation Registers (TSRR) developed by the French theorist Raymond Duval. TSRR highlights elements considered essential for learning geometry based on different forms of visualization, including iconic and non-iconic representations, modes of apprehension, and the dimensional deconstruction of shapes. The research proposal was based on a teaching methodology involving an original piece of Children's Literature, which was developed specifically for the purposes of this investigation, thus constituting our Educational Product. Entitled "Discover the power of Radu and a new way of seeing: through the eyes, fascinating discoveries", the literature seeks to integrate elements of TSRR into the plot of its story, introducing readers to a new way of visualizing and reconfiguring geometric figures. Our guiding question was the following: "What are the impacts of using Children's Literature as a pedagogical resource for learning geometric concepts, with a focus on the processes of visualization and representation of figures, according to Raymond Duval's Theory of Semiotic Representation Registers, for a 5th grade class?" In this way, the main objective of the research was to verify the possible contributions of the use of Children's Literature based on the elements of the TSRR for learning, providing opportunities to improve the processes of visualization and exploration of geometric figures. Based on this, the Educational Product was validated in a 5th grade elementary school class. We analyzed the data produced, based on elements of Laurence Bardin's Content Analysis. The results indicated that the use of Children's Literature, together with the activities produced to explore the elements, contributed to enhancing the visualization processes of geometric figures, stimulating and developing the mathematical outlook and geometric thinking. The results of the research demonstrated the potential of our Educational Product and its positive impact on the development of cognitive learning skills. In this respect, the research not only opens up new possibilities for methodological reflections on pedagogical didactics, but also for initial and continuing professional training in the teaching and learning of Geometry based on the elements of the TSRR.

Keywords: Geometry Teaching; Early Years of Elementary School; Visualization in Geometry; Semiotic Representation Registers; Children's Literature.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Percentual por nível de abrangência	30
Figura 2 - As quatro maneiras de olhar uma figura geométrica	42
Figura 3 - Desconstrução dimensional pirâmide quadrangular	44
Figura 4 - Cubo a partir do Hexágono.....	45
Figura 5 - Decomposição em triângulo e trapézio.....	47
Figura 6 - Qr Code com sobreposição dos triângulos	48
Figura 7 - Ampliação do quadrado	49
Figura 8 - Divisão do quadrado em triângulos congruentes	50
Figura 9 - Provando a congruência dos lados	51
Figura 10 - Qr Code com sobreposição de ampliação do quadrado.....	51
Figura 11 - Reconfiguração de uma figura 3D em outra 3D.....	52
Figura 12 - Reconfiguração do trapézio em retângulo	54
Figura 13 - Reconfiguração para visualização de triângulos congruentes	56
Figura 14 - Capa do livro, de Literatura Infantil	65
Figura 15 - Ilustração dos personagens do livro.....	67
Figura 16 - Fragmento do livro de Literatura	71
Figura 17 - Mapa do percurso da corrida	72
Figura 18 - Ilustração com a escritura da charada	72
Figura 19 - Fragmento da literatura com a última charada.....	73
Figura 20 - Informações e curiosidades.....	74
Figura 21 - Quarta capa do livro de literatura	74
Figura 22 - Capa do vídeo, narrativa em áudio	78
Figura 23 - Imagem do Questionário Diagnóstico, questão 1(a).....	84
Figura 24 - Imagem do Questionário Diagnóstico, questão 1 (b)	87
Figura 25 - Imagem do Questionário Diagnóstico, questão 1 (c).....	88
Figura 26 - Imagens utilizadas na Questão 2.....	91
Figura 27 - Imagens utilizadas na Questão 3.....	92
Figura 28 - Registros das figuras visualizadas pelos alunos	96
Figura 29 - Momento de leitura e recebimento do livro.....	99
Figura 30 - Percepções após a leitura da Literatura Infantil.....	99
Figura 31 - Imagens selecionadas para construção com material concreto.....	102
Figura 32 - Excerto que antecede a 2 (c)	103

Figura 33 - Atividade de construção das formas geométricas.....	104
Figura 34 - Segunda atividade	107
Figura 35 - Construções dos alunos para o desafio da atividade dois	108
Figura 36 - Slide apresentado ao final do desafio	109
Figura 37 - Sequência de construção do cubo inscrito na circunferência	111
Figura 38 - Atividade de elaboração do cubo inscrito na circunferência	112
Figura 39 - Passo a passo para ampliação do quadrado (terreno)	113
Figura 40 - Ilustração da animação de ampliação do quadrado	114
Figura 41 - Produções da atividade quatro (maquete).....	116
Figura 42 - Orientações de decomposição dos quadrados.....	117
Figura 43 - Formas desempenhadas pelos alunos	121
Figura 44 - Proposta das atividades seis e sete	122
Figura 45 - Respostas dos participantes para a atividade seis	123
Figura 46 - Respostas dos participantes para a atividade sete	124
Figura 47 - Hipóteses de visualizações poligonais para atividade oito	127
Figura 48 - Respostas dos participantes para atividade oito.....	129
Figura 49 - Mosaicos utilizados na questão 9 (a, b, c)	130
Figura 50 - Respostas dos participantes para atividade 9 (a, b, c).....	134

LISTA DE QUADROS E DE TABELAS

Quadro 1 - Resultado das publicações.....	29
Quadro 2 - Catalogação das publicações encontradas.....	30
Quadro 3 - Habilidades da unidade temática de Geometria dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.....	37
Quadro 4 - Relação de dependência entre as habilidades Anos Iniciais do Ensino Fundamental.....	38
Quadro 5- Elementos para aprendizagem em Geometria.....	43
Quadro 6 - Síntese dos elementos da TRRS mobilizados no desafio.....	46
Quadro 7 - Habilidades mobilizadas no desafio.....	47
Quadro 8 - Síntese dos elementos da TRRS mobilizados no desafio.....	48
Quadro 9 - Habilidades mobilizadas no desafio.....	49
Quadro 10 - Síntese dos elementos da TRRS mobilizados no desafio.....	52
Quadro 11 - Habilidades mobilizadas no desafio.....	52
Quadro 12 - Síntese dos elementos da TRRS mobilizados no desafio.....	53
Quadro 13 - Habilidades mobilizadas no desafio.....	53
Quadro 14 - Síntese dos elementos da TRRS mobilizados no desafio.....	55
Quadro 15 - Síntese dos elementos da TRRS mobilizados no desafio.....	56
Quadro 16 - Habilidades mobilizadas no desafio.....	56
Quadro 17 - Cronograma de desenvolvimento da intervenção.....	81
Quadro 18 - Respostas dos alunos referente a questão 1(a).....	85
Quadro 19 - Respostas dos alunos referente a questão 1(b).....	87
Quadro 20 - Respostas dos alunos referente a questão 1(c).....	89
Quadro 21 - Respostas referente aos 15% dos alunos, Questão 1 (c).....	90
Quadro 22 - Respostas dos alunos referente a questão 2.....	91
Quadro 23 - Respostas dos alunos referente a Questão 3.....	92
Quadro 24 - Classificação das respostas dos alunos referente a atividade 1.....	96
Quadro 25 - Elementos mobilizados na questão 2 (a,b,c,d,f).....	105
Quadro 26 - Possibilidades de resolução da segunda atividade.....	107
Quadro 27 - Elementos mobilizados no desafio da atividade dois.....	110
Quadro 28 - Elementos mobilizados no desafio da atividade três.....	112
Quadro 29 - Síntese dos elementos mobilizados na atividade 4.....	115
Quadro 30 - Hipóteses ilustradas.....	118

Quadro 31 - Resultados das construções a partir da decomposição dos quadrados	119
Quadro 32 - Elementos da TRRS mobilizados na atividade cinco.....	120
Quadro 33 - Mapeamento das respostas dos participantes, atividades seis e sete.....	125
Quadro 34 - Elementos da TRRS mobilizados nas atividades 6 e 7	126
Quadro 35 - Registros dos participantes para a atividade oito	127
Quadro 36 - Elementos da TRRS mobilizados na atividade 8	128
Quadro 37 - Registros dos participantes para a atividade 9 (a, b, c)	131
Quadro 38 - Elementos da TRRS mobilizados na atividade 9 (a, b, c).....	132
Quadro 39 - Desafios utilizados na atividade 10 (a,b,c,d,e).....	135
Quadro 40 - Registros dos participantes, questão 10 (a, b, c, d, e).....	136
Quadro 41 - Elementos da TRRS mobilizados na questão 10 (a, b, c, d, e).....	137
Quadro 42 - Registros dos alunos, atividade 10 (a,b,c,d,e)	137
Quadro 43 - Questionário avaliativo da intervenção, percepções da Literatura.....	139

TABELAS

Tabela 1 - Habilidades mobilizadas na primeira atividade.....	106
Tabela 2 - Habilidades mobilizadas na segunda atividade	110
Tabela 3 - Habilidades mobilizadas na terceira atividade	111
Tabela 4 - Habilidades mobilizadas na quarta atividade	114
Tabela 5 - Habilidades mobilizadas na quinta atividade	120
Tabela 6 - Habilidades mobilizadas na sexta e na sétima atividade.....	126
Tabela 7 - Habilidades mobilizadas na oitava atividade	129
Tabela 8 - Habilidades mobilizadas na nona atividade	133
Tabela 9 - Habilidades mobilizadas na décima atividade.....	138

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAAE	Certificado de Apresentação para Apreciação Ética
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEP	Comitê de Ética em Pesquisa
DRC/MT	Documento de Referência Curricular para Mato Grosso
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PE	Produto Educacional
PPGECM	Programa de Pós-Graduação e Ensino de Ciências da Natureza e Matemática
TALE	Termo de Assentimento Livre Esclarecido
TCLE	Termo de Consentimento Livre Esclarecido
TRRS	Teoria dos Registros de Representação Semiótica
UEPG	Universidade Estadual de Ponta Grossa
UEPG	Universidade Estadual de Ponta Grossa
UFMT	Universidade Federal de Mato Grosso
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina
UFU	Universidade Federal de Uberlândia
UNIAN	Universidade Anhanguera de São Paulo
UNIFESP	Universidade Federal de São Paulo

SUMÁRIO

CONSIDERAÇÕES INICIAIS	18
SEÇÃO I.....	26
1 ABORDANDO O ENSINO DE GEOMETRIA POR MEIO DA TRRS, INTEGRADA A LITERATURA INFANTIL	26
1.1 Aprendizagem de Geometria, uma abordagem pela TRRS de Raymond Duval	26
1.1.1 TRRS nas produções científicas brasileiras com ênfase nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	27
1.2 A Geometria e algumas especificidades em destaque.....	34
1.2.1 Habilidades destacadas na BNCC e DRC/MT para o eixo temático de Geometria	36
1.3 Concepções da TRRS no que tange a aprendizagem de Geometria	41
1.4 Literatura e Matemática	58
1.4.1 Literatura uma conexão para o ensino e aprendizagem de Matemática	58
1.4.2 Interconexão Literatura e Matemática, bases epistemológicas	60
SEÇÃO II.....	64
2. ELABORAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL, E MATERIAL DE APOIO	64
2.1 Trajetória e etapas de elaboração da Literatura Infantil.....	65
2.2 Criação do cenário e personagens	67
2.3 Composição da história e enredo, para além da Geometria	69
2.4 Algumas curiosidades abordadas ao longo da história	70
2.5 Outros destaques relevantes	75
SEÇÃO III.....	79
3. ANÁLISE DOS DADOS E VALIDAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL.....	79
3.1 Um pouco sobre a escola e definição da turma.....	79
3.2 Percursos da Intervenção, Exploração do Produto Educacional e atividades desenvolvidas.....	80
3.2.1 Procedimentos precedentes ao início da Prática Docente Supervisionada	80

3.2.2 Organização e cronograma de desenvolvimento da Prática Docente supervisionada.....	81
3.2.3 Aplicação e análise do Questionário Diagnóstico.....	83
3.3 APRESENTAÇÃO DA OBRA LITERÁRIA, EXPLORAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS PRODUZIDOS.....	95
3.3.1 Apresentação e exploração da Literatura Infantil	98
3.4 ATIVIDADES APÓS EXPLORAÇÃO DA OBRA LITERÁRIA E ANÁLISE DOS DADOS.....	101
3.4.1 Primeira atividade, produção e análise dos dados - Construindo figuras planas e sólidos geométricos.....	101
3.4.2 Segunda atividade, produção e análise dos dados – Reconfigurando o sólido geométrico.....	106
3.4.3 Terceira atividade, produção e análise dos dados - Desenhando o cubo na circunferência.....	110
3.4.4 Quarta atividade, produção e análise dos dados – Ampliação do quadrado e construção da maquete.....	113
3.4.5 Quinta atividade, produção e análise dos dados – Verificação de congruência dos triângulos por meio de recorte, composição de novos polígonos	116
3.4.6 Sexta e sétima atividade, produção e análise dos dados – Indicações de visualização poligonal por decomposição	121
3.4.7 Oitava atividade, produção e análise dos dados – Indicação de polígonos visualizados para diferentes possibilidades de contornos.....	126
3.4.8 Nona atividade, produção e análise dos dados - Visualização de diferentes formas e dimensões em mosaicos.....	130
3.5 QUESTIONÁRIO AVALIATIVO DA PRÁTICA DOCENTE SUPERVISIONADA.....	138
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	141
REFERÊNCIAS.....	147
APÊNDICES	154
Apêndice A.....	154

Apêndice B - Termo de Consentimento Livre Esclarecido (TCLE).....	156
Apêndice C - Termo de Assentimento Livre Esclarecido (TALE).....	158
Apêndice D - Questionário percepções do livro de Literatura Infantil.....	160
Apêndice E - Questionário de Avaliação da Prática Docente Supervisionada (PDS)...	162
Apêndice F - Ficha de Avaliação da Escola.....	163
Apêndice G - Produto Educacional Livro de Literatura Infantil: DESCUBRA O PODER DE RADU E UM NOVO JEITO DE VER- através do olhar, fascinantes descobertas.....	164
ANEXOS.....	275
Ficha de avaliação do Produto Educacional	275

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A presente pesquisa vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática- PPGECM, da Universidade Federal de Mato Grosso- UFMT, insere-se na linha de pesquisa Ensino de Matemática. Tem como objeto de estudo o ensino e aprendizagem de Geometria, com foco nos processos de visualização das figuras por meio dos elementos da TRRS de Raymond Duval.

Graduada em Pedagogia, com especialização em Educação Infantil, Fundamental e Gestão Educacional, realizei minha segunda Licenciatura em Letras, esta, partindo da premissa de sempre buscar alternativas para melhorar as práticas pedagógicas e atualizar as metodologias de ensino dos componentes curriculares. Visto que a unicodência atua em diversas disciplinas que compõem o currículo dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. O “processo de mediação da aprendizagem, nesse contexto, demanda de conhecimento generalista e sistemático, tanto sobre as formas de ensinar, aprender, quanto aos métodos para o ensino-aprendizagem e saberes de cada área de conhecimento” (Brasil, 2018, p.8).

Natural da cidade de Belo Horizonte - MG, cursei o Ensino Fundamental e o Ensino Médio em instituições escolares públicas. Meu pai sempre me incentivou a estudar e me ensinou a importância dos estudos na conquista de um futuro melhor. Assim, desde a infância, gostei muito de estudar e de aprender, além de ter sido bastante incentivada por ótimos professores, os quais tive a honra e a oportunidade de conviver em minha trajetória estudantil.

Por consequência da falta de recursos financeiros (custos de transporte e material didático), não pude iniciar o Ensino Médio, ficando um ano sem estudar. Fiquei, porém, profundamente marcada por uma de minhas professoras e jamais me esqueci do ocorrido: ao saber da dificuldade de minha família em financiar a permanência no Ensino Médio, ela se dispôs a custear os meus estudos, lamentando por ver uma adolescente estudiosa e dedicada tendo seus estudos e sonhos interrompidos. Foi então que, pouco antes de completar dezesseis anos, meus pais decidiram-se mudar para Rondônia, com a expectativa de que eu pudesse obter a conclusão do Ensino Médio.

Logo após a mudança, pude enfim concluir o Ensino Médio, mas as dificuldades continuaram na caminhada rumo à graduação. Haja visto que, se quisesse prosseguir com meu sonho de continuar os estudos, teria que me deslocar para a cidade vizinha, e mais uma vez, o transporte tornou-se um empecilho. Contudo, minha persistência e força de vontade nunca me deixaram desistir; então, após algum tempo, prestei vestibular para o curso de pedagogia, o qual

fui aprovada. Após o término da graduação, iniciei a Pós-Graduação em Educação Infantil, Fundamental e Gestão Educacional.

No período de realização da especialização, fiquei ainda mais encantada e com mais vontade de continuar e aprofundar meus estudos, aprimorando, também, meu conhecimento. A cada abordagem de estudo, sentia-me mais instigada e inspirada a prosseguir. Nesse mesmo período, comecei a pesquisar as possibilidades de me candidatar a um programa de mestrado. Contudo, novos contratemplos apareceram, mais uma vez interrompendo e postergando minha trajetória acadêmica. Foi então que a Secretaria Estadual de Educação (Seduc) abriu edital para um concurso do estado, em 2017, um dos primeiros com a modalidade em quatro etapas/fases.

Incentivada por meu esposo e por meus familiares, dediquei-me em cada uma das etapas e consegui a aprovação. Assumi o cargo de professora em junho de 2018, desde então, tenho aprendido, constantemente, com meus colegas de profissão e com meus alunos.

Após acompanharem minha dedicação, compromisso e seriedade com o trabalho, por dois anos consecutivos, fui convidada, pela equipe gestora, para assumir o cargo de coordenadora. Na ocasião, me senti extremamente lisonjeada, pois atuava em uma escola que havia recebido o Prêmio Nacional de Gestão. No entanto, recusei os convites, por sentir que ainda precisava de um pouco mais de preparo.

Desde a Pós-Graduação, a vontade de realizar um mestrado se tornou mais intensa, dando assim, continuidade em minha formação tanto pessoal quanto profissional, somando ainda a vontade de aperfeiçoar minhas práticas pedagógicas em sala de aula. Esse desejo se intensificou ainda mais quando conheci a proposta do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática (PPGECM) do Campus Universitário de Sinop, por meio de colegas que trabalhavam na mesma escola em que atuava.

Nessa vertente o programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática- PPGECM, ofertado pela Universidade Federal de Mato Grosso- UFMT no campus de Sinop, veio como uma oportunidade singular. Viabilizando o desenvolvimento de uma pesquisa que buscasse estratégias de ensino e aprendizagem favorecendo e potencializando não só os conhecimentos dos educandos, mas também pessoal e profissional.

Importante destacar que em minha trajetória profissional, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, sempre apreciei a área da Matemática e procurei ministrar aulas utilizando metodologias dinâmicas, com envolvimento de jogos e atividades que despertassem o interesse, entusiasmo e engajamento dos educandos. Fomentando um planejamento que contemplasse ludicidade no percurso do processo de aprendizagem. Pressuposto este, que definiu a escolha pela linha de pesquisa na área de Matemática.

Ao participar do curso Desconstrução Dimensional das Formas ministrado por uma egressa de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em ensino de Ciências da Natureza e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (campus Sinop), abordando a Teoria de Registros de Representação Semiótica -TRRS de Raymond Duval, emergiu então a vontade de pesquisar e aprofundar os estudos desse enfoque. Este, até então, desconhecido e diferente das didáticas usadas e já trabalhadas na escola em que atuo, no ensino e aprendizagem de Geometria ou de outros ramos da Matemática.

Unindo-se a intenção de atender a necessidade de avanços na aprendizagem e na busca de novas abordagens metodológicas para o ensino de Geometria. Bem como, a baixa ocorrência de estudos na área de Matemática que utilizam a TRRS no ensino e aprendizagem de Geometria nos Anos Iniciais, vimos a necessidade e relevância da proposta de pesquisa. Dessa forma o objeto de estudo da pesquisa propôs, investigar processos de visualização das figuras geométricas, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Em sala de aula percebemos as dificuldades apresentadas pelos educandos em reconhecer e diferenciar os elementos que constituem ou formam as figuras geométricas. A Geometria ensinada nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, acaba por priorizar atividades dispostas nos livros didáticos. Estes, em sua maioria ressaltam o reconhecimento do contorno das figuras, não propondo desafios ou análises mais aprofundadas. Essa abordagem pode tornar o ensino de Geometria desconexo e sem sentido para os educandos.

Para Hillesheim; Moretti (2020) aprender Geometria revela algumas dificuldades específicas, pois, para se ver uma figura geométrica é necessário, uma certa habilidade cognitiva, disso depende a análise figural, que demonstra possuir um nível de complexidade que vai além do simples reconhecimento de formas e contornos. Duval (2004b) afirma que desenvolver essas aptidões “depende de aquisições funcionais de diferentes sistemas que se requerem para a compreensão de todos os conhecimentos que ele deverá adquirir não somente na escola, mas depois dela (Duval, 2004b, p. 63-64, apud Hillesheim; Moretti, 2020, p.15). Em Santos; Trevisan; Trevisan (2022, p. 4), também corroborando com a teoria de Raymond Duval, é destacado que “aprender Geometria é uma atividade cognitiva complexa, pois necessita sempre da condução de dois registros de representações muito diferentes, a visualização e a linguagem”.

Partindo deste panorama buscamos com a pesquisa desenvolver estratégias de ensino sob a perspectiva dos elementos para aprendizagem de Geometria presentes na TRRS de Raymond Duval permeada por uma didática lúdica. Com o propósito de diminuir dificuldades de aprendizagem e favorecer o processo de visualização em Geometria. Santos (2016) descreve

a ludicidade como um instrumento potencializador para a aprendizagem, que destaca e desenvolve elementos como: criatividade, raciocínio e motivação. Isto posto, durante o processo de realização da pesquisa, em uma de suas fases, desenvolvemos a elaboração/produção de uma Literatura Infantil, nosso Produto Educacional. Uma ferramenta a ser utilizada no âmbito da investigação. Mas também com o propósito de apresentar/demonstrar aos leitores novas formas de visualizar as figuras. Estas, pela perspectiva da TRRS, buscando ir além dos contornos e formas imediatamente identificáveis.

Assim partimos do contexto de estudo que nos mobilizou a seguinte indagação: “quais os impactos do uso de uma Literatura Infantil como recurso pedagógico na aprendizagem de conceitos geométricos, com foco nos processos de visualização e representação de figuras, segundo a teoria de registros de representação semiótica de Raymond Duval, em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental?”

Nesse âmbito consideramos a seguinte hipótese: uma Literatura Infantil que contemple os elementos da TRRS para aprendizagem de Geometria pode favorecer o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Segundo Hillesheim e Moretti (2020, p.17), “o desenvolvimento do pensamento geométrico transcende a Geometria como uma disciplina escolar, ela possibilita uma maior conexão com as demais disciplinas curriculares e na relação com o ambiente cultural e social”.

A TRRS para o processo de ensino e aprendizagem de Geometria apresenta particularidades únicas, possibilita ensinar Geometria a partir de elementos essenciais, que proporcionam um olhar próprio sobre a forma de ver as figuras, uma multiplicidade de registros para um mesmo objeto matemático (Santos; Trevisan; Trevisan, 2022). Contudo os problemas abordados na Geometria, em sua maioria, dispõem de figuras geométricas que nem sempre são vistas como deveriam. Ou ainda, são elaboradas sem favorecer a possibilidade de diferentes visualizações, tão importantes no processo de ensino e aprendizagem, impedindo, dessa forma, o avanço do aluno.

Nesse contexto observa-se que a Geometria da forma como é ensinada muitas vezes prioriza uma percepção das figuras que se baseia em identificar seus contornos, não tratando de uma abordagem mais reflexiva da figura. Esse olhar em Geometria é chamado por Duval (2022) de olhar icônico. Já quando ocorre mudanças na dimensão da figura, adicionando elementos para transformação dessas figuras, possibilitando visualizar novas propriedades, tem-se o olhar não-icônico. O desenvolvimento cognitivo da habilidade para esse olhar é que irá potencializar e promover o “olhar matemático” no educando.

Dito isso, a TRRS propõe uma abordagem de ensino envolvendo elementos que favorecem a tomada de consciência em Geometria, sendo estes: os olhares, as apreensões e a desconstrução dimensional. Esses elementos visam potencializar o modelo de aprendizagem e o raciocínio geométrico.

A elaboração do Produto Educacional - PE, para um livro de Literatura Infantil com base no aporte teórico da TRRS de Raymond Duval, traz uma trama que envolve uma narrativa ficcional e de aventura, com personagens ícones da fauna mato-grossense. Apresentando e “desenhando” a teoria, explora elementos e propriedades permeados por desafios que vão sendo solucionados pelos personagens ao longo do enredo. Nessa perspectiva, por meio do Produto Educacional, almejamos despertar nos alunos maior interesse e curiosidade pelo tema, levando-os a conjecturar hipóteses e estabelecer relações, aprendendo novos conceitos e desenvolvendo a cognição para habilidades Matemáticas. Trabalhar a Literatura Infantil nessa fase de estudo dos alunos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, é de extrema importância, pois as histórias infantis são tidas como elementos de ludicidade, capazes de promover motivações, inspirações e entendimento de certos conceitos. Para Smole, (2007) relacionar a Literatura Infantil nas aulas de Matemática, promove uma mudança no ensino tradicional da Matemática, visto que os educandos exploram a Matemática e a história ao mesmo tempo tornando as aulas mais interessantes.

Diante do exposto e sob a perspectiva da proposta de pesquisa, o Produto Educacional foi elaborado e produzido como uma ferramenta interdisciplinar de cunho lúdico. Ao qual, incorreu no auxílio do ensino de Geometria sob a perspectiva da TRRS de Raymond Duval. Para a intervenção da prática docente, selecionamos uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental. O Produto Educacional possibilitou ver e trabalhar a Geometria sob uma nova perspectiva, estimulando e ampliando o “olhar matemático”, este, dito como necessário para o desenvolvimento do pensamento geométrico. A afinidade e experiência de atuação da pesquisadora em turmas de 5º ano do Ensino Fundamental, foram preponderantes para escolha e definição no nível de escolaridade a ser pesquisado.

Dessa forma, o objetivo geral da pesquisa possibilitou analisar processos de ensino e aprendizagem na visualização e exploração das figuras Geométricas. A partir da relação entre os elementos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e a Literatura Infantil em uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental. Para isso definimos alguns objetivos específicos que delinearam o percurso da pesquisa, dentre os quais:

-Explorar didáticas de ensino de Geometria sob a perspectiva da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval;

- Contribuir com o processo de visualização e exploração de figuras geométricas nos anos iniciais do Ensino Fundamental;
- Compreender potencialidades do uso de uma Literatura Infantil na promoção da aprendizagem de conceitos matemáticos/geométricos pautados nos elementos da TRRS;
- Promover um Produto Educacional de cunho lúdico, pautado em Literatura Infantil que auxiliasse nas práticas pedagógicas para o ensino de Geometria, favorecendo o desenvolvimento do olhar matemático sobre as figuras;
- Utilizar o Produto Educacional desenvolvido em contexto real de ensino para validação com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental.

Nas primeiras fases da pesquisa realizamos um levantamento bibliográfico para mapear publicações que contemplassem a TRRS nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental associado à Literatura Infantil. Definimos a metodologia da pesquisa através da abordagem qualitativa em educação Matemática. O estudo qualitativo, é caracterizado pelo estudo de objetos que permitem conhecimento amplo e detalhado da situação ou contexto que será explorado, Gil (2008).

No que diz respeito a natureza da pesquisa, esta, pautou-se na pesquisa aplicada, pois diante do levantamento do problema de pesquisa propõe-se a aplicação de estratégias que irão corroborar em possíveis avanços na aprendizagem. Gil (2008,) define como característica fundamental o interesse na aplicação, viabilizando testes práticos permeados por aportes teóricos. Para o tipo de pesquisa relacionado aos objetivos e propósitos, adotamos a pesquisa exploratória e descritiva.

A pesquisa exploratória possibilita “aumentar o conhecimento do pesquisador sobre os fatos, permitindo a formulação mais precisa de problemas, criar novas hipóteses e realizar novas pesquisas mais estruturadas” (Oliveira, 2011, p. 20). Segundo Gil (2022), a pesquisa descritiva tem como função, investigar e descrever a partir das técnicas e coleta de dados analisados na pesquisa.

O Projeto de Pesquisa¹, assim como o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) para os pais e o Termo de Anuência Livre e Esclarecida (TALE) para os alunos (apêndices), para a obtenção das devidas autorizações, foram previamente aprovados pelo Comitê de Ética em Pesquisa-CEP. O que possibilitou a continuidade da pesquisa, a realização

¹Aprovado pelo Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAAE), número 75914223.4.0000.8097, assim como o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e o Termo de Anuência Livre e Esclarecida (TALE).

da intervenção na Prática Docente Supervisionada (disciplina obrigatória do programa), e a culminância da presente dissertação.

Assim, a coleta e análise de dados se fez mediante a Prática Docente Supervisionada, que partiu de uma abordagem com Questionário Diagnóstico (apêndice). Com o propósito de verificar, o nível de conhecimentos prévios que os educandos possuíam, acerca do modo de visualizações e tratamentos figurais. O questionário contou com perguntas abertas, assim os dados coletados possibilitaram melhor percepção para análise dos conhecimentos prévios dos educandos. Nos dias que seguiram, no percurso do planejamento da intervenção, apresentamos o Livro de Literatura Infantil, e exploramos as apreensões e aprendizagem adquirida. Por meio de atividades minuciosamente elaboradas, estas, foram dispostas por meio de um Material de Apoio (apêndice) aos professores, com abordagens que serviram de suporte para avaliação do Produto Educacional.

Para análise dos dados nos pautamos em elementos da Análise de Conteúdo de Bardin (1977). Definidas em três etapas; Pré-análise, Exploração do Material, e Tratamento dos Resultados. A autora descreve as categorias como uma técnica que visa “obter, por procedimento objetivos e sistemáticos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção dessas mensagens” (Bardin, 1977, p. 42).

A primeira fase de Pré-análise, a partir de Bardin (1977), Rodrigues (2019, p. 23), enfatiza que, “consiste em organizar o material a ser analisado, com o objetivo de torná-lo operacional, sistematizando as ideias iniciais”. Assim, prevê a leitura e escolha dos documentos a serem estudados, com seleção dos objetivos fundamentais ao desenvolvimento da análise.

Na segunda fase parte-se para a exploração do material. O tratamento se conceitua nas análises com redução dos dados pesquisados, escolha e seleção de excertos aos quais atendam aos objetivos da pesquisa.

Na terceira fase, ocorre o tratamento dos resultados, Bardin (1977, p. 69), enfatiza que “o objetivo é estabelecer uma correspondência entre o nível empírico e o teórico”, dessa forma fazendo inferências e interpretações através dos dados já selecionados no âmbito de validar a pesquisa, tornando-a significativa. Embasado em Bardin (1977), Rodrigues (2019, p. 31), reforça que, “o pesquisador deve realizar a interlocução dos dados com os conceitos balizados pelos aportes teóricos da pesquisa”.

Diante do exposto, a organização da presente dissertação segue subdividida em três seções, distribuídas da seguinte forma:

Seção I- Aporte teórico sob a perspectiva da TRRS de Raymond Duval, e a Conexão entre Matemática e Literatura, nessa seção detalhamos os elementos da TRRS para aprendizagem em Geometria, além das produções científicas que contemplam pesquisas para essa área de estudos. Bem como algumas especificidades da unidade temática Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, por meio de estudos realizados nos documentos que regem as diretrizes educacionais no Brasil e no estado: BNCC e DRC/MT. Além disso abordamos as contribuições de alguns autores, que embasam a conexão entre Matemática e literatura. Expomos, como a BNCC e DRC/MT abordam a literatura no processo de ensino e aprendizagem nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Seção II- Elaboração do Produto Educacional e Atividades do Material de Apoio aos professores, nessa seção explanamos sobre o processo de elaboração/criação da Literatura Infantil, nosso Produto Educacional, bem como as atividades produzidas dispostas em material de apoio, as quais geraram parte dos dados para análise e validação do Produto Educacional.

Seção III- Análise e interpretação dos dados, nessa seção, discorremos o desenvolvimento das atividades realizadas na prática docente supervisionada. As apreensões e os resultados da investigação, por meio da metodologia de Análise de Conteúdos de Bardin (1977).

Nas considerações finais, elencamos de forma concisa alguns pontos no percurso da pesquisa como, análise, resultado e interpretação dos dados sob o aporte do referencial teórico. Expondo a avaliação dos resultados buscando responder ao problema de pesquisa.

SEÇÃO I

1 ABORDANDO O ENSINO DE GEOMETRIA POR MEIO DA TRRS, INTEGRADA A LITERATURA INFANTIL

Nessa seção percorreremos a tríade, ao qual envolveu e fundamentou nossa pesquisa, destacadas para: a unidade temática de Geometria, a teoria que versa sobre Registos de Representação Semiótica e a Conexão entre a Literatura Infantil e a Matemática. Essa tríade divide-se em subseções, ressaltadas nos subtítulos: 1.2 “A Geometria e algumas especificidades em destaque”; 1.3 “Concepções da Teoria dos Registos de Representação Semiótica no que tange a Geometria”; e 1.4 “Literatura e Matemática”.

Inicialmente, discorreremos sobre o mapeamento que realizamos. Buscando identificar pesquisas que relacionaram a TRRS ao ensino e aprendizagem de Geometria e possibilidades do uso da Literatura Infantil como abordagem metodológica. Na sequência versamos sobre cada eixo composto na tríade supracitada.

Importa realçar que as ilustrações/representações que exemplificaram os elementos da teoria nessa seção, foram meticulosamente elaborados/criados em propositura de desafios, ao qual compuseram o livro de Literatura Infantil, produzido especificamente para a pesquisa. Para o nível e formato da obra, nosso Produto Educacional, buscamos atender ao público-alvo a que se destinou, sendo o 5º ano do Ensino Fundamental. Nessa perspectiva, cada desafio aqui ilustrado, apresenta junto a sua análise cognitiva no que se refere a mobilização de cada um dos elementos da TRRS, um quadro com as principais habilidades contempladas e que podem ser desenvolvidas.

1.1 Aprendizagem de Geometria, uma abordagem pela TRRS de Raymond Duval

Para darmos início a pesquisa buscamos conhecer e explorar estudos desenvolvidos por outros autores/pesquisadores e as inferências da Teoria dos Registos de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval, para aprendizagem Matemática. Em nosso caso em especial, aprendizagem de Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Diante dessa premissa, realizamos um levantamento bibliográfico, este com “propósito de fornecer fundamentação teórica ao trabalho, bem como a identificação do estágio atual do conhecimento referente ao tema” (Gil, 2023, p. 29).

Dessa maneira estabelecemos os seguintes questionamentos para investigação nesta fase do levantamento de pesquisas: o que os pesquisadores abordam como proposta de ensino e aprendizagem de Geometria utilizando a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, com especificidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental? Os elementos da TRRS para aprendizagem de Geometria são evidenciados como estratégias para explorar e favorecer os processos de visualização das figuras? Dentre essas abordagens é possível encontrar metodologias que correlacionem à Literatura Infantil a TRRS para o ensino e aprendizagem de Geometria?

1.1.1 TRRS nas produções científicas brasileiras com ênfase nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Identificamos pesquisas do tipo estado da arte que já haviam se preocupado em olhar para a TRRS. Encontramos três artigos, que contemplaram os anos de 1990 a 2015, essas pesquisas foram realizadas em diferentes períodos. Os artigos exploraram as contribuições de ensino e aprendizagem sob a perspectiva TRRS de Raymond Duval. No entanto, discorreremos breve análise com foco para a teoria dos registros voltados ao ensino e aprendizagem de “Geometria” nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Para os períodos de 1990 a 2005 temos o artigo intitulado “Registros de Representação Semiótica nas pesquisas brasileiras em educação Matemática: pontuando tendências”; de Colombo, Flores, Moretti (2008), para o período de 2006 a 2009 surge Brandt e Moretti (2014) com: “O Cenário da Pesquisa no Campo da Educação Matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica” e por fim no período de 2010 a 2015, o artigo nomeado: “O estado da Arte da Teoria dos Registros de Representação Semiótica na Educação Matemática”, por Pontes, Finck e Nunes (2017), os quais serão melhor detalhados a seguir.

O artigo de Colombo; Flores; Moretti (2008), transcorreu sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval para o ensino e aprendizagem da Matemática no Brasil. A pesquisa dos autores voltou-se para a análise de trinta trabalhos de pesquisa identificados no período. Essas pesquisas se apresentaram para os níveis de abrangência do Ensino Fundamental (Anos Iniciais e Finais), Ensino Médio, Ensino Superior e Formação de Professores. Destes, apenas sete, voltados aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, contudo nenhum com intercessão para o ensino e aprendizagem de Geometria, e/ou Literatura Infantil.

O artigo de Brandt e Moretti (2014), identifica e analisa cinquenta e seis trabalhos envolvendo a TRRS, assim definidos: vinte e cinco dissertações de mestrado, quatro teses de

doutorado, vinte comunicações científicas, apresentadas em eventos e sete artigos em periódicos. Os níveis de abrangência foram definidos para o Ensino Fundamental (Anos Iniciais e Finais), Ensino Médio, Ensino Superior e Formação de Professores. Observa-se que os níveis de abrangência se mantiveram os mesmos para os elencados por Colombo, Flores, Moretti, (2008).

No entanto ao mapear as pesquisas, observamos que apenas quatro, abordam o nível de escolaridade para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Contudo, nenhum voltado a unidade temática de Geometria, ou que contemplasse o uso de Literatura Infantil para ensino e aprendizagem.

Por fim o artigo de Pontes, Finck e Nunes (2017), realizou coleta de dados nos bancos de dados da CAPES- Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, da BDTD- Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Observou-se que nos 65 artigos investigados, cinco estão voltados aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, porém apenas três abordam a Geometria nessa fase de escolaridade, em Pirola (2012), Lino (2014) e Silva (2014). Contudo, nenhum destes versa sobre a Literatura Infantil como metodologia de ensino e aprendizagem para o eixo temático de Geometria.

Diante das pesquisas apresentadas iniciamos um estudo para análise de publicações realizadas no recorte temporal de 2016 a junho 2023². Esse período selecionado, se deve ao fato de já existirem revisões bibliográficas dos anos anteriores, conforme já transcrito.

Para tanto, foram selecionadas publicações, que abordam a TRRS voltada para o ensino e aprendizagem de Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Dito isso, a coleta de dados ocorreu nos bancos de dados da CAPES- Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, na BDTD- Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, e na Plataforma *Scielo- Scientific Electronic Library Online* e no *Google Acadêmico*. Sobre a importância desse levantamento bibliográfico Ferreira (2002) enfatiza que:

Sustentados e movidos pelo desafio de conhecer o já construído e produzido para depois buscar o que ainda não foi feito, de dedicar cada vez mais atenção a um número considerável de pesquisas realizadas de difícil acesso, de dar conta de determinado saber que se avoluma cada vez mais rapidamente e de divulgá-lo para a sociedade, todos esses pesquisadores trazem em comum a opção metodológica, por se constituírem pesquisas de levantamento e de avaliação do conhecimento sobre determinado tema (Ferreira, 2002, p. 259).

²Quanto ao mapeamento realizado nas pesquisas, para esse recorte temporal, publicamos um artigo intitulado: "Teoria dos Registros de Representação Semiótica: uma investigação em Geometria acerca de produções científicas brasileiras", **Revista Prática Docente**, [s. l.], v. 9, p. e24027, 2024. DOI: 10.23926/RPD.2024.v9.e24027.id918.

Nessa etapa da pesquisa, obtivemos como resultado um total de 1.848 periódicos, que abordaram a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Esse quantitativo apresenta-se nessa primeira fase de análise somente para os descritores: Teoria dos Registros de Representação de Raymond Duval.

Na segunda etapa de filtragem, incluímos novos descritores para eleger somente artigos que permeassem o estudo aproximando-se da temática de intenção de Pesquisa do Projeto. Assim integramos os descritores: “Geometria”, “Ensino Fundamental”, “Anos Iniciais”, “Literatura Infantil”.

Foram utilizados os operadores booleanos “OR”, que “recupera artigos que possuam qualquer dos termos pesquisados, tanto sozinhos como em conjunto” e “AND”, ao qual “recupera artigos cujos títulos ou temas contenham todas as palavras ou termos da pesquisa”, (Gil, 2023, p. 51). Dessa filtragem retornamos com os quantitativos descritos no Quadro 1, ao qual discorreremos breve descrição.

Quadro 1 - Resultado das publicações

BANCO DE DADOS	DESCRITORES				
	Teoria dos registros de representação/ Raymond Duval	Geometria	Ensino Fundamental	Anos Iniciais	Literatura Infantil
BDTD	61	16	6	5	0
CAPES	147	30	8	7	0
SCIELO	2	0	0	0	0
GOOGLE ACADÊMICO	1641	817	766	7	0

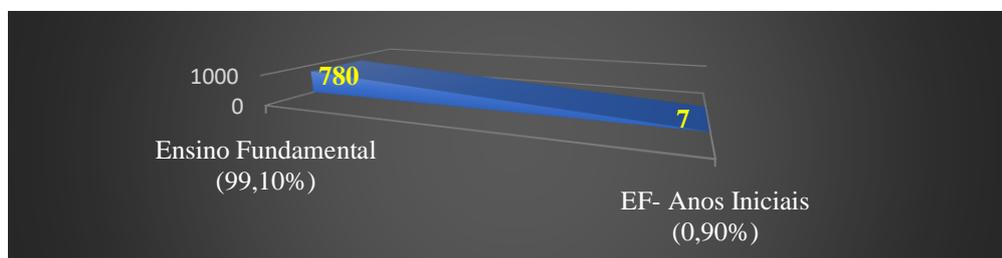
Fonte: dados da pesquisa, 2023.

Importante enfatizar que, para os resultados apresentados na coluna “Anos Iniciais”, alguns artigos se repetem por estarem publicados em três dos bancos de dados pesquisados.

A partir do detalhamento apresentado no Quadro 1, observamos que há muitas publicações que abordam a teoria de Raymond Duval, no entanto quando realizamos a filtragem adicionando a inclusão de descritores voltados ao tema de intenção de pesquisa obtivemos poucas publicações. Podemos verificar também que, não foi encontrado nenhuma publicação que envolvesse ou utilizasse a Literatura Infantil sob a perspectiva da TRSS de Raymond Duval, como metodologia de ensino e aprendizagem de Geometria.

O gráfico apresentado na Figura 1, mostra uma análise quantitativa quanto ao percentual de pesquisas envolvendo TRRS nos níveis de abrangência do Ensino Fundamental (anos iniciais e finais), e com intercessão a Geometria.

Figura 1 - Percentual por nível de abrangência



Fonte: dados da pesquisa, 2023.

Com base nos dados apresentados no gráfico da Figura 1, verificamos que apenas 0,90% das publicações voltam-se a TRRS para o ensino e aprendizagem de Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, não chegando nem mesmo a 1%. Este fato demonstra o déficit de pesquisas para a unidade temática de Geometria nessa fase de escolarização. Oliveira (2014, p. 87) enfatiza que “a Geometria no contexto escolar justifica - se, principalmente, por propiciar ao aluno o desenvolvimento de um modelo de raciocínio indispensável à sua formação”.

Após o mapeamento, através da leitura dos títulos e resumos verificando a relação com o tema proposto na pesquisa, selecionamos apenas sete dissertações. Estas correspondem aos 0,90% demonstrado na Figura 1- Percentual por nível de abrangência. As referidas dissertações seguem catalogadas no Quadro 2, ao qual discorreremos breve descrição. – Catalogação das publicações encontradas

Quadro 2 - Catalogação das publicações encontradas

SEQ.	TÍTULO	AUTOR/ANO	INSTITUIÇÃO	BANCO DE DADOS ³
01	Raymond Duval e suas contribuições para a promoção do desenvolvimento do pensamento geométrico na alfabetização: subsídios ao ensino da Geometria	Carvalho (2022)	Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG)	BDTD/ CAPES Google Acadêmico
02	O trabalho educativo com o software de Geometria dinâmica no quinto ano do ensino fundamental	Souza (2017)	Universidade Federal de Uberlândia (UFU)	BDTD/ CAPES/ Google Acadêmico
03	Ensino e aprendizagem de figuras planas e espaciais nos anos iniciais do ensino fundamental: um olhar à desconstrução dimensional das formas	Santos (2021)	Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT)	CAPES/ Google Acadêmico
04	O ensino de área de figuras planas nos livros Didáticos na transição dos Anos	Imafuku (2019)	Universidade Anhanguera de	CAPES

³Apresenta todos os bancos de dados ao qual encontram-se publicadas as respectivas dissertações.

	Iniciais para os anos Finais do ensino fundamental		São Paulo (UNIAN)	<i>Google Acadêmico</i>
05	Design metodológico para análise de atividades de Geometria segundo a teoria dos registros de representação semiótica	Sheifer (2017)	Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG)	BDTD/ CAPES <i>Google Acadêmico</i>
06	Reconfiguração e Matemática: um caminho para a aprendizagem de Geometria	Oliveira (2016)	Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)	BDTD/ CAPES <i>Google Acadêmico</i>
07	Análise e desenvolvimento de jogos digitais: a Matemática do ensino fundamental e seus registros de representação semiótica	Pereira (2020)	Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP)	BDTD/ CAPES <i>Google Acadêmico</i>

Fonte: dados da pesquisa, 2023.

No trabalho de Carvalho (2022), encontramos uma reflexão no que tange o desenvolvimento do pensamento geométrico, sob a perspectiva de Raymond Duval na alfabetização de crianças do 3º ano do Ensino Fundamental. Foi desenvolvido a construção de um livro, com desenhos feitos pelas próprias crianças intitulado: Há Geometria em todo lugar. Os desenhos produzidos partiram de ilustrações do livro de Carvalho (2019), que serviu como recurso base para as produções.

Para cada ilustração produzida pelos alunos, a autora faz uma análise dos aspectos da TRRS de Raymond Duval que mais eram contemplados nessas produções, assim destaca: o olhar botanista, agrimensor, inventor e as apreensões perceptiva, discursiva e operatória. Enfatiza que, as crianças aprendem características dos elementos presentes na Geometria, a partir de observações e comparações do seu cotidiano. Mas, afirma que é preciso abordar essas habilidades a partir das concepções e direcionamento da teoria de Raymond Duval, pois este contribui com o olhar reflexivo de professores e estudantes.

Souza (2017), aborda uma pesquisa com alunos do quinto ano do Ensino Fundamental analisando atividades implementadas no software de Geometria dinâmica, visando observar as visualizações, e os tipos de representações possíveis. Ainda desprende relações com os tipos de apreensões: sequencial, discursiva, operatória e perceptiva baseadas na teoria de Raymond Duval.

Para tanto, foi desenvolvida a seguinte sequência de atividades: exploração de conceitos iniciais da Geometria como, pontos e retas, desenhos livres no software, reconhecimento de polígonos pelo nome e medidas de ângulos, dentre outras. A pesquisadora relata que o software de Geometria Dinâmica possibilita o avanço no pensamento abstrato, podendo estimular os alunos para que aconteça uma evolução no seu pensamento geométrico. De modo geral o produto desempenhou um papel chave na aprendizagem da Geometria. Mostrou-se fundamental

para o desenvolvimento do pensamento cognitivo matemático, melhorando o aprendizado e o processo de visualização das figuras, resultante das atividades.

O trabalho de Santos (2021), apresenta uma proposta de pesquisa voltada ao ensino e aprendizagem de figuras planas e espaciais, com destaque para a desconstrução dimensional das formas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Também buscou através da análise de uma coleção de livros didáticos levantar elementos como os olhares, as apreensões e a desconstrução dimensional presentes nas atividades propostas, bem como investigação quanto ao uso de malhas.

A autora da pesquisa observa que há uma articulação entre os olhares e apreensões, mas há uma predominância do olhar icônico. Assim faltam atividades propostas para explorar mais o olhar inventor, esse olhar exige um maior nível de mudança nas figuras, revelando novas propriedades que não são dadas ao olhar de imediato. Há um destaque para o olhar inventor, pois este é considerado como essencial para o desenvolvimento do pensamento matemático e deve ser desenvolvido desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Quanto a desconstrução dimensional das formas notou-se, ao analisar uma coleção de livros didáticos que, há poucas atividades propostas, estas mudando apenas um nível de dimensão. Assim conclui-se que apesar dos pontos positivos encontrados, ainda há limitações no que tange a exploração das malhas para os elementos da TRRS, baseados nos olhares, apreensões e desconstrução dimensional. Desse modo, se faz necessário intensificar a abordagem dessa teoria, favorecendo a aprendizagem de Geometria.

Na dissertação intitulada: “O ensino de área de figuras planas nos livros Didáticos na transição dos Anos Iniciais para os anos Finais do ensino fundamental”, por Imafuku (2019), o objetivo foi estudar como áreas de figuras planas dispostas nos livros didáticos contemplam as possibilidades de apreensão explicitadas por Raymond Duval. Para a análise dos livros didáticos constatou-se que somente nos livros destinados aos quartos e quintos anos tratam de áreas e figuras planas, sendo abordados por meio de resolução de problemas.

Na análise das atividades a autora observa que a apreensão perceptiva foi a mais destacada e a apreensão operacional foi mobilizada em algumas atividades, assim como a apreensão discursiva. Dessa maneira, a autora conclui que é preciso uma maior mobilização com ênfase em atividades que possibilitem os processos de visualização, construção e raciocínio.

Em Sheifer (2017), o propósito da pesquisa apresenta-se para verificar os subsídios da TRRS para o ensino de Geometria e evidenciar em questões da Prova Brasil, se haveria ocorrências das proposições de Raymond Duval contemplados nessa área da Matemática. Dessa

forma, os resultados apontaram que a teoria se apresenta de forma superficial e incompleta, em algumas atividades alguns olhares e apreensões não são requeridos.

Oliveira (2016), em “Reconfiguração e Matemática: um caminho para a aprendizagem de Geometria”, propõe uma intervenção didática voltada aos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, com foco na experimentação de reconfigurações geométricas. A autora descreve que a didática apresentada se diferencia da tradicional, pois traz aspectos inovadores as práticas educativas abordadas em Matemática.

Para o desenvolvimento das atividades houve uma apresentação articulada dos conteúdos entre conhecimento científico e o pensamento lógico. Oliveira (2016, p.121) afirma que os resultados da intervenção didática propuseram “a compreensão de que um tratamento figural adequado pode transpor barreiras de aprendizagem”. A autora conclui que, a pesquisa abordando os elementos da teoria de Raymond Duval contribuíram significativamente ao desenvolvimento cognitivo do pensamento matemático dos alunos.

Pereira (2020), faz uma análise quanto a disponibilidade de jogos educacionais digitais e suas potencialidades para o ensino e aprendizagem de Matemática. A investigação buscou identificar elementos da TRRS presentes nos jogos. A pesquisadora apresenta um estudo realizado para 104 jogos, sendo 9% destes destinados ao ensino e aprendizagem de Geometria. Nas atividades propostas, a autora descreve que, são encontrados elementos da TRRS de Raymond Duval, no que tange a conversão de Registro na Língua natural para Registro Figural.

Assim, respondendo aos questionamentos levantados sobre: o que os pesquisadores abordam como proposta de ensino e aprendizagem de Geometria utilizando a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, com especificidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental? Podemos dizer que, as pesquisas em grande parte, concentram-se em analisar quais elementos se fazem presentes em atividades que envolvem desde jogos, atividades propostas em livros didáticos, e até em questões propostas na Prova Brasil.

Dentre as sete pesquisas selecionadas, observamos que apenas a pesquisa de Santos (2021) e Oliveira (2016) contemplam propostas de atividades produzidas especificamente no âmbito de explorar, elementos (pré-definidos) da TRRS para aprendizagem em Geometria. As demais pesquisas, exploram aspectos gerais da teoria, como diferentes registros, problemas de conversão e tratamento.

Em Santos (2021), a ênfase é dada a desconstrução dimensional das formas planas e espaciais. Em Oliveira (2016), ocorre a desconstrução dimensional das formas por meio da configuração e reconfiguração de polígonos. Quanto ao segundo questionamento: os elementos

da TRRS para aprendizagem de Geometria são evidenciados como estratégias para explorar e favorecer os processos de visualização das figuras? Vimos que os pesquisadores destacam resultados positivos para o ensino e aprendizagem de Geometria por meio da TRRS, além de proporem maior exploração e aplicabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Por fim respondendo ao último questionamento: dentre essas abordagens é possível encontrar metodologias que correlacionem à Literatura Infantil a TRRS para o ensino e aprendizagem de Geometria? Destacamos que, conforme apresentado na Quadro 1, não encontramos nenhuma publicação que relacionasse o ensino de Matemática a Literatura Infantil pautada na TRRS de Raymond Duval como metodologia de ensino nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Nem mesmo obras produzidas de forma intencional ou explícita que trouxessem em seu enredo elementos da TRRS para aprendizagem de Geometria. O que gera um caráter de ineditismo, tanto a nossa proposta de pesquisa, quanto a elaboração e desenvolvimento do livro de Literatura Infantil, nosso Produto Educacional.

Apesar de não termos aqui esgotado as possibilidades de identificar trabalhos abordando a temática de pesquisa, observamos que há poucos estudos para a aprendizagem de Geometria com enfoque na TRRS de Raymond Duval, especificamente para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Este fato demonstra o quão se faz necessário mais estudos e pesquisas que envolvam esse nível de abrangência, visto que essa metodologia de ensino “é essencial para o trabalho matemático e precisa ser desenvolvido desde as etapas iniciais de escolarização” (Santos, Trevisan, Trevisan, 2022, p.18). Tais evidências corroboram a motivação e relevância da pesquisa.

1.2 A Geometria e algumas especificidades em destaque

Com base nas experiências da prática cotidiana, percebemos as dificuldades dos alunos em reconhecer e diferenciar elementos fundamentais da geometria, assim como suas dimensões e nomenclaturas. Essas dificuldades podem ser advindas de diversos fatores, dentre os quais, a ausência de uma abordagem pedagógica que favoreça efetivamente os processos de visualização. A falta de estratégias didáticas eficazes, pode comprometer o ensino e por conseguinte a capacidade cognitiva dos alunos, tornando-se uma barreira no seu desenvolvimento e aprendizagem.

Diante do exposto, Kluppel, Brandt (2014, p. 117) destacam que, a Geometria é uma das questões que desafia a Educação Matemática, pois, “não existe um consenso quanto as propostas eficientes voltadas para seu ensino, tanto nas salas de aula do ensino regular quanto

nos cursos de formação inicial e continuada de professores”. Sob essa perspectiva, de acordo com Souza, Méricles Almouloud (2019), vários pesquisadores focam seus estudos voltados as dificuldades conceituais dos alunos na aprendizagem geométrica, também relacionando essa dificuldade a forma como a geometria é abordada.

Isto posto é evidente a necessidade de propostas de ensino dinâmicas e interativas que estimulem e potencializem a aprendizagem de Geometria desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Para isso, é necessário que o professor busque em sua formação continuada um saber pedagógico e curricular de Geometria, (Nacarato, Passos, 2003).

Sob esse viés, buscamos com nossa pesquisa, trazer um enfoque diferente da maneira tradicional de abordar a geometria. Com uma teoria ainda pouco explorada, onde apresenta uma metodologia inovadora e eficaz, ao qual favorece o desempenho na Geometria, por meio de elementos considerados essenciais para o avanço na aprendizagem.

Conforme destaca Duval (2018, p. 2), “o desafio maior do ensino de Matemática é fazer com que os alunos entrem na maneira de pensar e de trabalhar que é específica à Matemática”. Para Nacarato e Passos (2003, p. 37) “o ensino de Geometria não pode se pautar apenas na ênfase métrica ou no reconhecimento das figuras geométricas, como ocorre na maioria das escolas. O processo é muito mais amplo e complexo”. Diante das premissas, torna assim um elemento importante de ser problematizado, viando significativas melhorias educacionais tanto na pesquisa quanto na prática.

Previsto nos documentos educacionais oficiais que regem a educação brasileira, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a Matemática contempla cinco unidades temáticas, sendo: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas, Probabilidade e estatística. No que se refere a Geometria, a BNCC destaca que:

esse estudo associado a outras áreas possibilita aos estudantes o desenvolvimento das Competências Específicas da área de Matemática e Competências Gerais da Educação Básica. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes (Brasil, 2018, p. 271).

No entanto, Hillesheim; Anjos; Thiesen (2021) afirmam que, na abordagem proposta pela BNCC, para o ensino e aprendizagem de Geometria, não há perspectiva semiocognitiva, isto é, em que sejam consideradas variações de representações para um mesmo objeto, passando por pelo menos dois diferentes registros de representação. Assim, vislumbram a necessidade de repensar a estrutura curricular vigente para esse nível de ensino, para que possa favorecer o desenvolvimento do pensamento geométrico.

É importante entender como o educando interage e interpreta as representações geométricas, não só na sala de aula, mas em nosso cotidiano, pois a todo momento estamos utilizando conhecimentos geométricos em nossas atividades. Os parâmetros curriculares nacionais- PCN assim reforçam:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa, (Brasil, 1997, p. 39).

Podemos dizer que, estudar Geometria nos Anos Iniciais proporciona o desenvolvimento de duas importantes habilidades, primeiro, “à compreensão e exploração do nosso mundo, que significa a leitura das diferentes representações geométricas na vida cotidiana, a segunda diz respeito a mover-se melhor num determinado espaço” (Silva, Valente, 2013, p.194). Considerando também Duval (2022, p. 3), onde destaca que “a Geometria é o que exige atividade cognitiva mais completa, porque ela associa o gesto, a linguagem e o olhar. Nela é necessário construir, raciocinar e ver indissociavelmente”.

Conclui-se que, ter um bom embasamento geométrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental proporcionará uma melhor assimilação e compreensão de conteúdo, promovendo o desenvolvimento do pensamento geométrico. Dessa maneira, os educandos estarão melhor preparados para temáticas mais complexas, as quais serão vindouras nas próximas fases de escolarização.

1.2.1 Habilidades destacadas na BNCC e DRC/MT para o eixo temático de Geometria

Aqui, iremos expor as habilidades que direcionam e conduzem o ensino e aprendizagem nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e como estão organizadas. Pois estas apresentam-se em sequência dialógica iniciando entre as mais simples, avançando para as mais complexas. Esse fato, estabelece uma relação de dependência ou interdependência entre uma e outra.

O Quadro 3, apresenta as habilidades do 1º a 5º ano do Ensino Fundamental, para a unidade temática de Geometria, assim como os respectivos objetos de conhecimento. Em algumas habilidades o mesmo objeto de conhecimento relaciona-se a mais de uma habilidade. Nesse âmbito, para melhor compreensão dessa relação e otimização de espaço, selecionamos

as habilidades e os objetos de conhecimento nas colunas do Quadro 3, por colchetes com cores coincidentes.

Quadro 3 - Habilidades da unidade temática de Geometria dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Ano	Habilidades	Objeto de conhecimento
1º	<p>(EF01MA11) Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço em relação à sua própria posição, utilizando termos como à direita, à esquerda, em frente, atrás;</p> <p>(EF01MA12) Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço segundo um dado ponto de referência, compreendendo que, para a utilização de termos que se referem à posição, como direita, esquerda, em cima, em baixo, é necessário explicitar o referencial;</p> <p>(EF01MA13) Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico;</p> <p>(EF01MA14) Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos.</p>	<p>Localização de objetos e de pessoas no espaço, utilizando diversos pontos de referência e vocabulário apropriado.</p> <p>Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico.</p> <p>Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais.</p>
2º	<p>(EF02MA12) Identificar e registrar, em linguagem verbal ou não verbal, a localização e os deslocamentos de pessoas e de objetos no espaço, considerando mais de um ponto de referência, e indicar as mudanças de direção e de sentido;</p> <p>(EF02MA13) Esboçar roteiros a serem seguidos ou plantas de ambientes familiares, assinalando entradas, saídas e alguns pontos de referência;</p> <p>(EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico;</p> <p>(EF02MA15) Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.</p>	<p>Localização e movimentação de pessoas e objetos no espaço, segundo pontos de referência, e indicação de mudanças de direção e sentido.</p> <p>Esboço de roteiros e de plantas simples.</p> <p>Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características.</p> <p>Figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo): reconhecimento e características.</p>
3º	<p>(EF03MA12) Descrever e representar, por meio de esboços de trajetos ou utilizando croquis e maquetes, a movimentação de pessoas ou de objetos no espaço, incluindo mudanças de direção e sentido, com base em diferentes pontos de referência;</p> <p>(EF03MA13) Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras;</p> <p>(EF03MA14) Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações;</p> <p>(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices;</p> <p>(EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.</p>	<p>Localização e movimentação: representação de objetos e pontos de referência.</p> <p>Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento, análise de características e planificações.</p> <p>Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características</p> <p>Congruência de figuras geométricas planas.</p>
4º	<p>(EF04MA16) Descrever deslocamentos e localização de pessoas e de objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações como desenhos, mapas, planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, intersecção, transversais, paralelas e perpendiculares;</p>	<p>Localização e movimentação: pontos de referência, direção e sentido Paralelismo e perpendicularismo.</p> <p>Figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides);</p>

	(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais; (EF04MA18) Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de Geometria. (EF04MA19) Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de Geometria.	reconhecimento, representações, planificações e características. Ângulos retos e não retos: uso de dobraduras, esquadros e softwares. {Simetria de reflexão.}
5º	(EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas; (EF05MA15) Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros; (EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos; (EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais; (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.	Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano. Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características. Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos. Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes.

Fonte: dados da pesquisa, adaptado, BNCC (2018).

A DRC/MT (2018), apresenta uma relação de dependência entre as habilidades do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, o que pode promover ao educando uma aprendizagem simultânea para um conjunto de habilidades. Essas “habilidades estão organizadas na perspectiva de iniciar e/ou retomar um conhecimento e, posteriormente, ampliá-lo e consolidá-lo” (Brasil, 2018, p. 141). Importante que o professor tenha conhecimento dessa hierarquia, pois caso o aluno não tenha consolidado uma habilidade de iniciação, ele não conseguirá avançar ou ampliar sua aprendizagem para habilidades mais complexas.

Nesse sentido, quando o professor observa e compreende essa relação, poderá melhor articular e planejar metodologias e didáticas que oportunizem aprendizagens mais efetivas e significativas. O Quadro 4, apresenta dois blocos com a relação de dependência entre as habilidades da unidade temática de Geometria do 1º ao 5º do Ensino Fundamental.

Quadro 4 - Relação de dependência entre as habilidades Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Divisão	1º Ano	2º Ano	3º Ano	4º ano	5º Ano
Bloco 1	EF01MA11) Descrever a localização de pessoas e de objetos no	EF02MA12) Identificar e registrar, em linguagem verbal ou não verbal, a	EF03MA12) Descrever e representar, por meio de esboços de trajetos ou	EF04MA16) Descrever deslocamentos e localização de pessoas e de	EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações

	<p>espaço em relação à sua própria posição, utilizando termos como à direita, à esquerda, em frente, atrás; (EF01MA12)</p> <p>Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço segundo um dado ponto de referência, compreendendo que, para a utilização de termos que se referem à posição, como direita, esquerda, em cima, em baixo, é necessário explicitar o referencial;</p>	<p>localização e os deslocamentos de pessoas e de objetos no espaço, considerando mais de um ponto de referência, e indicar as mudanças de direção e de sentido; (EF02MA13)</p> <p>Esboçar roteiros a serem seguidos ou plantas de ambientes familiares, assinalando entradas, saídas e alguns pontos de referência;</p>	<p>utilizando croquis e maquetes, a movimentação de pessoas ou de objetos no espaço, incluindo mudanças de direção e sentido, com base em diferentes pontos de referência;</p>	<p>objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações como desenhos, mapas, planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, intersecção, transversais, paralelas e perpendiculares; (EF04MA18)</p> <p>Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de Geometria.</p>	<p>para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas; (EF05MA15)</p> <p>Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros;</p>
Bloco 2	<p>(EF01MA13) Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico; (EF01MA14) Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos.</p>	<p>(EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico; (EF02MA15) Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.</p>	<p>(EF03MA13) Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras; (EF03MA14) Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações; (EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo,</p>	<p>(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais; (EF04MA19) Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de Geometria.</p>	<p>(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos; (EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais; (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a</p>

			trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices; (EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.		proporcionalidade de entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.
--	--	--	--	--	---

Fonte: dados da pesquisa, adaptado, DRC/MT (2018).

Embora nossa pesquisa tenha como foco o público-alvo para o 5º ano do Ensino Fundamental, optamos por dar destaque nos Quadros 3 e 4, a habilidades que retomassem anos anteriores. Essa escolha justifica-se, pela relação de interdependência existente entre as competências e habilidades de aprendizagem. Dessa forma, estas habilidades não apenas articulam-se, como também são continuamente retomadas e aprofundadas, estando em constante construção no processo educativo, tornando-o mais eficiente e progressivo.

Ao observarmos especificamente a descrição das habilidades: “(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos” além da “(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais” (Brasil, 2018, p. 293); percebe-se que ambas dependem e necessitam da estimulação e desenvolvimento cognitivo nos processos de visualização. O que pode ser impulsionado por meio da mobilização dos olhares, apreensões e a desconstrução dimensional das formas. Dito isto inferimos que usar os elementos da TRRS em didáticas de ensino e aprendizagem, potencializará o pleno desenvolvimento dessas, e de demais habilidades que compõe o eixo temático de Geometria.

Trevisan (2022, p. 366) enfatiza que “a resolução de atividades geométricas necessita, em grande parte, do desenvolvimento de uma forma própria de olhar, que favoreça o ensino e a aprendizagem da Geometria”. Contudo “a figura por si só não pode representar todas as suas características, ela precisa de uma indicação verbal para ancorar a figura como representação

do objeto matemático” descreve Hillesheim, Moretti (2020, p. 8). Todavia em uma única atividade, o professor poderá estimular a mobilização dos olhares icônicos e não-icônicos: construtor e inventor, as apreensões perceptiva, sequencial, discursiva e operatória, assim como a desconstrução dimensional das formas. Nesse sentido Trevisan (2022) afirma que, cabe

aos professores preocuparem-se com o desenvolvimento de atividades que visem a aquisição desse olhar por parte dos alunos. Ensinar aos alunos a ver as figuras com este olhar matemático não é uma tarefa fácil, porém, compreendemos que tal ação pode ser potencializada a partir do reconhecimento da necessidade de se buscar atividades que visem proporcionar alternativas para avançar até essa forma de olhar (Trevisan, 2022, p. 366-367).

No próximo tópico detalharemos os conceitos que definem cada elemento da TRRS para aprendizagem em Geometria. Mais adiante, apresentaremos uma análise cognitiva para exemplos de atividades que foram elaboradas pelos próprios autores. Ao qual, intencionaram operar e mobilizar os diferentes elementos da TRRS na individualidade de cada proposta de desafio.

1.3 Concepções da TRRS no que tange a aprendizagem de Geometria

Iniciemos apresentando o precursor da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), Raymond Duval, que é filósofo, psicólogo de formação e professor emérito da *Université du Littoral Côte d'Opale* em *Dunkerque* na França. Desenvolveu pesquisas em psicologia cognitiva desde os anos 1970, oferecendo importantes contribuições para a área de Educação Matemática. A TRRS “tem sido divulgada em diversos países e publicada em várias línguas no Brasil é explícito o crescimento do número de pesquisas em Educação Matemática que se fundamentam nos trabalhos de Duval” (Freitas; Rezende 2013, p.13).

Duval (2013), afirma que as dificuldades de compreensão na Matemática não estão ligadas aos conceitos, mas a variedade de representações semióticas, ou seja, de interpretação que os objetos possuem. Para tanto, a TRRS se revela como intimamente ligada a face oculta da atividade Matemática. Em outras palavras, uma visão que não obtemos à primeira vista do objeto, este pode ser algébrico, fracionário ou figural. Esse modo de ver dependerá do desenvolvimento semiocognitivo que está implícito no pensamento matemático, “sem o desenvolvimento deste não podemos nem compreender e nem conduzir uma atividade Matemática” (Duval, 2013, p.18).

Ao voltarmos nosso enfoque ao tema de estudo e desenvolvimento da pesquisa, temos que o objeto figural na Matemática é traduzido, em grande parte, pela Geometria, e traz uma

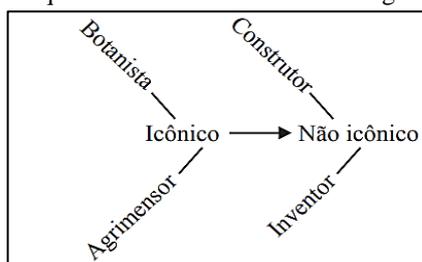
aprendizagem a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS). Estes envolvendo três elementos cognitivos, sendo: os olhares, as apreensões e a desconstrução dimensional das formas. A discussão destes três elementos, pode ser visto com algo complementar a Teoria dos Registros de Representação, direcionada exclusivamente a aprendizagem da Matemática, detalhado em Duval (2022). Esses três elementos são também tidos como, “elementos transversais” para aprendizagem de Geometria, assim definidos por Hillesheim; Moretti (2020), apoiados nas concepções de Raymond Duval. Essa transversalidade, refere-se ao desenvolvimento de capacidades intelectuais que avançam e que se articulam e “devem ser mobilizadas no desenvolvimento do trabalho didático-pedagógico para ver geometricamente” Hillesheim; Moretti (2020, p. 18).

Os olhares são classificados em icônicos e não-icônicos, estes são conceituados da seguinte maneira: nos olhares icônicos, temos o olhar botanista e agrimensor. Representam um reconhecimento comum, qualitativo, aparecem nas atividades cotidianas. Estão voltados mais especificamente para a observação do contorno das figuras e comparação entre semelhanças a objetos reais. Já o olhar não-icônico é categorizado como construtor e inventor, nestes há exigência que se tenha um conhecimento matemático, ao qual se faz de extrema importância para compreensão e resolução de problemas, atividades ou exercícios e demonstrações.

A Figura 2, representa as diversas maneiras de olhar uma figura. Passando de um modo a outro, indo do olhar botanista e agrimensor, partindo de uma visão mais superficial, a um olhar mais elaborado, o olhar inventor e construtor. Estes, que operam e modificam as figuras de forma a encontrar novas propriedades não dadas à primeira vista.

De acordo com Duval (2022, p. 9) “passar de uma maneira de ver a uma outra constitui uma mudança profunda de olhar, que frequentemente é ignorada no ensino. Pelo fato de que o funcionamento cognitivo envolvido para cada uma dessas quatro maneiras de ver não é o mesmo”.

Figura 2 - As quatro maneiras de olhar uma figura geométrica



Fonte: Moretti (2013, p. 293)

Moretti (2013), apresenta na Figura 2, o percurso que os olhares podem fazer, quando se explora uma figura geométrica. Os olhares não-icônicos (construtor e inventor) são extremamente requeridos em atividades geométricas escolares. Por isso, compõem um chamado olhar matemático, assim, esse modo de ver as figuras é essencial para aprendizagem de Geometria.

Trabalhando em paralelo aos diferentes olhares: icônicos e não-icônicos, temos, as apreensões e a desconstrução dimensional das formas. As apreensões se apresentam em quatro modos, sendo estas: perceptiva, discursiva, operatória e sequencial. A apreensão operatória subdivide-se em mereológica (heterogênea e homogênea), posicional e ótica. Esses elementos seguem organizados de forma detalhada no Quadro 5, ao qual exhibe os conceitos de cada elemento.

Quadro 5 - Elementos para aprendizagem em Geometria

Olhares	Ícônicos	Botanista	Reconhecimento das formas, faz comparações, diferencia quadrados de triângulos.	
		Agrimensor	Comparação de medidas sem a utilização de instrumentos de medida, representação em desenho assumindo um estatuto plano.	
	Não Ícônicos	Construtor	Construção de figuras com utilização de instrumentos de medida, ex: réguas, compassos.	
		Inventor	Adiciona traços na figura modificando-as para resolução de problemas, explora propriedades não dadas de imediato as figuras.	
Apreensões	Perceptiva	Reconhecimento imediato do contorno das figuras.		
	Operatória	Opera sobre as figuras, modificando-as para novas reconfigurações.	Mereológica: decompõe-se ou divide a figura em várias partes.	Heterogênea: partes diferentes. Homogênea: partes iguais.
			Ótica: ocorre aumento ou diminuição da figura, chamada imagem da figura.	
			Posicional: deslocamento ou rotação da figural.	
	Discursiva	Compreensão, interpretação das figuras com auxílio de enunciados, teoremas, proposições.		
Sequencial	Construção de figuras a partir de instruções, comandos, passo a passo.			
Desconstrução dimensional das formas Relação nD/mD	O denominador mD, refere-se ao espaço em que as figuras são construídas e nD, refere-se ao espaço real que as figuras ocupam no espaço, marcam o transitar entre as diferentes dimensões da figura. Visualização das unidades figurais referentes as atividades Matemáticas, assim temos: um retângulo 2D e a representação de sua altura 1D. A forma de olhar a figura opera na sua desconstrução, levando a novas possibilidades de exploração e identificação desta.			

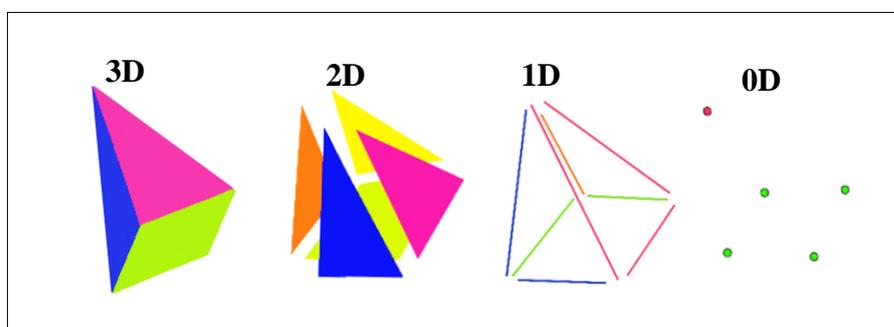
Fonte: elaborado pela autora com base em Scheifer (2017) e Duval (2005).

De acordo com Santos, Trevisan, Trevisan (2022, p. 6) “a desconstrução dimensional marca o transitar entre as diferentes dimensões da figura no trabalho geométrico”, esse gesto cognitivo configura-se como a maneira Matemática de vê-las. Para uma compreensão integral

de objetos geométricos, necessitamos a todo momento transitar entre essas diferentes dimensões, Duval (2022) chama de desconstrução dimensional das formas.

Para exemplificar, pautados em Santos, Trevisan e Trevisan (2022), ao qual descrevem que um cubo, para ser definido (compreendido) deverá ser decomposto em quadrados, polígonos que compõem as faces desse cubo. Ainda, seguindo com a decomposição dos quadrados, obteremos os segmentos de retas e estas podem ser decompostas em pontos. Em Duval (2022, p. 18) “a maneira Matemática de ver figuras consiste em decompô-las não importa qual forma discriminada, quer dizer reconhecida como uma forma $nD/2D$, em unidades figurais de um número de dimensões inferior à esta forma”. Dessa maneira, uma pirâmide de base quadrada (3D) decompõe-se em faces triangulares (2D), e base quadrada (2D), segmentos de reta (1D) e os pontos (0D), como demonstrado na Figura 3.

Figura 3 - Desconstrução dimensional pirâmide quadrangular⁴



Fonte: elaborado pela autora.

Dito isto, temos que, os elementos para aprendizagem em Geometria, proporcionam uma nova forma de olhar as figuras geométricas a partir de uma perspectiva inicialmente apresentada. O que promove um desenvolvimento para outro modo de enxergar propriedades específicas das formas geométricas que de primeira vista não se destacam. Hillesheim, Moretti, (2020), reforçam que essas maneiras particulares de olhar as formas geométricas precisam ser aperfeiçoadas, para que se possa ver matematicamente uma figura.

Importante enfatizar que, em qualquer atividade de Geometria proposta sob a perspectiva da TRRS, os elementos não aparecem de forma isolada. Eles relacionam-se e articulam-se, percorrendo por entre os diferentes olhares, apreensões e a desconstrução dimensional das formas. Esses elementos “se referem a um modo de conceber o processo de aprendizagem da Geometria, uma forma de adentrar nas maneiras de raciocinar em

⁴ Figura representada no livro de Literatura Infantil: DESCUBRA O PODER DE RADU E UM NOVO JEITO DE VER: através do olhar fascinantes descobertas, p. 6.

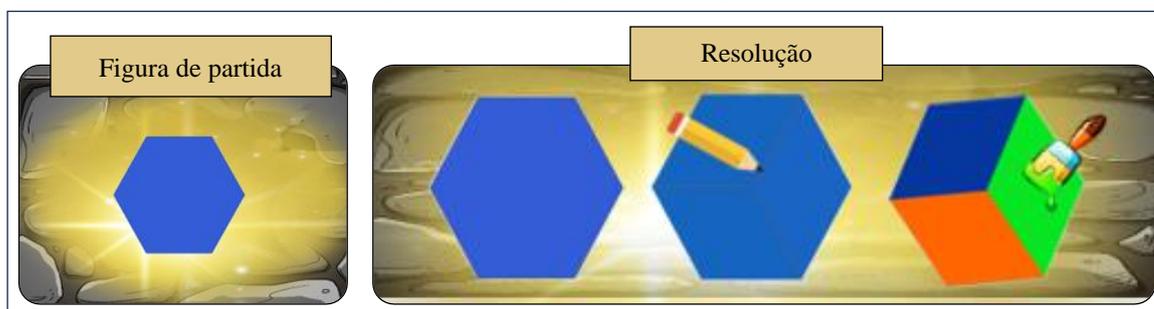
Geometria” (Hillesheim; Moretti, 2020, p. 15). Sob essa perspectiva apresentaremos alguns “modelos de atividades”⁵, elaborados pelos autores, que exemplificam a mobilização/articulação dos elementos da TRRS.

Destaca-se que, a forma como a atividade é mobilizada definirá a maneira de ver a figura, de acordo com Duval (2022). Sob o contexto descrito, nos exemplos que seguirão, os desafios emergem de uma figura de partida, e seguem com posterior resolução.

A forma de abordagem, por meio de “desafios”, para conhecer e adentrar nas particularidades acerca dos elementos da TRRS, suscitam ao leitor, um estímulo e desenvolvimento cognitivo no processo de visualização das figuras. Aguçando a imaginação, criatividade e raciocínio lógico.

A Figura 4, propõe a visualização/descoberta de uma figura 3D (cubo), partindo de um hexágono, uma figura 2D.

Figura 4 - Cubo a partir do Hexágono⁶



Fonte: elaborado pela autora.

De acordo com Duval (2022, p. 5), “a compreensão dos conteúdos só pode ser construída a partir de uma sinergia entre visualização e linguagem”. Nessa perspectiva a proposta é conduzida pela observância do seguinte enunciado: A partir dessa forma bidimensional (hexágono, figura de partida), podemos visualizar também uma figura tridimensional. E ela representa exatamente metade das faces totais visíveis de um sólido geométrico. Imaginem como seria, esta figura tridimensional acrescentando um único vértice e três segmentos de reta, representando suas arestas⁷.

⁵As propostas de atividades apresentadas, nessa seção, seguem como modelos e compõem o rol de desafios elaborados para o livro de Literatura Infantil, intitulado: “DESCUBRA O PODER DE RADU E UM NOVO JEITO DE VER: através do olhar, fascinantes descobertas” (em anexo). Obra elaborada especificamente para a pesquisa. As atividades foram minuciosamente pensadas e produzidas de forma a contemplar os elementos da TRRS de Raymond Duval.

⁶Desafio proposto no livro, nosso Produto Educacional, p. 26-28.

⁷Fragmento do livro, p. 27.

Para a análise cognitiva no que se refere aos elementos da TRRS, mobilizados no desafio apresentado, iniciamos expondo o percurso dos processos de visualização. Com ocorrência da passagem do olhar icônico botanista que trata do reconhecimento imediato da forma, ou seja, identificando-a como um hexágono, evolui ao olhar não-icônico inventor (adiciona traços) e construtor (utilização da régua na construção). Esses olhares vão articulando-se as apreensões perceptiva (reconhecimento do contorno), discursiva (compreende a atividade por meio do enunciado) e operatória (modifica a figura para nova reconfiguração).

O desafio mostra a possibilidade, a partir de uma figura bidimensional - o hexágono regular 2D/2D⁸, modificações para visualização dos contornos e faces visíveis de uma figura tridimensional - o cubo 3D/2D. Essa modificação ocorre ao adicionar um vértice 0D/2D no centro da circunferência que circunscreve o hexágono, e três segmentos de reta 1D/3D, representando as arestas.

Dessa forma, surgem novos elementos e propriedades com a modificação da figura. A visualização marca o transitar entre as diferentes dimensões 2D→3D. No desafio, para o polígono 2D/2D, a desconstrução é dada para formar o cubo 3D/2D, nessa passagem, chegando até a resolução da atividade, o olhar transita entre as dimensões 2D→0D→1D→3D.

O Quadro 6, apresenta uma síntese dos elementos mobilizados no desafio exemplificado.

Quadro 5 - Síntese dos elementos da TRRS mobilizados no desafio

Olhares	Icônico	Botanista
	Não-icônico	Inventor Construtor
Apreensões	Perceptiva	
	Discursiva	
	Operatória	
Desconstrução dimensional das formas 2D→0D→1D→3D		

Fonte: elaborado pela autora.

No Quadro 7, elencamos as habilidades desenvolvidas em consonância aos elementos da TRRS, para o desafio proposto. É possível observar que a abordagem das habilidades do 5º ano, retoma habilidades para níveis escolares que o antecedem. Essa conexão retrata a relação de dependência entre as habilidades, conforme explicitado no tópico 1.2 (Habilidades destacadas na BNCC e DRC/MT para o eixo temático de Geometria).

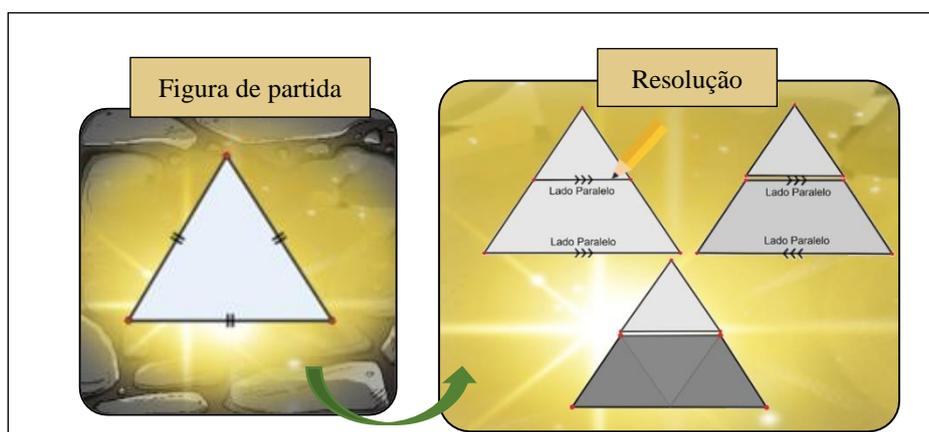
⁸A representação mostra a relação (nD/mD), em que: as dimensões se referem ao espaço real que as figuras ocupam no espaço (nD), e o espaço em que as figuras são construídas (mD), como descrito no Quadro 5.

Quadro 6 - Habilidades mobilizadas no desafio

Habilidades	Objetos de Conhecimento
(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características.
(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.	Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.
(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.	Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.

Fonte: dados da pesquisa.

Na Figura 5, dispomos um exemplo de atividade/desafio presente no Produto Educacional, que permite a mobilização/articulação em especial da apreensão operatória mereológica: heterogênea e homogênea. Nesta, o olhar botanista evolui para olhar inventor e construtor articulando as apreensões perceptiva, discursiva. O enunciado parte do seguinte discurso: como poderia a partir desse triângulo equilátero obtermos duas figuras, de forma que permaneça uma com os três vértices, mas a outra tenha quatro vértices com um único par de lados paralelos?⁹

Figura 5 - Decomposição em triângulo e trapézio¹⁰

Fonte: elaborado pela autora.

Para resolução é preciso, adicionar um segmento de reta 1D/2D na horizontal, mobilizado pelo olhar inventor, para surgir um novo triângulo equilátero 2D/2D e um trapézio isósceles 2D/2D. A partir da inserção do segmento nos pontos médios 0D/2D do triângulo, é

⁹Fragmento do livro p. 29.

¹⁰Desafio proposto no livro , p. 29-30.

possível verificar que a base do triângulo terá exatamente a metade da base inferior do trapézio. Pois, assim teremos as condições do chamado, Teorema da base média de um triângulo¹¹.

Essa resolução desvela a mobilização da apreensão operatória mereológica heterogênea, quando a modificação dá origem ao triângulo menor e o trapézio, ou seja, as partes obtidas não têm a mesma forma que o todo original. E homogênea no surgimento dos quatro triângulos, ou seja, as partes obtidas têm a mesma forma que o todo. De acordo com Duval (2012, p. 125), modificando a figura podemos “dividi-la em partes que sejam como várias subfiguras, incluí-la em outra figura de modo que ela se torne uma subfigura”.

A desconstrução dimensional perpassa as dimensões: $2D \rightarrow 1D \rightarrow 2D$. Ao final ainda é possível ver não quatro triângulos quaisquer, mas, quatro triângulos equiláteros, onde podemos verificar a congruência fazendo a sobreposição¹². Para demonstrarmos a sobreposição, realizamos construção da animação no *software* GeoGebra, além de disponibilizarmos o *Qr Code* no livro de Literatura Infantil, segue o *link* em destaque no final desta página.

Na Figura 6, também é possível acessar a página, por meio do Qr Code em destaque.

Figura 6 - Qr Code com sobreposição dos triângulos



Fonte: Elaborado pela autora, em canva.com.

Apresentamos no Quadro 8, síntese dos elementos mobilizados no desafio, e no quadro 9 as habilidades correspondentes.

Quadro 7 - Síntese dos elementos da TRRS mobilizados no desafio

Olhares	Ícônico	Botanista
	Não Ícônico	Inventor
Apreensões		Construtor
	Perceptiva	
	Discursiva	

¹¹O teorema da base média é um teorema da Geometria Plana. Destaca-se que, em qualquer triângulo, o segmento que une os pontos médios de dois lados é paralelo ao terceiro lado e tem como medida a metade da medida deste lado (Magalhães, 2013).

¹²Animação com sobreposição dos triângulos, disponível no link: <https://www.geogebra.org/m/zzwxk8ck>.

	Operatória	Mereológica	Homogênea/Heterogênea
Desconstrução dimensional das formas 2D→1D→2D			

Fonte: elaborado pela autora.

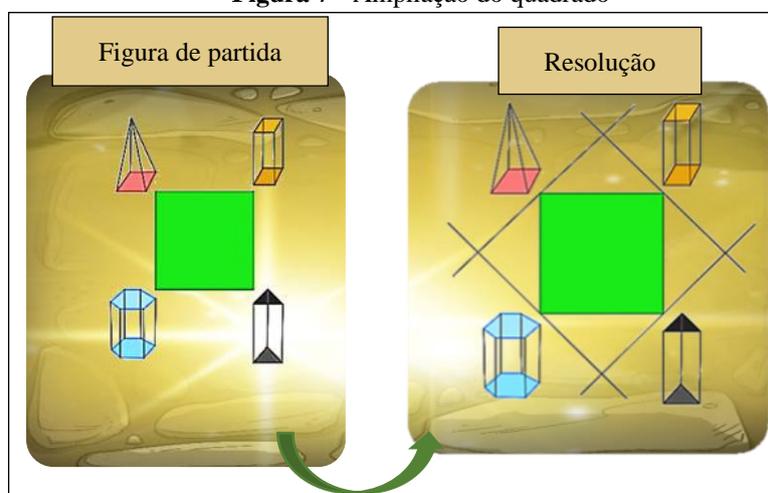
Quadro 8 - Habilidades mobilizadas no desafio

Habilidades	Objetos de Conhecimento
(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.	Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.
(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.	Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes
(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.	Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.
(EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.	Congruência de figuras geométricas planas

Fonte: dados da pesquisa.

O problema apresentado na Figura 7, destaca a mobilização do olhar agrimensor em articulação a outros elementos da TRRS. Os olhares avançam do icônico botanista e agrimensor ao não-icônico, inventor e construtor. Para a resolução do desafio parte-se do seguinte enunciado: Como poderia dobrar o tamanho do quadrado da área do meu gramado, de forma que ele ainda permaneça um quadrado? [...os sólidos geométricos já construídos e posicionados a sua volta não poderão ser removidos do lugar.]¹³.

Figura 7 - Ampliação do quadrado¹⁴



Fonte: elaborado pela autora.

¹³Fragmento do Livro de Literatura Infantil, p. 31.

¹⁴Desafio proposto no livro, p. 31-33.

Para resolução do problema - ampliação do terreno (gramado) é preciso lançar o olhar sobre os espaços entre os sólidos geométricos em destaque, adicionando segmentos paralelos nos vértices do quadrado menor 2D/2D. Como mostra a Figura 7. Em Duval (2022, p. 7) “as tarefas específicas dessa entrada consistem em propor atividades que exigem a passagem de uma escala de grandeza a outra”.

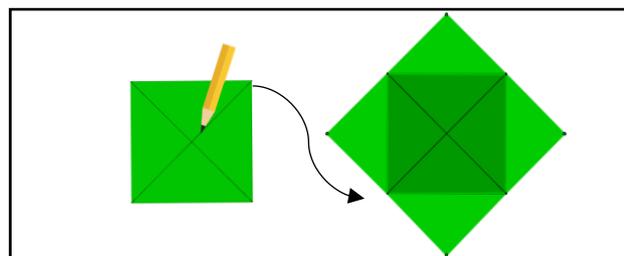
Articulando-se as apreensões perceptiva e operatória, ao adicionar os segmentos mobilizados pelos olhares inventor e construtor, forma-se um quadrado maior rotacionado. Para testar/comprovar a resolução, é preciso fazer as representações mentais das hipóteses transferindo-as para o plano do papel, sendo também uma ação essencial a atividade cognitiva do pensamento, de acordo com Duval (2012). No âmbito de evidenciar que a ampliação ocorre para o dobro do tamanho, algumas possibilidades são mostradas. Trevisan (2022), descreve essas medidas como um processo de construção de provas empíricas e teóricas.

Sobre as prova empíricas afirma ser

uma argumentação que se utiliza procedimentos de experimentação, ou seja, que vise a constatação da verdade de uma dada propriedade e que se sustente no manuseio de materiais manipuláveis, na construção de figuras, ou seja em ambiente computacional ou através do uso de lápis e papel (Trevisan, 2022, p. 359).

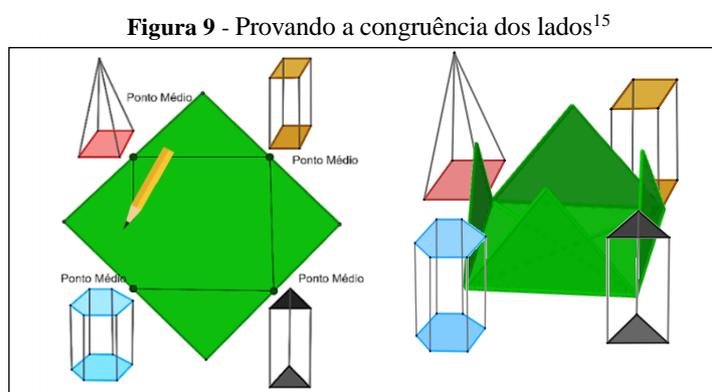
Já as provas teóricas, Trevisan (2022, p. 359), enfatiza tratar-se da “constatação da verdade de uma proposição por meio de elementos teóricos matemáticos, ou seja, pautada em conceitos, definições, proposições e teoremas”. Pois bem, diante das perspectivas apresentadas, a primeira evidência é dada ao dividirmos o quadrado, traçando segmentos de retas 1D/2D perpendiculares, configurando quatro triângulos isósceles 2D/2D congruentes. Estes poderiam ser duplicados e rotacionados para os lados externos do quadrado menor. Assim a ampliação é atestada pelo acréscimo do dobro de triângulos congruentes. Como demonstra a Figura 8.

Figura 8 - Divisão do quadrado em triângulos congruentes



Fonte: elaborado pela autora.

Outra possibilidade é mostrada, na Figura 9. Marcando os pontos médios 0D/2D nos lados do quadrado inicial, traçam-se segmentos ligando os quatro pontos, formando o quadrado menor.



Fonte: elaborado pela autora, no *software* GeoGebra.

A partir de então é possível dobramos os triângulos formados nas extremidades, unindo os vértices no centro do quadrado, mostrando a congruência dos triângulos formados. A visualização marca o transitar entre as dimensões $2D \rightarrow 0D \rightarrow 1D \rightarrow 2D$. A desconstrução é dada pelo acréscimo dos segmentos suplementares, além da decomposição e sobreposição. No âmbito de demonstrarmos a sobreposição, realizamos construção da animação no *software* GeoGebra. Além disso, disponibilizamos o *Qr Code* no livro de Literatura Infantil, bem como o *link* em destaque ao final desta página.

Na Figura 10, é possível acessar a referida página, por meio do *Qr Code* em destaque.

Figura 10 - Qr Code com sobreposição de ampliação do quadrado



Fonte: Elaborado pela autora, em canva.com.

O Quadro 10, apresenta síntese dos elementos da TRRS, mobilizados na proposta de desafio. Na sequência, no Quadro 11, destacamos as habilidades articuladas aos elementos e desenvolvidas no desafio.

¹⁵Animação da ampliação por dobradura e sobreposição, disponível em: <https://www.geogebra.org/m/fz3bggvw>.

Quadro 9 - Síntese dos elementos da TRRS mobilizados no desafio

Olhares	Icônico	Botanista
	Não Icônico	Agrimensor
Apreensões		
Perceptiva		
Operatória		
Desconstrução dimensional das formas 2D→0D→1D→2D		

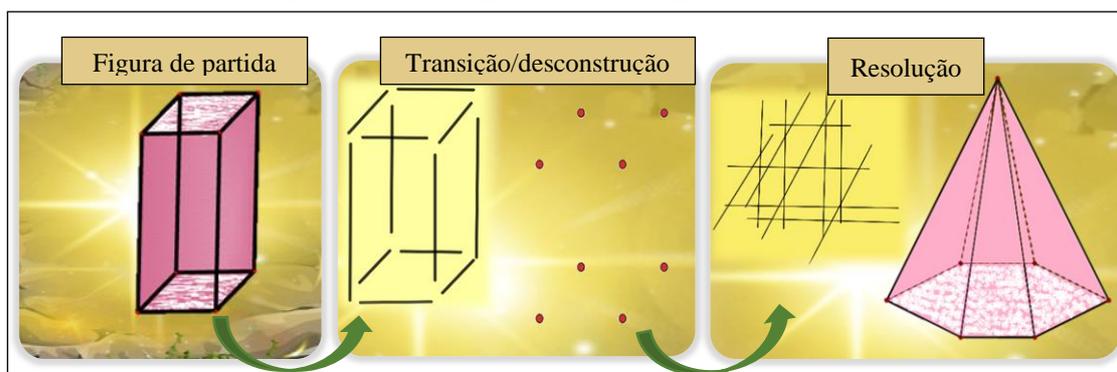
Fonte: elaborado pela autora.

Quadro 10 - Habilidades mobilizadas no desafio

Habilidades	Objetos de Conhecimento
(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.	Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.
(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.	Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.
(EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.	Congruência de figuras geométricas planas.

Fonte: dados da pesquisa.

A Figura 11, desencadeia a possibilidade de reconfiguração/modificação da figura, mantendo as características de alguns elementos e a dimensão 3D/2D. Nessa proposta o paralelepípedo (prisma de base quadrada) é desconstruído para construção de uma outra figura 3D, a pirâmide de base hexagonal. Para isso, parte-se do seguinte enunciado: Construa outro sólido geométrico utilizando os segmentos de reta desse prisma. Deverá ter uma única base, mas com a mesma quantidade de arestas. As faces também deverão permanecer planas¹⁶.

Figura 11 - Reconfiguração de uma figura 3D em outra 3D¹⁷

Fonte: elaborado pela autora.

¹⁶Fragmento do Livro de Literatura Infantil, p. 34.

¹⁷Desafio proposto no livro, p. 34-36.

A desconstrução do paralelepípedo 3D/2D pela transição 3D→1D→0D, é reconfigurado para surgir na mesma dimensão, a pirâmide hexagonal 3D/2D. Nessa construção, as dimensões transitam entre 0D→1D→2D→3D. Esse modelo de desafio/atividade proposta, possibilita fortemente o desenvolvimento da maneira Matemática de olhar as figuras, Duval (2014) descreve ser necessário

[...] ensinar os alunos a verem figuras como os matemáticos as veem, pois esta condição é essencial para a aquisição de conhecimentos em Geometria e para torná-los capazes de utilizá-los em outra situação. Concretamente isso significa que é necessário, primeiramente, fazer com que os alunos passem da *maneira natural de ver as figuras*, que consiste em um reconhecimento perceptivo imediato de contornos fechados 2D, à maneira Matemática de olhá-las que, ao contrário focaliza retas e segmentos 1D e ponto de intersecção 0D. Isso leva a ver uma rede de retas subjacentes às diferentes formas 2D reconhecidas em primeiro olhar (Duval, 2014, p. 15, grifos do autor).

Nesta proposta, as apreensões perceptiva, discursiva e operatória articulam-se promovendo o avanço do olhar botanista ao inventor. Os elementos e propriedades que compõe a figura inicial e a figura reconfigurada possibilitam análises e comparações, com percepção de similaridades e diferenças. O leitor perceberá que, se manteve a quantidade de arestas 1D/2D, mas com redução de um vértice, que de oito passam a ser sete. As faces, mantiveram-se planas, mas mudaram seus contornos, de retângulos e quadrados 2D/2D para triângulos e hexágono 2D/2D.

O Quadro 12, apresenta síntese dos elementos da TRRS, mobilizados na proposta de desafio. Na sequência, no Quadro 13, destacamos as habilidades articuladas aos elementos e desenvolvidas no desafio.

Quadro 11 - Síntese dos elementos da TRRS mobilizados no desafio

Olhares	Icônico	Botanista
		Agrimensor
	Não-icônico	Construtor
		Inventor
Apreensões	Perceptiva	
	Discursiva	
	Operatória	
Desconstrução dimensional das formas 0D→1D→2D→3D		

Fonte: elaborado pela autora.

Quadro 12 - Habilidades mobilizadas no desafio

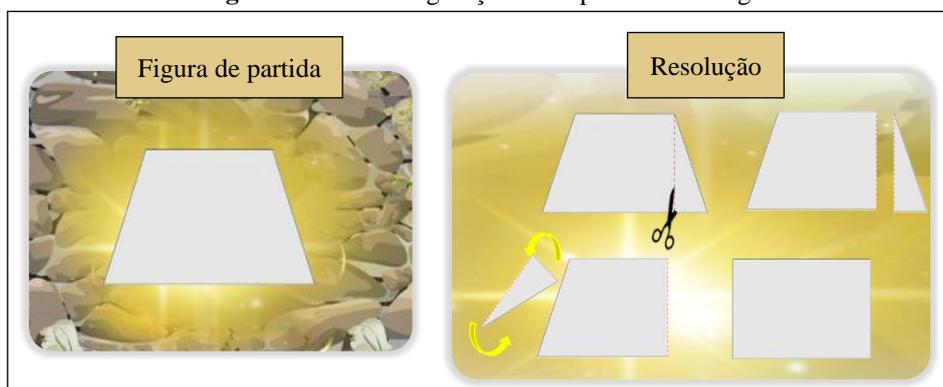
Habilidades	Objetos de Conhecimento
(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.	Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.

(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.	Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.
(EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.	Congruência de figuras geométricas planas

Fonte: dados da pesquisa.

O desafio apresentado na Figura 12, traz um modelo de desconstrução e reconfiguração por recorte, ao qual é conduzido pelo enunciado: Vamos retomar o trapézio isósceles do segundo desafio, [...] como poderia configurá-lo para que ainda permanecendo um quadrilátero obtenha os quatro ângulos retos?¹⁸

Figura 12 - Reconfiguração do trapézio em retângulo¹⁹



Fonte: elaborado pela autora.

Para Duval, (2022, p. 14, grifos do autor), nas atividades de desconstrução, toda atenção focaliza nas reconstruções, pois “a desconstrução das formas 2D/2D é automaticamente feita por instrumento, enquanto que a reconstrução exige que se foque sobre a ordem nas instruções a dar para as operações de traçagem a fazer”.

No modelo disposto, a desconstrução ocorre pela decomposição, que transita nas dimensões 2D→1D→2D e na reconfiguração 2D/2D. A partir do trapézio isósceles 2D/2D, mobilizando o olhar inventor traça-se um segmento 1D/2D na vertical, que parte de um dos vértices 0D/2D, formando um ângulo reto. É possível fazer a reconfiguração a partir do triângulo retângulo 2D/2D formado, rotacionando-o para seu lado oposto, surgindo a figura do retângulo.

Além de visualizar a possibilidade de reconfiguração, ainda possibilita fazer análises sobre as mudanças, ou permanência nos elementos e surgimento de novas propriedades. Inicialmente o trapézio, um quadrilátero com um único par de lados paralelos, dá forma a outro

¹⁸Fragmento do Livro de Literatura Infantil, p. 36.

¹⁹Desafio proposto no livro, p. 37.

quadrilátero, com mudança nos ângulos. Estes, passam a ser retos (90°), além disso, agora com dois pares de lados paralelos (paralelogramo).

O Quadro 14, apresenta síntese dos elementos da TRRS, mobilizados na proposta de desafio. Na sequência, no Quadro 15, destacamos as habilidades articuladas aos elementos e desenvolvidas no desafio.

Quadro 13 - Síntese dos elementos da TRRS mobilizados no desafio

Olhares	Icônico	Botanista
	Não Icônico	Inventor
		Construtor
Apreensões	Perceptiva	
	Discursiva	
	Operatória	
Desconstrução dimensional das formas 2D→1D→2D		

Fonte: elaborado pela autora.

Quadro 15 - Habilidades mobilizadas no desafio

Habilidades	Objetos de Conhecimento
(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.	Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.
(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.	Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes
(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.	Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.

Fonte: dados da pesquisa, 2024.

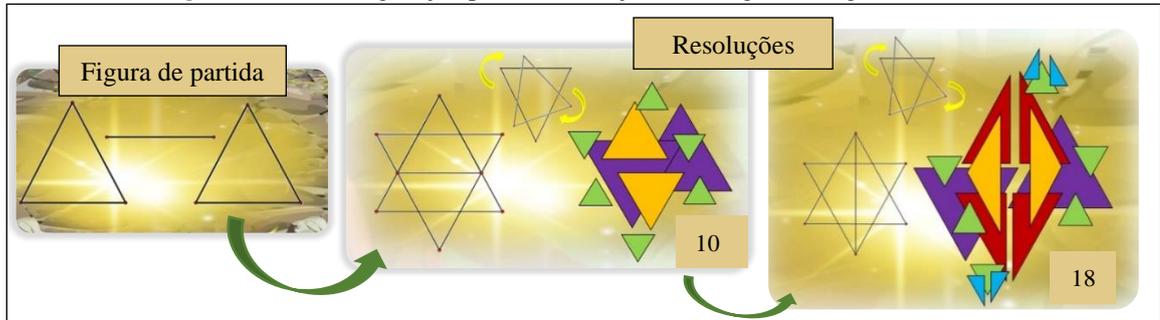
Trazemos na Figura 13, o último modelo elaborado como exemplo. A partir das figuras de partida (dois triângulos congruentes) e um segmento de reta, conduzimos a resolução para visualização/surgimento de vários outros triângulos. Mediante o seguinte enunciado: usando esses dois triângulos equiláteros iguais, inserindo apenas um traço na figura, como poderia ter o maior número de triângulos possível e em diferentes tamanhos com pares congruentes?²⁰

As apreensões articulam-se, mobilizando o olhar inventor, há transição entre as dimensões 2D→1D→2D. Mobilizando os triângulos equiláteros 2D/2D e o segmento 1D/2D na horizontal e vertical, originam-se novos triângulos com pares congruentes. Com a reconfiguração de dois triângulos e a inserção de apenas um segmento na horizontal passamos a visualizar 10 triângulos.

²⁰Fragmento do Livro de Literatura Infantil, p. 38.

Na primeira resolução, sendo todos os pares, triângulos equiláteros (iguais nas medidas dos lados e ângulos 60°). Na segunda resolução, modificando a posição do segmento para vertical, visualizamos 18 triângulos. Pela decomposição poligonal 2D/2D, é possível visualizar os pares de triângulos congruentes para: oito triângulos equiláteros, dois triângulos isósceles e oito triângulos retângulos.

Figura 13 - Reconfiguração para visualização de triângulos congruentes²¹



Fonte: elaborado pela autora.

A mudança na posição do segmento além de aumentar o número de triângulos possíveis a serem visualizados, possibilitou também o surgimento de diversificados triângulos, com novas e diferentes propriedades. O Quadro 16, apresenta síntese dos elementos da TRRS, mobilizados no desafio. Na sequência, no Quadro 17, destacamos as habilidades articuladas aos elementos e desenvolvidas no desafio.

Quadro 14 - Síntese dos elementos da TRRS mobilizados no desafio

Olhares	Ícônico	Botanista
	Não Ícônico	Inventor
Apreensões	Perceptiva	
	Discursiva	
	Operatória	
Desconstrução dimensional das formas 2D→1D→2D		

Fonte: elaborado pela autora.

Quadro 15 - Habilidades mobilizadas no desafio

Habilidades	Objetos de Conhecimento
(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.	Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.
(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.	Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes
(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo)	Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.

²¹Desafio proposto no livro, p. 38-40.

em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.	
(EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.	Congruência de figuras geométricas planas

Fonte: dados da pesquisa.

Buscamos no subitem dessa seção, apresentar modelos de atividades elaboradas para o contexto de mobilização dos elementos da TRRS para aprendizagem em Geometria. Além de dispor exemplos que podem ser utilizados. A partir destes, há possibilidade de adaptações, inspirando também a novas criações ou produções.

Trabalhar a Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental sob a ótica da TRRS possibilita uma melhor consolidação de aprendizagem nessa fase escolar, dando embasamento as próximas etapas de aprendizagem da Educação Básica. D’Amore e Duval (2023, p. 37, tradução nossa) descrevem que: “para permitir que os alunos entrem no mundo da Geometria, é preciso começar pela educação do olhar, antes de qualquer aquisição de conhecimento, antes de qualquer exigência de raciocínio, de qualquer uso de instrumentos de medição e fórmulas para calcular”.

Diante do exposto para percorrer os elementos de aprendizagem para Geometria entendemos ser necessário desenvolver habilidades frente ao processo de visualização de figuras. Esse “processo adquire um papel determinante na aprendizagem ou na ação escolar: não só deve ‘ver’, mas ‘saber ver’ graças a um treino cognitivo adequado, que significa distinguir, reconhecer, estabelecer, relacionar” (D’Amore, Duval, 2023, p. 40, grifo do autor, tradução nossa).

Nesse viés, propomos como instrumento de apoio, um livro de Literatura Infantil. Ao qual foi elaborado/produzido no âmbito de trabalhar essa habilidade de visualização, visando possibilitar o favorecimento para compreensão e construção do pensamento matemático. A Literatura Infantil parece ser adequada a essa finalidade, uma vez que o leitor é convidado a opinar. Dessa maneira, torna-se participativo, em Smole et al (2007, p. 4), essa modalidade de literatura desperta “uma variedade de habilidades de pensamento, classificação, ordenação, levantamento de hipóteses, interpretação e formulação de problemas”.

Na próxima sessão discursaremos sobre as possibilidades de associação entre Literatura e a Matemática, embasado em autores que diligenciam a potencialidade dessa conexão. Um ensino que pode ser conduzido com ludicidade, no percurso de aprendizagem da Matemática, em especial ao nível escolar que se destina esta pesquisa, ou seja, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

1.4 Literatura e Matemática

Nessa seção, abordaremos algumas concepções acerca da literatura infantil nos processos de ensino e aprendizagem e sua conexão com a Matemática. Além de ressaltar os destaques aludidos nos documentos oficiais que regem a educação básica, como: Parâmetros Curriculares Nacionais- PCN, Base Nacional Comum Curricular -BNCC, e Documento de Referência de Mato Grosso DRC/MT. Elencando as potencialidades para formação cognitiva e intelectual, promovidas pelo entrelaçamento entre a literatura e a Matemática.

1.4.1 Literatura uma conexão para o ensino e aprendizagem de Matemática

O produto Educacional desenvolvido no âmbito da pesquisa compreendeu a elaboração de uma Literatura Infantil, como ferramenta para o ensino e aprendizagem de Geometria, aliada a elementos da TRRS de Raymond Duval específicos para aprendizagem de Geometria. Nesse sentido o Produto Educacional faz um elo entre duas grandes áreas curriculares: a Matemática e a Língua Portuguesa. Dessa maneira, não poderíamos deixar de suscitar o realce dado nos documentos que norteiam a educação básica a respeito da potencialidade da Literatura Infantil, como promotora do conhecimento e desenvolvimento individual.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais- PCN, fomentam que, a aprendizagem Matemática está ligada a compreensão e assimilação de significados, dessa maneira a organização e abordagem de conteúdos deve ser conexa e diversificada. Assim envolver “recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem” (Brasil, 1997, p. 19).

Sob essa vertente o DRC/MT (2018) celebra que, a Literatura Infantil e Infanto-juvenil deve fazer parte das práticas pedagógicas desde os Anos Iniciais da alfabetização. Pois, define a Literatura como uma “arte, encantamento e imaginação, possibilitando múltiplas leituras e reflexão sobre as relações com o outro, com o mundo e a construção da própria identidade” (Mato Grosso 2018, p. 42). Outros autores corroboram a essa afirmação, Oliveira (2010) preconiza que;

Quem se entrega ao livro literário infantil sai da leitura mais enriquecido interiormente, pois ela não foi feita somente para a fruição das crianças, mas, neste mundo caótico, para alimentar nossos sentimentos, fazendo-nos mais felizes. Todo adulto, e de modo especial o professor, deveria ler livros literários indicados às crianças, para rever aquilo que foi ou poderia ter sido sua infância na companhia deles (Oliveira, 2010, p. 52).

Antunes (2007) afirma que, práticas didáticas com utilização de livros de literatura enriquece e diversifica as aulas, além de ser mais atrativo. De acordo com, Sosa (1978, p. 29), a literatura por si só “estimula, nas crianças, interesses adormecidos que esperam que essa espécie de varinha mágica os desperte para aspectos do mundo que os rodeia; age sobre as forças do intelecto, como a imaginação ou o senso estético”.

A BNCC (2018), descreve as práticas de leitura literária, como uma das competências específicas a serem desenvolvidas no ensino fundamental, pois permitem acesso “às dimensões lúdicas, de imaginário e encantamento, reconhecendo o potencial transformador e humanizador da experiência com a literatura”, (Brasil, 2018, p. 86).

Percebe-se que utilizar a literatura infantil nas práticas pedagógicas favorecerá não somente o desenvolvimento e aprendizagem para o componente curricular de língua portuguesa, mas de diversas áreas do conhecimento de forma integrada e contextualizada. Nesse panorama, Dalcin (2004, p. 26), sublinha que, “um caminho para o ensino não só da Matemática, mas de todas as disciplinas escolares, seria a busca de fato das conexões entre as diferentes áreas, seja por meio do resgate histórico ou da criação de novos elos de aproximação”. Sob esse viés, Antunes (2007), afirma que:

É preciso parar e refletir longamente, por exemplo, sobre a importância da leitura para a compreensão de todas as áreas do conhecimento, ou seja para o desenvolvimento do raciocínio lógico em Matemática ou para o estudo das ciências de qualquer natureza. A resolução das questões específicas de uma área é ativada a partir das questões e informações apreendidas nos textos, sejam eles formados por palavras, frases, letras do alfabeto, números, símbolos matemáticos ou sinais gráficos especiais (Antunes, 2007, p. 8).

Concordamos com Cosson (2010), quando ressalta que qualquer disciplina pode aproveitar o contexto literário, para focalizar componentes importantes de sua área de conhecimento, sem prejudicar a leitura literária. “Sendo assim, através da conexão entre literatura e Matemática, o professor pode criar situações em sala de aula que encorajem os alunos a compreenderem e se familiarizarem mais com a linguagem Matemática” (Smole *et al.*, 2007, p. 3).

Além disso, a capacidade de interpretação é uma habilidade essencial para resolução de problemas, tornando-se fundamental para aprendizagem Matemática. Desse modo, Smole *et al.* (1995), corroboram ao afirmar que, a prática da leitura exigida nas literaturas, estimulam e desenvolvem a aptidão para interpretar, melhorando o desempenho dos alunos. Somados a isso, a Literatura Infantil pode promover um contexto, onde a Matemática se apresente de forma

mais natural, possibilitando a criação e desenvolvimento de problemas mais interessantes e desafiadores.

1.4.2 Interconexão Literatura e Matemática, bases epistemológicas

Observamos na contemporaneidade que o ensino da Matemática ainda se mostra muitas vezes pautados em metodologias tradicionais, com resolução de uma incansável lista de exercícios para fixação. O que pode tornar o ensino desinteressante aos olhares dos educandos e ao mesmo tempo tornar-se mais difícil para a assimilação cognitiva. Sob esse aspecto, Dalcin (2004, p. 6) afirma que, “ensinar e aprender Matemática muitas vezes se resume à realização de exercícios repetitivos, memorização de fórmulas e teoremas que muito pouco contribuem para a formação”. Dessa forma, sob o interposto da Literatura Infantil, cria-se possibilidades de viabilizar o contato com diferentes situações e realidades, propiciando a construção de significados e similaridades com o meio ao qual está inserido (Dalcin, 2004).

Diante do exposto, o professor deve se apropriar de metodologias que se mostram eficazes ao ensino e a aprendizagem da Matemática hodierna. Assim a educação constantemente precisa se reinventar, tornando-se mais atrativa e prazerosa no ato de aprender. Por isso, “pensar em Matemática é pensar em muito mais do que simplesmente ‘estratégias de cálculos ou resolução de problemas’, é pensar em termos de compreensão e interação de mundo” (Dalcin, 2004, p. 6, grifo do autor). Além disso a autora revela a limitação da capacidade de avanços das ciências, engendrados por conhecimentos compartimentados.

Diante desse cenário, Smole *et al.* (2007, p. 2) assevera que, englobar literatura e Matemática “representa uma substancial mudança no ensino tradicional da Matemática, pois, em atividades deste tipo, os alunos não aprendem primeiro a Matemática para depois aplicar na história, mas exploram a Matemática e a história ao mesmo tempo”.

Além disso, as literaturas infantis encantam não só as crianças, mas, jovens e adultos, promovem uma viagem por um mundo mágico, com lugares e personagens que inspiram e fazem fluir a imaginação e a criatividade. Esse encantamento oportuniza uma aprendizagem lúdica, prazerosa, além de se fazer mais atrativa e envolvente. Sobre isso, Dalcin (2004) afirma que aprender com prazer sem a excessiva preocupação do pragmático é um dos grandes desafios do ensino. Isso se faz cada vez mais necessário na educação atual, e incorre na busca por conexões nas diferentes áreas de ensino e aprendizagem. Portanto:

A utilização de narrativas de ficção, tanto orais como escritas, para o ensino da Matemática pode constituir num recurso que favoreça a construção de significados para os conteúdos matemáticos a medida que “der vida” a esses conteúdos, colocando-os num contexto, numa realidade mesmo que fantástica, valorizando elementos como observação, intuição e capacidade de análise e síntese (Dalcin, 2004, p. 8, grifo do autor).

Arnold (2016) reitera que, a literatura já não pode mais ser vista como uma leitura sem intencionalidade, pois o autor da escrita sempre buscará passar uma mensagem, que deverá ser descoberta, interpretada e analisada pelo leitor. Podem ser diversos os encaminhamentos nessa vertente, como reflexão para uma situação atual, lições de vida, problemas sociais. Sendo assim:

Através da conexão entre literatura e Matemática, o professor pode criar situações na sala de aula que encorajem os alunos a compreenderem e se familiarizarem mais com a linguagem Matemática, estabelecendo ligações cognitivas entre linguagem materna, conceitos da vida real e a linguagem Matemática formal, dando oportunidades para eles escreverem e falarem sobre o vocabulário matemático, além de desenvolverem habilidades de formulação e resolução de problemas enquanto desenvolvem noções e conceitos matemáticos (Smole *et al.*, 2007, p. 3).

Tramontin, Pinheiro e Costa (2021) alertam dizendo que, a maneira como o assunto é trabalhado, pode ser um dos fatores que acarretam dificuldade de aprendizagem da Matemática. O aluno encontra barreiras que o impedem de transitar do concreto para o abstrato, nesse impasse, ocorre a necessidade de o docente encontrar recursos didáticos que serão de fácil compreensão aos educandos, auxiliando a aprendizagem de novos conceitos.

Nesse contexto, os autores afirmam que os educandos possuem grande capacidade de ler e interpretar histórias. Assim, o docente deve tomar posse dessa vantagem, oportunizando caminhos que conduzam e potencializem a aprendizagem Matemática. Ao trabalhar nessa perspectiva, o professor irá “motivar os alunos a adquirirem novas noções sobre a Matemática, por meio da conexão com a literatura” (Tramontin; Pinheiro e Costa, 2021 p. 31).

Essa conexão entre literatura e Matemática já tem sido adotada por alguns profissionais, como formas de ensinar Matemática, estes, buscam sair da metodologia tradicionalista. Nessa tendência, encontramos diversos pesquisadores voltados a investigação dessas práticas, tais como: Adam (2020), Ghelli (2019), Souza (2022). Estes autores apresentam preocupações com a potencialização da aprendizagem Matemática, permeando a ludicidade e a dinamicidade, que se mostram eficazes e capazes de inovar as estratégias de ensino.

A pesquisadora Adam, (2020, p. 22), descreveu em seus estudos que, os conceitos matemáticos presentes nas literaturas infantis propiciam, “além de um embasamento para a construção de conhecimentos matemáticos posteriores, a exploração de acontecimentos e lugares e o estabelecimento de relações, bem como a solução dos desafios propostos pelos

personagens das histórias”. Em Souza (2022, p.104), a literatura é uma importante aliada ao ensino e a aprendizagem Matemática, pois, “fomenta um ambiente atrativo nas aulas de Matemática, envolvendo a criança na história e contribuindo para a realização de uma aula prazerosa”. A autora revela que, práticas pedagógicas sob esse contexto contemplam os aspectos tanto emocionais como imaginativos dos educandos.

De acordo com Ghelli (2019, p. 106), “a Literatura Infantil nas aulas de Matemática é uma das possibilidades para tornar essa disciplina mais interessante e motivadora, o que possibilita diminuir os elevados índices de insucesso dos alunos”.

Tramontim, Pinheiro e Costa (2021, p. 8), reforçam que a união entre literatura infantil e Matemática cria “espaços para que os alunos desenvolvam sua capacidade de questionar, levantar hipóteses, comunicar ideias, realizar relações, desenvolver habilidades Matemáticas, aprender novos conceitos e aprimorar conceitos existentes”. Dessa maneira, os autores consolidam que a literatura faculta um estímulo aos alunos, para ouvirem, raciocinarem e escreverem sobre Matemática.

Percebe-se que o ensino de Matemática associada a utilização da literatura, pode trazer grandes contribuições para aprendizagem. Pois estes, articulam-se, ampliando as possibilidades metodológicas, envolvendo interdisciplinaridade, capacidade de interpretação, e a curiosidade por parte dos educandos. Além da capacidade de desenvolver o raciocínio-lógico e a linguagem, essa inter-relação pode promover estímulos que desafiam o aluno, trazendo mais significado aos conteúdos estudados.

Diante dessa conjuntura, Souza e Oliveira (2010), ratificam que

desenvolver um ensino que aborde Matemática e literatura é uma alternativa metodológica repleta de possibilidades, pois contribui para a formação de alunos leitores que se apropriam da leitura como prática social, capazes de utilizar os elementos necessários para compreender um texto. Contribui ainda para a formação de alunos conhecedores da linguagem, conceitos e ideias Matemáticas; que sabem utilizar diferentes estratégias para resolver problemas — elaborando e testando hipóteses — e relacionar suas experiências ao saber matemático (Souza; Oliveira, 2010, p. 6, grifo dos autores).

As afirmações dos autores explicitadas até aqui, nos leva a refletir profundamente sobre os benefícios da interação entre a Matemática e a literatura. Demonstrando como essa sinergia pode fomentar o desenvolvimento de abordagens inovadoras e fornecer uma nova perspectiva epistemológica. Contribuindo significativamente para o avanço das aprendizagens, em especial no âmbito da nossa pesquisa, para a área da Matemática. Além disso, importa enfatizar que, não identificamos estudos que abordassem a interseção entre os três elementos centrais de nossa pesquisa: uma Literatura Infantil, contemplando a temática Geometria, por meio da Teoria dos

Registros de Representação Semiótica-TRRS. Essa lacuna na produção acadêmica, reforça a relevância e a importância do desenvolvimento deste trabalho. Uma vez que contribui para a ampliação da discussão sobre estratégias pedagógicas inovadoras e interdisciplinares no ensino de Matemática.

No referencial teórico buscamos apresentar uma abordagem nas três esferas que contemplaram os objetos de estudo da pesquisa. Revelando a importância da aprendizagem e desenvolvimento do pensamento geométrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Assim como, os conceitos embasados pela TRRS de Raymond Duval sob as perspectivas de elementos para aprendizagem da Geometria. E por fim, a importância da Literatura Infantil como instrumento de ensino para aprendizagem Matemática. Na próxima sessão elencaremos sobre o desenvolvimento do Produto Educacional, e os processos acerca das etapas de elaboração e construção.

SEÇÃO II

2. ELABORAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL, E MATERIAL DE APOIO

Nessa seção, apresentaremos o percurso de elaboração e produção do Livro de Literatura Infantil, definido como nosso Produto Educacional, uma obra pensada e desenvolvida para o âmbito da pesquisa. Assim como o processo de construção das atividades exploratórias que circundaram os desafios a partir da teoria contemplada na história. Estes, o qual compõe, o Material de Apoio (anexo) aos professores, com sugestões de atividades que poderão ser utilizadas ou adaptadas para exploração da Literatura Infantil e do modelo de ensino geométrico apresentado pela TRRS de Raymond Duval.

Com base nos critérios de avaliação da área de Ensino da CAPES, nosso Produto Educacional apresenta-se na categoria- PTT1 – Material didático/instrucional- Livro. Sendo um dos requisitos imprescindíveis, do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática- PPGECM- Mestrado Profissional, para obtenção do título de mestre.

Sabíamos que seria um grande desafio, pois normalmente a escrita e elaboração de uma literatura pode demandar de meses a anos para sua finalização. Isto posto, nos organizamos, para cumprimento, dentro da limitação de tempo, regulamentado pelas normativas de regência do programa. Junto as demais atividades a serem executadas, em concomitância a elaboração do Produto Educacional, em nosso caso, a escrita e elaboração da literatura. Após muito trabalho, pesquisa e dedicação, conseguimos dar andamento ao projeto almejado.

O livro traz uma história em que seu enredo busca apresentar, representar e “desenhar” a TRRS de Raymond Duval sob a perspectiva dos elementos para aprendizagem em Geometria. Com o propósito de oportunizar a melhoria do processo de visualização e exploração de figuras em um contexto de ensino e aprendizagem nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Sob esse aspecto, Lourenço (2011, p. 47), destaca que “[...] o livro literário infantil não apresenta somente a função de entreter, mas sim de aprendizagem e conhecimento. Nas escolas se trata de um importante instrumento de trabalho dos professores para o processo de ensino”.

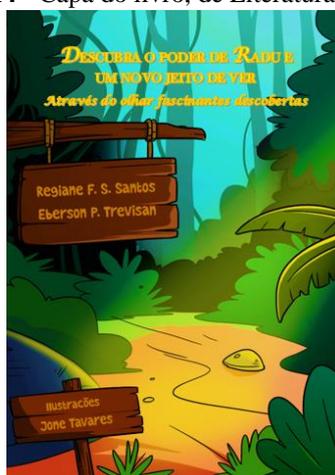
Quanto ao gênero textual pretendido, a história revela, uma narrativa ficcional, que leva os personagens a resolverem desafios, desvelando novas descobertas geométricas. Isto posto, podemos dizer que o Livro de Literatura Infantil, apresenta características de um livro paradidático. Dalcin (2007, p. 30, grifos da autora), descreve que, textos paradidáticos com narrativas ficcionais, são construídos “a partir de uma ‘história’ fictícia, em que os personagens vivenciam situações que os levam a ‘descobrir’ os conhecimentos matemáticos”.

Por tratar-se de uma narrativa, nos preocupamos em atender aos pré-requisitos estabelecidos pelo gênero textual. Diante disto, apresentamos cinco elementos presentes na narrativa: o narrador, enredo, personagens, tempo e espaço. O enredo é composto pela introdução, desenvolvimento, clímax e desfecho.

O livro foi pensado e elaborado para promover uma aprendizagem de Geometria sob a perspectiva de metodologia lúdica. Visto que, a Matemática e a literatura “articulados, viabilizam o desenvolvimento de diferentes habilidades e competências que abrem espaço para a construção de novos conhecimentos e resgatam a ludicidade que deveria permear nossas salas de aula e nossas vidas” (Dalcin, 2004, p. 27).

A Figura 14, destaca a capa produzida para compor o livro de Literatura Infantil.

Figura 14 - Capa do livro, de Literatura Infantil



Fonte: produzido por Tavares (2024).

Após elaborar um rol de possibilidades, selecionamos para obra, o título: **DESCUBRA O PODER DE RADU E UM NOVO JEITO DE VER**- através do olhar, fascinantes descobertas. Tivemos a preocupação de criar, um título que trouxesse a ideia central do enredo, aliada ao personagem protagonista (Radu), e a teoria abordada. Com intenção de tornar o título mais impactante, trazendo um pouco de mistério ao público leitor, consideramos importante agregar um subtítulo ao título principal (através do olhar fascinantes descobertas). Na capa, é apresentado o nome dos autores, e do ilustrador. Por cenário trazemos uma floresta, local e/ou espaço, onde decorre a trama. Optamos por não apresentar os personagens logo na capa, na intenção de estimular um maior interesse e aguçar a curiosidade do leitor.

2.1 Trajetória e etapas de elaboração da Literatura Infantil

Para tratar da trajetória de elaboração da obra, retomamos o início da pesquisa. Ao ingressarmos no mestrado e iniciarmos nossa pesquisa, almejamos criar, produzir, um recurso didático que favoreça a aprendizagem dos alunos e auxilie as práticas pedagógicas para o ensino. Para isso parte-se de uma situação real, focalizando as dificuldades de aprendizagem percebidas na prática diária. Aliado a esse cenário, tivemos a preocupação em produzir um material que fosse interessante e capaz de estimular o engajamento dos alunos, por meio da ludicidade. Quanto aos benefícios para o ensino e aprendizagem promovidos pela conexão ente literatura infantil, não iremos retomá-los, pois estes já foram destacados na seção I desta dissertação.

Nesse contexto, para elaboração do livro buscamos levar em consideração as preferências de leituras feitas por grande parte dos alunos, observadas na prática cotidiana. Dito isso, levantamos hipóteses para uma literatura com gênero textual narrativa ficcional e de aventura, onde houvesse desafios, curiosidades, charadas e um pouco de humor.

A pesquisadora preocupada em atender a parâmetros técnicos para escrita da Literatura Infantil, realizou dois cursos voltados a escrita de literaturas infantis. Um destes, ministrado pelo escritor e *best-seller*, Ilan Brenman²². Concomitante a realização do curso, iniciamos a escrita do enredo da história. Pensando na narrativa ficcional, inserindo como personagens, três animais. Sendo o tamanduá bandeira, o tuiuiú e o lobo-guará, estes foram intencionalmente selecionados no âmbito de destacar animais que compõe a fauna mato-grossense. Nessa perspectiva, atendemos ao que está proposto na BNCC (2018), valorizando o local de vivência do aluno. Reconhecendo as riquezas, necessidades e importância deste território, contribuindo na formação de sua identidade local e regional.

Antes de chegarmos a definição dos animais escolhidos, nos propomos a pesquisar os diversos animais que compunham a fauna do estado. Na tentativa de buscar uma esfera harmônica, procuramos associar as prévias ideias construídas para o enredo da história as características físicas de cada um. Assim, compomos o trio de personagens, com animais que tem importante representação e destaque, sendo um destes símbolo do pantanal mato-grossense. Esses e outros detalhes serão melhor elencados adiante.

As ilustrações dos personagens da história assim como parte do cenário, foram produzidos por um ilustrador profissional. A princípio, pensamos em utilizar imagens disponibilizadas na plataforma Canva²³, ou outros tipos de inteligência artificial pesquisados,

²²Doutor em Linguagem e Educação pela PUC-SP, escritor, nascido em Israel e naturalizado no Brasil, autor de mais de 80 livros de Literatura Infantil publicados no Brasil e traduzidos a diversos países.

²³Plataforma digital de *designers* gráficos.

como *Microsoft Designer*²⁴. Contudo tais *softwares* não nos permitia dar movimento aos personagens e vida as cenas, trazendo mais personalidade a obra. Diante do exposto, realizamos contato com vários ilustradores. Alguns fatores dificultaram o processo, dentre os quais, os altos valores para execução. Fato que também seria impecilho, pois, arcaríamos com os custos por meio de recursos próprios. No entanto, conseguimos firmar contrato com o ilustrador supracitado, para 20 ilustrações, com inclusão da primeira capa e quarta capa . Com isso, garantimos que todas as ilustrações produzidas acompanhassem o enredo da história, representando as cenas descritas nas páginas, de forma profissional.

2.2 Criação do cenário e personagens

Após os trâmites burocráticos e execução do contrato, enviamos ao ilustrador uma lista detalhada com descrição dos cenários e caracterização dos personagens vislumbrados, para cada página da obra, assim como intenções para a capa (Figura 14, p. 65). A partir de então, o ilustrador realizava os *outlines*²⁵ de cada desenho e nos enviada para aprovação e posterior conclusão e pintura.

A Figura 15, apresenta ilustração dos personagens da obra.

Figura 15 - Ilustração dos personagens do livro²⁶



Fonte: produzido por Tavares (2024).

²⁴Software gratuito de *design* gráfico, que usa inteligência artificial (IA) para criar e editar imagens.

²⁵Termo utilizado no segmento de *designer* gráfico, referindo-se ao contorno, delineamento de uma imagem, texto, ou qualquer outro elemento gráfico.

²⁶Ilustração disposta no livro, p. 7.

A Figura 15, revela o protagonista (tamanduá-bandeira), chamado Radu, e seus amigos, Cacau (loba-guará) e Zam (tuiuiú). Os nomes dos personagens foram cuidadosamente pensados e definidos, de forma peculiar. Além disso, pretendíamos trazer nomes inéditos e divertidos aos personagens. O nome do protagonista surgiu em homenagem ao precursor da TRRS, Raymond Duval. Assim fizemos a junção das sílabas iniciais de seu nome e sobrenome: Ra + Du, dando origem a Radu. Essa ação intencionou dar mais significado a escolha, já que Radu é dotado de “superpoderes” para visualizar, configurar e reconfigurar figuras geométricas, desconstruindo as dimensões e descobrindo novas formas.

Quanto a habilidade de “superpoderes” do personagem Radu, intencionamos que a criança ao ler o livro, se apropria da capacidade e habilidade cognitiva de visualização, passando a acreditar ter ela mesmo adquirido também os poderes de Radu. A ideia de um personagem com “superpoderes”, promove um mergulho em um universo de fantasia, magia e encantamento, estimulando a imaginação dos leitores. Para tanto, os superpoderes mencionados, na realidade, referem-se a habilidades cognitivas de visualização das figuras geométricas, envolvendo os elementos de aprendizagem abordados na TRRS, que de fato espera-se, que eles desenvolvam no contexto de aprendizagem escolar.

Para a personagem Cacau (loba-guará), a pesquisadora trouxe o nome de seu próprio *Pet* (animal de estimação). No mesmo período de escrita e elaboração do livro, havia adotado uma cachorrinha, essa, muito travessa e atrapalhada. A escolha não tem nada a ver com características físicas, como, a cor da homenageada, ao qual possui a pelagem toda pretinha, oposta à do lobo-guará que possui pelagem avermelhada. A relação se deu pela “familiaridade” de traços do gênio e personalidade, já que na trama, a loba-guará seria amiga travessa e atrapalhada do trio que compôs os personagens história.

Ainda restava um personagem, o tuiuiú, precisávamos de um nome que também fosse atrativo, então pesquisamos vários personagens animados e de super-heróis para aguçar um pouco mais a imaginação, foi o nome mais difícil a se definir. Então decidimos pelo nome Zam, que tem origem do nome Shazam, um super-herói em quadrinhos da Marvel²⁷, que detinha poderes para salvar a humanidade. A relação com o nosso personagem consistiu no fato de que, Zam em determinado período da trama teria que ajudar Radu a salvar sua amiga Cacau. Dessa forma, mesmo não possuindo “poderes”, viria a tornar-se também um herói.

Importante enfatizar que, as demais ilustrações apresentadas no livro, como as figuras geométricas, foram elaboradas pela pesquisadora no *software* GeoGebra, este que seria também

²⁷Empresa de entretenimento e editora norte-americana que produz histórias em quadrinhos.

um dos grandes desafios do projeto. Visto que, não possuía nenhuma familiaridade com a plataforma e teria que aprender a partir do básico como utilizá-lo. Evoluindo para a criação de animações produzidas em algumas figuras, no âmbito de exemplificar sobreposições para ampliação e congruência de alguns desafios.

Para criar animações no *software* utiliza-se uma linguagem extremamente técnica, que demanda uma sequência de comandos matemáticos. Estes considerados complexos, haja visto a formação da pesquisadora não estar diretamente alinhada à área da Matemática. Na ocasião, não foram encontrados cursos disponíveis que atendessem aos requisitos necessários para o propósito da produção. Fato que demandou longo período de estudos e pesquisas em *sites* e vídeos disponíveis na *internet*. Esse esforço contínuo, permitiu a conclusão bem-sucedida das idealizações projetadas.

2.3 Composição da história e enredo, para além da Geometria

Nessa seção não iremos desvelar sobre toda a trama que envolveu a história, pois o livro de Literatura Infantil, encontra-se disponível no anexo desta dissertação. Mas, iremos expor algumas curiosidades que permearam o enredo da obra. Iniciando pelo espaço (cenário), em que a história acontece. Queríamos ilustrações alegres e coloridas, e por termos animais como personagens, muito adequado seria que este cenário fosse uma floresta. A localização dessa floresta por questões óbvias, são destacadas no estado de Mato Grosso, mas que teria que ter também um nome, uma história com todos os detalhes que merecia.

Começamos a pesquisar palavras, nomes, associados a reservas localizadas no município de Juara-MT, no âmbito de que mantivesse uma ligação com a localidade. Então verificamos a existência de uma terra indígena localizada no município de Juara-MT, por nome de Apiaká-Kayabi, as margens do Rio dos Peixes. O escritor Ilan Brenman, em seu curso dizia que, nas produções literárias devemos “brincar” com as palavras. A partir de então, definimos e nomeamos a floresta por Piaká, quanto ao rio, na literatura definimos, Riacho dos Peixes.

A história inicia falando um pouco sobre o local, espaço em que toda a trama ocorre, na sequência, descreve as características dos personagens. No decorrer da trama, em meio aos desafios que vão sendo cumpridos e desvelados, vão surgindo informações e curiosidades para além da Geometria. As orientações e sugestões pontuais do orientador foram de extrema importância no seguimento e aprofundamento das curiosidades, tornando a história mais interessante e instigante. Cada detalhe da obra foi pensado meticulosamente e com intencionalidade. Palavras de encantamento que aguçam a curiosidade, e que enriquecem o

vocabulário das crianças, expressões técnicas, proporcionando conhecimento matemático mais rígido. Além disso, todos os desafios trazem exemplificações detalhadas e ilustradas, proporcionando uma leitura autodidática, sugerindo uma compreensão autônoma e independente.

2.4 Algumas curiosidades abordadas ao longo da história

A quantidade de desafios definidos, aliado ao enredo da história, foram articulados de forma a manter um número de páginas, adequados ao perfil de gênero literário. Além do público-alvo, ao qual se destinava. Dessa forma, dentre os seis desafios elaborados, o **primeiro** consistiu na proposta de visualização e descoberta de uma figura tridimensional (cubo 3D/2D), partindo de uma bidimensional (hexágono 2D/2D). O “**segundo desafio**” consiste no desvelar de duas figuras distintas: uma com três vértices, e a outra com quatro vértices a partir da inserção de um único segmento de reta no triângulo equilátero 2D/2D. O “**terceiro desafio**”, propõe duplicar o quadrado para o dobro de seu tamanho, de forma que ele permaneça um quadrado, e sua posição mantenha-se inalterada. No “**quarto desafio**” é preciso realizar a construção de um novo sólido geométrico, partindo da mesma quantidade de arestas do paralelepípedo 3D/2D. O “**quinto desafio**” envolve a reconfiguração do trapézio isósceles, para transformá-lo em um quadrilátero com os quatro ângulos retos, mediante a inserção de um segmento de reta na vertical. Por fim o “**sexto desafio**”, requer a formação do maior número possível de pares de triângulos congruentes a partir de dois triângulos equiláteros e um segmento de reta. As imagens com as figuras de partida e resoluções podem ser conferidas na seção I, subitem 1.3 (p. 45-56).

Por meio dos estudos e pesquisas, percorremos criteriosamente as regras e formatos produzidos para o gênero literário “Literatura Infantil”. Essa preocupação circunda o atendimento de requisitos para o mercado editorial, devido a pretensões de publicação da obra. Quanto a essa particularidade daremos destaque no próximo subitem.

Inicialmente pensamos na elaboração de sete desafios, este, por ser um número expressivo, cheio de simbolismos e significados. Contudo, nos preocupamos com a extensão da escrita promovida pelo quantitativo. Dessa maneira optamos por seis desafios, associando o número 6 a um significado muito peculiar na Matemática, este, por ser o primeiro número perfeito.

Fazemos uma breve menção a Euclides²⁸, matemático considerado o “pai da Geometria”, ao qual descobre os quatro primeiros números perfeitos. Em meio ao enredo, trazemos também explicação sobre a definição de “números perfeitos”²⁹ e uma imagem com algarismos que exemplificam a soma dos divisores do número seis (1, 2 e 3).

A Figura 16, apresenta o fragmento que aborda a ênfase na história, com explicação para a escolha de seis desafios. Fragmento do livro de Literatura

Figura 16 - Fragmento do livro de Literatura



Fonte: livro de Literatura Infantil (p. 24-25).

Retornando um pouco, logo no primeiro capítulo da literatura, temos uma demonstração feita pelo personagem Radu, um mapa representando o trajeto da corrida. Que de forma interessante é representado e delimitado pela circunferência. Representando distâncias iguais entre os ipês da floresta e alternativas entre os trajetos. A intenção foi de modo criativo e conectado ao enredo da história apresentar a circunferência, bem como suas características e elementos. Além de possibilidades para representações figurais “inscritas”³⁰ na figura geométrica.

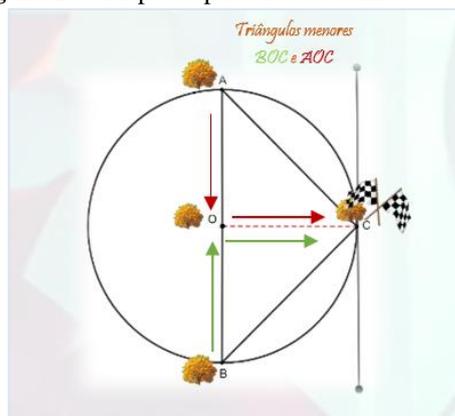
A Figura 17, mostra a referida apresentação da circunferência utilizada como mapa.

²⁸Euclides de Alexandria, escritor grego e matemático, estabeleceu um sistema formal para Geometria, que inclui axiomas, definições e teoremas. Sua principal obra é intitulada como: “Os elementos”.

²⁹Número natural, cuja soma de seus divisores naturais (com exclusão dele mesmo) é igual ao próprio número.

³⁰Em Geometria, figuras inscritas em uma circunferência são aquelas que estão no seu interior, e que tem todos os seus vértices na circunferência.

Figura 17 - Mapa do percurso da corrida

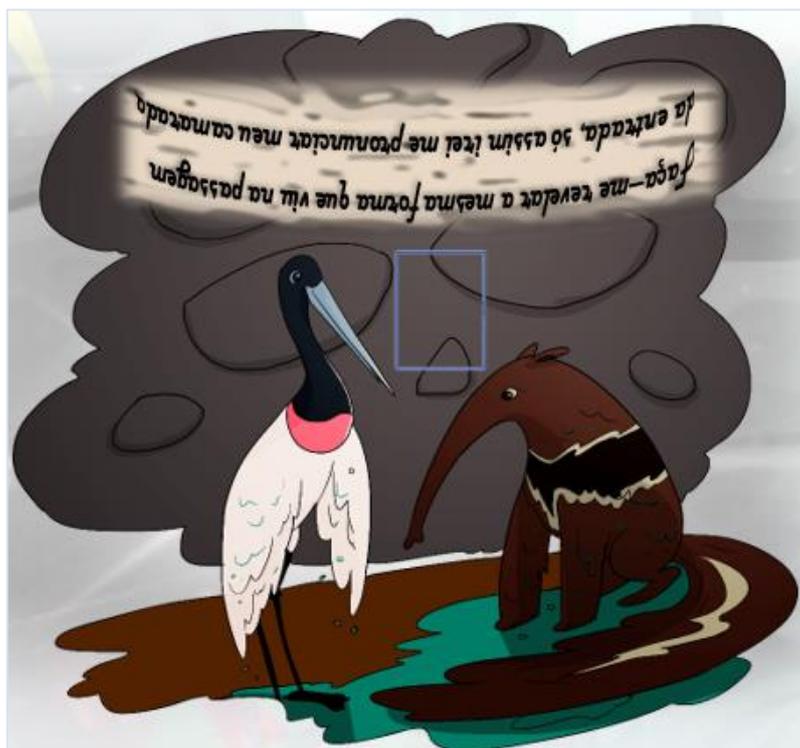


Fonte: livro de literatura (p. 12), elaborado pela autora no *software* GeoGebra.

No capítulo dois, que antecede a saga dos desafios, elaboramos uma charada que promete desvelar algo a mais. Contudo, intencionando um momento de mistério e interatividade durante a leitura, onde, é preciso virar o livro de cabeça para baixo para que se consiga ler a charada. De acordo com Lourenço (2011), existe uma certa liberdade na diagramação dos livros infantis, nesse aspecto, as “linhas invertidas” frente ao leitor, promovem um processo lúdico especular, ou seja, o leitor não recebe a informação passivamente, mas é estimulado a interagir com ela.

A Figura 18 mostra a referida ilustração.

Figura 18 - Ilustração com a escritura da charada



Fonte: livro de literatura (PE, p. 20).

Na inscrição, é possível ler a rima: “Faça-me revelar a mesma forma que viu na passagem de entrada, só assim irei me pronunciar meu camarada”. Quanto os encaminhamentos e desvendar desta, podem ser conferidos na íntegra, a partir do livro (em anexo).

No quinto e último capítulo, elaboramos uma última charada, um desafio que mistura rima, adição, Algarismos Ímpares, e o maior divisor de cinco. O desvendar exige uma sequência de interpretações e raciocínios, levando os leitores a pensarem sobre vários conceitos matemáticos. Ao qual revela a resposta para um determinado prisma. A descoberta do desafio (sólido geométrico), leva os personagens a descobrirem a saída que os leva de volta para casa.

O diálogo entre os personagens da história, vai demonstrando o passo a passo em cada pensamento, dedução e raciocínio, até se chegarem à resposta. Diante deste contexto, tivemos preocupação em disponibilizar todas as resoluções no desencadear da trama. De forma compassada e bem explicada, facilitando a compreensão e ao mesmo tempo aguçando a curiosidade em continuar a leitura, com surpresa e encantamento a cada descoberta.

A Figura 19, mostra o fragmento do desafio no primeiro parágrafo e o momento de confabulação entre os personagens, na tentativa de desvendar a última charada.

Figura 19 - Fragmento da literatura com a última charada

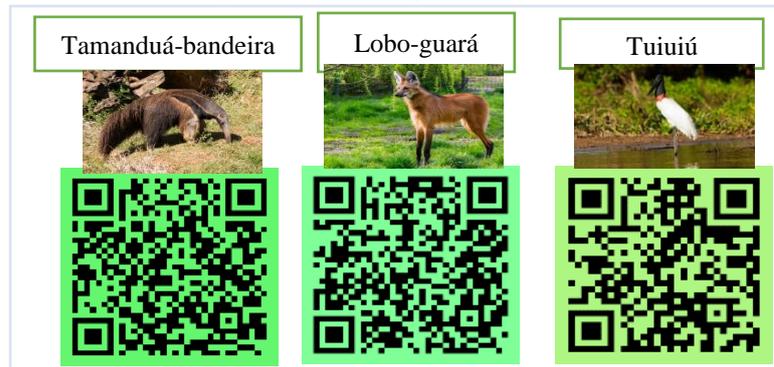


Fonte: livro de literatura (p. 44).

A história foi dividida em cinco capítulos, facilitando a organização cronológica, a leitura e localização das informações no texto. Ao final do livro, disponibilizamos imagens reais dos personagens que compuseram a história. Ao lado, *tags* com informações básicas, como características físicas e hábitos. Além disso, para acesso a mais informações e curiosidades,

dispomos também *QR Codes*, um deles traz o ruído (voz) do animal, capitado por pesquisadores em várias regiões do país. As imagens podem ser conferidas na Figura 20.

Figura 20 - Informações e curiosidades



Fonte: livro de literatura (p. 48).

Demos destaque também a biografia dos autores, assim como do ilustrador. Descrevemos um breve texto expondo o projeto, a origem da Literatura e apresentação do programa de Pós-Graduação. A última página da história traz uma linda ilustração dos personagens ao pôr do sol em retorno para casa, e a última frase deixa um ar de mistério aos leitores, para uma possível continuidade da história.

Por fim, na quarta capa do livro (verso), elaboramos uma sinopse, esta, possibilita ao leitor ter uma prévia sobre o conteúdo da história, que promete uma aventura misteriosa e geometrizarante. A Figura 21 apresenta ilustração da quarta capa com a sinopse em destaque.

Figura 21 - Quarta capa do livro de literatura



Fonte: livro de Literatura Infantil.

2.5 Outros destaques relevantes

Após a conclusão da escrita da literatura, nos dedicamos a pesquisar formas técnicas de diagramação para o livro, uma fase considerada complexa, além de demandar muito tempo de trabalho. Contudo, como mencionado, tencionamos atender o mercado editorial para posterior publicação, nesse sentido, parte fundamental na conclusão da obra. Para diagramação utilizamos a plataforma Canva, o processador de texto da *Microsoft, Word* e o *software Portable Document Format (PDF) PRESS*. São muitos os programas específicos e adequados para diagramação de livros, contudo não são *softwares freeware* (gratuitos), fato que nos levou a optar por ferramentas mais viáveis economicamente.

Nesse contexto as imagens utilizadas na marca d'água das páginas e outras pequenas imagens foram inseridas por meio da plataforma Canva. A edição das fontes serigrafadas³¹, ajuste das imagens, ordenação das páginas foram desenvolvidas no *Microsoft Word*. Os ajustes de margens como sangria³², e conversão das cores para padrão *CMYK*³³, foram feitas na plataforma *PDF PRESS*. Ao finalizarmos a diagramação realizamos a impressão de 30 protótipos a serem utilizados na Prática Docente Supervisionada.

Nas pesquisas desenvolvidas especificamente para o processo de diagramação do livro, também foram consideradas, tamanho da fonte (12pt), espaçamento das margens internas e externas, superior e inferior e entre linhas. Proporcionando melhor disposição visual frente a impressão gráfica. Aspectos apontados como muito importantes para atender a faixa etária do público-alvo. Lourenço (2011), destaca que, deve-se ter critérios na escolha das tipografias, pois as crianças possuem peculiaridades muito específicas.

O livro foi impresso nas dimensões 160 x 230 mm. Ao decidirmos quanto as especificações de tamanho, levamos em consideração vários fatores para garantir a harmonia entre os elementos do projeto. Dentre os quais, destacam-se: os padrões editoriais, a quantidade de páginas, disposição de imagens e texto, manuseio, espessura do livro, e o público-alvo a que se destina.

Sobre a escrita literária, durante o processo de elaboração e ao finalizarmos a obra, por vezes nos questionamos sobre a qualidade da própria escrita. Nesse sentido, achamos de grande

³¹São fontes com pequenos traços finais nas letras, mais tradicionalmente usada em livros impressos, com estilo clássico e formal são mais agradáveis de ler.

³²Termo técnico de impressão, utilizado para definir a margem extra que ultrapassa objetos impressos em uma página, como, imagens, cores de fundo ou gráficos. Evita que o corte realizado nas gráficas atinja a parte interior do *layout*.

³³O termo é uma abreviação das cores: Cyan, Magenta, Amarelo e Preto. Uma definição oficial do universo gráfico, para trazer maior fidelidade e qualidade nas cores das imagens impressas.

importância submeter a leitura a outros olhares. Poder contar com amigos e profissionais nesse processo é de grande valia, pois auxilia no refinamento da obra. Nesse contexto, incorporamos uma atividade editorial importantíssima, a leitura crítica. Para isso contamos com o apoio de duas excelentes profissionais, uma professora mestre e egressa do Programa de Pós-graduação, e uma professora doutora, docente do programa. Ambas realizaram meticolosos apontamentos na obra, e nos retornaram com um *feedback* muito positivo.

As leitoras destacaram pontos como: ótima organização e estruturação, vocabulário enriquecido, instigante e interessante, conceitos matemáticos bem elaborados, com desenhos bem explicativos. Com um grande potencial, um perfil de Literatura Infantil ainda não encontrado, haja visto contemplar no próprio enredo da história a TRRS de Raymond Duval. Uma obra que promove encantamento, com um conjunto de elementos fantásticos e fascinantes.

Tais contribuições fortaleceram nossa confiança na condução das etapas subsequentes do projeto. Importa enfatizar que, os nomes das leitoras críticas podem ser conferidos na página que contém a ficha de catalogação da obra.

Como todo Produto Educacional, este, teria que ser analisado por uma banca para avaliação. Requisito exigido pelo Programa de Pós-Graduação, através da Disciplina cursada para Seminário II. E, posterior apresentação/exposição na Mostra de Produtos Educacionais a comunidade acadêmica. No processo de avaliação, contamos com uma banca formada por cinco integrantes, sendo: dois professores doutores, dentre estes, um membro interno (docente) e o outro externo ao programa. E três professores da educação básica, mestres e egressos do programa.

Nessa etapa do projeto, obtivemos aprovação do Produto Educacional, com excelentes avaliações. Com destaques para, alto teor inovador e no requisito abrangência territorial com uma indicação de internacionalização, com descrição “ultrapassa a finalidade de um Produto Educacional, deve ser muito bem divulgado a nível nacional e compartilhado com universidades no âmbito da internacionalização”.

Ao final de 2024, tivemos a oportunidade de realizar a divulgação e apresentação do Produto Educacional (protótipo do livro), junto a dados parciais da pesquisa em evento da Secretaria de Estado da Educação- Seduc-MT. O IV Simpósio de Qualificação e Pesquisa em Educação e Mostra de Boas Práticas Pedagógicas através do edital Nº 013/2024, ao qual fomos selecionados e contemplados com uma bolsa. O evento ocorre todos os anos, por haver limitação de vagas a seleção se faz por meio de edital, junto a uma comissão para leitura e análise. Todos os trabalhos científicos selecionados, recebem bolsas de incentivo após a apresentação.

No momento, o livro concorre a publicação, pela Editora da Universidade Federal de Mato Grosso – EdUFMT, através do edital interno N. 001/2024, de apoio à publicação de livros impressos e digitais com recursos do pesquisador. Passamos na primeira fase de homologação da inscrição e estamos aguardando a fase de análise técnica e científica, e posterior classificação pelo Conselho Editorial. Anterior ao edital supracitado, concorreremos ao de N. 002/2024, este, de apoio à publicação de livros impressos e digitais com recursos da instituição. Nesse certame, foram ofertadas cinco vagas, dentre os concorrentes fomos classificados em sexto lugar.

Devido a limitação de vagas não fomos contemplados nesse ciclo. Contudo recebemos também ótima avaliação do manuscrito. O que para nós foi de grande importância, considerar os comentários feitos nas justificativas, além de nos entusiasmar a submeter novamente a obra no edital vigente. Dentre algumas análises destacadas, sobre a escrita do texto desvelaram: texto muito bom, bem escrito, com recursos literários que enriquecem a narrativa, tornando-a instigante e didática ao mesmo tempo; o texto flui e é coerente com o que se propôs, diverte, prende a atenção e expõe bem o conteúdo, além de manter uma ligação com crianças e adolescentes.

Em relação ao apontamento para novos conhecimentos para área, descreve haver um propósito educacional inventivo, e que contribui para soluções nas políticas públicas e sociais, de melhoria na formação do aluno. Um trabalho lúdico que mostra o que pode ser feito em muitas áreas e conteúdos diversos. Sobre a relevância do tema para política editorial, revelam uma literatura infantil com viés de aventura/jornada, em um texto que valoriza a cultura local, as relações de amizade, solidariedade e entusiasmo no aprendizado.

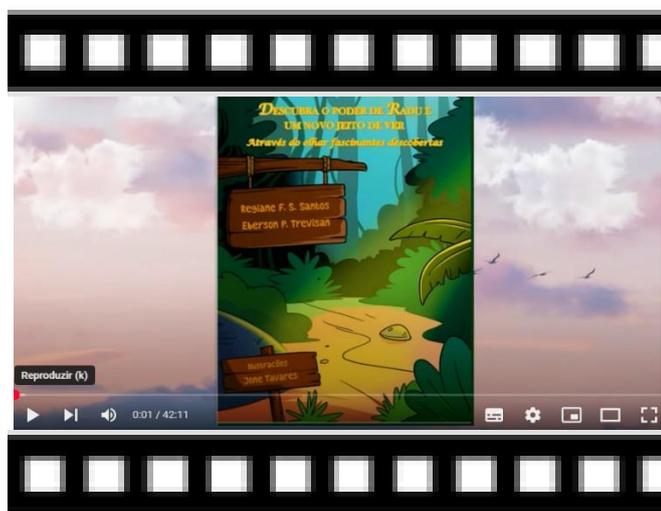
Por fim destacamos o item sobre a pertinência do tema abordado, ao qual descrevem que, “para obter esse resultado tão satisfatório, os autores se fundamentaram no que há de mais pertinente na área”. Além de apresentar-se como uma narrativa enriquecedora, contextualizando os conceitos matemáticos de forma atrativa, promovendo uma educação crítica e inclusiva. Ao todo foram treze parâmetros analisados, dentre os quais nenhum realiza apontamentos para melhorias ou ajustes, sendo todas as justificativas de cunho positivo.

Preocupados com possíveis limitações por parte do público leitor, no âmbito de promover maior inclusão, também elaboramos uma versão em vídeo da obra. Esse formato possibilita não apenas a escuta da narrativa, mas também possibilidade de pausas e retomadas,

conforme as necessidades dos leitores. Para elaboração do vídeo utilizamos vários recursos e *softwares*, como: *FlipHTML5*³⁴, que permite criar *flipbooks*³⁵, além do *Ocam*³⁶, e *Movavi*³⁷.

O vídeo hospedado no *You Tube* em formato não-listado³⁸, segue como *link* na própria Figura 22, com a capa do vídeo. Para acessá-lo, basta clicar na imagem junto a tecla CTRL³⁹.

Figura 22 - Capa do vídeo, narrativa em áudio



Fonte: elaborado pela autora.

Para finalizar esse capítulo, destacamos que, junto ao Produto Educacional, disponibilizamos um Material de Apoio aos professores, com sugestões de atividades. Estas intencionam contribuir com os professores por meio de um rol de questões pensadas e elaboradas de forma a explorarem a literatura, retomando os desafios propostos. Para o contexto dos elementos que circundam a TRRS. Nessa seção não iremos expor as atividades supracitadas, pois elas encontram-se no anexo desta dissertação.

No próximo capítulo apresentamos uma análise cognitiva na perspectiva da teoria, para dez questões selecionadas, as quais foram utilizadas na Prática Docente Supervisionada. Ao final da dissertação (anexo), é possível conferir todas as questões elaboradas, junto ao Material de Apoio e ideias de exploração da literatura. Estas, descritas com as habilidades desenvolvidas para cada uma, bem como os elementos da TRRS mobilizados.

³⁴Plataforma digital para criação de *flipbooks*.

³⁵Livro digital interativo, que permite alterar as páginas gradualmente como em uma animação.

³⁶*Software* gratuito para gravação de áudios e vídeos.

³⁷*Software* para edição de áudios, vídeos e imagens.

³⁸Configuração de privacidade do *YouTube*, em que o vídeo só poderá ser acessado e assistido por quem tiver o link.

³⁹Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Ob-RsrgXV7o>.

SEÇÃO III

3. ANÁLISE DOS DADOS E VALIDAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Nessa seção apresentaremos a interpretação e análise dos dados coletados durante a Prática Docente Supervisionada. Caracterização do *lócus* e público-alvo da pesquisa, bem como a motivação da escolha. Além do desenvolvimento, produção e análise cognitiva das atividades elaboradas para o estudo e validação do Produto Educacional. Inicialmente elencaremos algumas atividades utilizadas no Questionário Diagnóstico, fase inicial da coleta de dados, bem como as inferências e conclusões acerca do desenvolvimento dos estudantes.

Na sequência iremos expor as atividades utilizadas na exploração do Livro de Literatura Infantil, nosso Produto Educacional, além de alguns questionários respondidos pelos alunos. Os questionários utilizados na avaliação do Produto Educacional, tiveram o intuito de verificar as percepções e ilações dos educandos acerca da Literatura Infantil, assim como a experiência em participarem da pesquisa.

3.1 Um pouco sobre a escola e definição da turma

A escola está localizada no município de Juara, estado de Mato Grosso, e foi fundada em 1983. Importa relatar que a escola Estadual Luiza Nunes Bezerra foi municipalizada no final de 2024, pelo decreto estadual, nº 723/2020. O referido decreto, que prevê o redimensionamento na educação, transfere o atendimento dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (1º a 5º ano) para a rede municipal. Nesse contexto a rede estadual passa a ofertar atendimento apenas para os Anos Finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e Ensino Médio. Dito isso, enfatizamos que os dados apresentados para a referida escola, remetem-se ao período de realização da Prática Docente Supervisionada anterior ao redimensionamento.

Na ocasião, a escola atendia cerca de 715 alunos entre o 2º e o 9º ano do Ensino Fundamental, distribuídos nos períodos matutino e vespertino. Especificamente no ano de ocorrência da intervenção (2024), a escola contava com cinco turmas de 5º ano, sendo três no período matutino (A, B, C) e duas no período vespertino (D, E).

A escolha da referida escola para realização da pesquisa, se deu pelo fato de a pesquisadora já atuar nesse espaço como docente, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental desde o ano de 2018. A seleção para o nível escolar em uma turma de quinto ano, ocorreu devido a experiência de atuação e afetividade da pesquisadora nessa fase de escolarização. Quanto a

definição, do público-alvo, especificamente para o 5º ano (E), decorreu por já estar atribuída como professora regente da turma para o ano letivo de 2024.

Assim a intervenção da Prática Docente Supervisionada, e consequente produção de dados da presente dissertação, foi desenvolvida com 27 alunos. Estes, com idade entre 10, 11 e 12 anos, em uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental no período vespertino (5º ano E). Sendo que, a maioria dos alunos participantes da pesquisa, frequenta a escola desde o primeiro ano do Ensino Fundamental.

3.2 Percursos da Intervenção, Exploração do Produto Educacional e atividades desenvolvidas

No próximo subitem, destacaremos os encaminhamentos referentes as etapas da intervenção. Na sequência, apresentaremos o cronograma, aplicação e análise do Questionário Diagnóstico. Após, o percurso de apresentação e exploração da Literatura Infantil. Além atividades desenvolvidas, e as análises feitas a partir dos embasamentos teóricos, alvo dos estudos da pesquisa.

3.2.1 Procedimentos precedentes ao início da Prática Docente Supervisionada

A Prática Docente Supervisionada é uma disciplina fundamental, cursada no PPGECM e disposta como requisito parcial para conclusão do curso e obtenção do título de Mestre. Essa prática é fundamental para a intervenção pedagógica e validação do Produto Educacional em contexto real. Uma oportunidade de os discentes aplicarem teorias e metodologias aprendidas ao logo do curso em situações práticas de ensino. Isto posto, foram executados procedimentos que antecedem a efetiva intervenção, atendendo aos critérios legais regimentais exigidos entre as partes envolvidas (PPGECM e Unidade Escolar). Assim a princípio realizamos a entrega da Carta de Apresentação a gestão escolar. Em segundo momento, agendamos uma reunião junto a equipe de gestão, com presença do diretor e coordenação pedagógica. Na ocasião, foram feitas a entrega do Termo de compromisso, da Ficha de Avaliação da Escola e entrega do Planejamento de Ensino junto ao cronograma de desenvolvimento das atividades. Na oportunidade, detalhamos sobre como ocorreria a Prática Docente Supervisionada e apresentamos o Produto Educacional (nosso Livro de Literatura Infantil), já elaborado e a ser utilizado na pesquisa.

Em terceiro momento, nos reunimos com a professora responsável pela turma em que ocorreu a intervenção. Nesse encontro apresentamos a professora as intenções e objetivos da

pesquisa, e o Produto Educacional, realizamos a entrega do Planejamento de Ensino e a Ficha de Avaliação. A professora demonstrou grande satisfação pelo desenvolvimento e oportunidade de coadjuvar em parceria com a Prática Docente Supervisionada. Importante enfatizar que todas as fichas e documentos supracitados encontra-se nos apêndices e anexos desta dissertação.

3.2.2 Organização e cronograma de desenvolvimento da Prática Docente supervisionada

Para darmos sequência a aplicação e exploração do Produto Educacional, organizamos o planejamento de atividades a serem realizadas no percurso da intervenção. As 20 (vinte) horas da Prática Docente Supervisionada, são definidas pela disciplina do PPGECEM, como um dos requisitos essenciais para conclusão do curso, como já mencionado no subitem anterior.

Desse modo, é apresentado no Quadro 17, o cronograma de atividades estruturado para execução da intervenção realizada na Prática Docente Supervisionada, delineando de forma clara e sistemática as etapas e prazos estabelecidos.

Quadro 16 - Cronograma de desenvolvimento da intervenção

Data/ duração	Descrição
1ª semana (3 dias/5h) 23/09/24 24/09/24 26/09/24	Dia 23-09-24/ 1h 1- Apresentação da pesquisa, leitura dos termos (TALE/TCLE), entrega e coleta de assinatura dos pais e alunos.
	Dia 24-09-24 / 2h 1- Apresentação e entrega do Questionário Diagnóstico.
	Dia 26-09-24/ 2h 1- Aula introdutória- observação das formas geométricas presentes no espaço escolar.
Data/ duração	Descrição
2ª semana (2 dias/4h) 01/10/24 03/10/24	01-10-24/ 2h 1- Apresentação/ leitura do Livro de Literatura Infantil. 2- Roda de conversa sobre as percepções do livro.
	03-10-24/ 2h 1- Continuação com atividades de exploração do livro.
Data/ duração	Descrição
3ª semana (2 dias/4h) 08/10/24 10/10/24	08-10-24/ 2h 1- Continuação com atividades de exploração do livro.
	10-10-24/ 2h 1- Continuação com atividades de exploração do livro.
Data/ duração	Descrição
4ª semana (2 dias/4h) 15/10/24 17/10/24	15-10-24/ 2h 1- Continuação com atividades de exploração do livro.
	17-10-24/ 2h 1- Continuação com atividades de exploração do livro.
Data/ duração	Descrição
5ª semana 2 dia/3h 22/10/24 24/10/24	22-10-24/ 2h 1- Continuação com atividades de exploração do livro. 2- Finalização das atividades de exploração do livro.
	24-10-24/ 1h 1- Questionário para reflexão crítica sobre as atividades desenvolvidas.

Carga horária total: 20h

Fonte: elaborado pela autora.

Em suma, o período subdividiu-se em dois dias por semana, sendo quatro horas semanais, com exceção da primeira semana, ao qual utilizamos três dias, perfazendo cinco horas. Nessa semana introdutória, utilizamos o primeiro dia para apresentação, leitura e entrega dos termos (TALE, TCLE), de concordância e autorização dos pais. Desse modo, as vinte horas da Prática Docente Supervisionada totalizaram um período de cinco semanas.

O Questionário Diagnóstico, realizado no segundo encontro da primeira semana, contou com perguntas abertas, possibilitando assim mais liberdade de resposta, de acordo com Gil (2008). Desse modo, os dados produzidos e coletados, propiciaram melhor percepção e análise dos conhecimentos prévios dos educandos.

Participaram da pesquisa 27 alunos, ou seja, 100% dos alunos matriculados na turma. Contudo em algumas análises e resultados perceberão que não estão apresentados 100% de respostas ou participações. Isto, devido a alguns fatores como: ocorrência de faltas alternadas de alguns alunos, e particularidade de um dos sujeitos da pesquisa. Conforme relato da professora responsável pela turma, havia um aluno que apresentava características de Transtorno do Espectro Autista- TEA, mas não possuía laudo ou qualquer tipo de acompanhamento profissional, devido a “incompreensão e/ou denegação família⁴⁰”.

Dito isso, no decorrer da intervenção tentávamos envolver o aluno, conversando, e propondo parceria em dupla ou grupos, na realização de algumas atividades. Contudo optava sempre pela individualidade, preferindo realizar suas tarefas sozinho. Assim respeitávamos seu tempo e limite. O referido aluno estava alfabetizado, e foi bastante comunicativo com a pesquisadora. Apesar de algumas defasagens de aprendizagem observadas, possuía relativa facilidade na compreensão dos conteúdos, para a unidade temática abordada.

Importante enfatizar que, a coleta de dados ocorreu por meio de questionário diagnóstico, atividades impressas, observação com notas de campo, registros fotográficos, além de fichas e questionários com alguns *feedbacks* dos alunos. O Questionário Diagnóstico pretendeu verificar as apreensões e conhecimentos prévios dos alunos acerca das percepções no modo de visualização, bem como reconhecimento das figuras geométricas e seus elementos.

As demais atividades utilizadas no período da PDS, foram elaboradas de forma a retomar os desafios propostos no livro de Literatura Infantil. Estas, com enfoque para visualização, exploração, representações, e reconfigurações figurais, ao qual foram

⁴⁰Relato da professora responsável pela turma.

fotografadas durante a execução e a posteriori digitalizadas. Isto posto, após a leitura do livro, as atividades diversificaram-se entre registros em fichas impressas e materiais concretos, cujas produções e análises de respostas serão apresentadas na perspectiva da metodologia de Análise de Conteúdos de Bardin (1977).

3.2.3 Aplicação e análise do Questionário Diagnóstico

Conforme descrito no subitem anterior, nessa fase de análise e interpretação dos dados, a organização e explanação da produção coletada, se pautará na metodologia de Análise de Conteúdo de Bardin (1977). A autora define que a metodologia consiste, “na explicitação e sistematização do conteúdo das mensagens e da expressão deste conteúdo, com o contributo de índices passíveis ou não de quantificação” (Bardin, 1977, p. 42). Diante do exposto, a interpretação dos dados ocorrerá a partir de sua estruturação, definidos em: Categorias de Análise, Unidades de Contexto e Unidades de Registro.

As Categorias de Análise consistem em classificar dados, agrupando elementos em comum, condensando as informações objetivas e pertinentes aos objetos de estudo. Nesse contexto, Rodrigues (2019, p. 38), descreve que, “as categorias representam o resultado de um esforço de síntese de uma comunicação, destacando-se, nesse processo, seus aspectos mais importantes”.

As Unidades de Contexto são mais ampliadas, permitindo uma maior compreensão dos dados com frases específicas. Direccionam a compreensão e interpretação de forma coerente, fidedigna e adequada ao delineamento da pesquisa. Evitam concepções distorcidas na interpretação dos dados. Bardin (1977, p. 107, grifos da autora), explica que a Unidade de Contexto “corresponde ao segmento da mensagem, cujas dimensões (superiores às da unidade de registo) são óptimas para que se possa compreender a significação exacta da unidade de registo”.

Já Unidades de Registro, revelam, de acordo com Bardin (1977, p. 107), “a resposta (a uma questão aberta) ou a entrevista, com a condição de que a ideia dominante ou principal, seja suficiente para o objectivo procurado”. Dessa maneira traduzem-se por unidades perceptíveis, caracterizadas de forma global e rápida.

O Questionário Diagnóstico foi aplicado no segundo dia de intervenção, com três perguntas abertas. Para questão 1, foi solicitado aos alunos que, observassem e identificassem o que visualizavam nas figuras, sendo: duas figuras tridimensionais (3D) e uma bidimensional (2D), totalizando três figuras. A questão 2, demandou a identificação das dimensões figurais,

dessa forma, a partir das seis figuras dispostas, teriam que indicar quais seriam bidimensionais (2D) e quais seriam tridimensionais (3D).

Utilizamos também as nomenclaturas: Planas e Não-planas, no âmbito de promover aos alunos, maior familiarização e abrangência dos termos. Na questão 3, solicitamos que fossem identificados o nome e os elementos (vértices, arestas, ângulos) que compunham três figuras.

O Questionário Diagnóstico pretendeu obter as apreensões e conhecimentos prévios dos alunos, acerca das percepções no modo de visualização, bem como reconhecimento e identificação das figuras geométricas e seus elementos. Oportunizando elencar as concepções e hipóteses cognitivas ante os elementos mobilizados (olhares, apreensões e desconstrução dimensional), estes, explicitados no subitem 1.5 da seção I. Um olhar sobre as inferências dos alunos, precedentes a aplicação/utilização do Produto Educacional.

Na Figura 23, trazemos a questão 1 (a) do Questionário Diagnóstico, a proposta do enunciado pretende que o aluno reconheça e descreva as figuras geométricas que visualiza no desenho, em todas as suas dimensões, ou seja, figuras bidimensionais 2D e tridimensionais 3D. Salientamos que o questionário na íntegra, encontra-se disponível no anexo desta dissertação.

Figura 23 - Imagem do Questionário Diagnóstico, questão 1(a)



Fonte: fonte da imagem Pixabay⁴¹, 2016.

⁴¹Disponível em: <https://pixabay.com/pt/illustrations/steve-minecraft-mob-minecraft-1815647/>.

Utilizamos o desenho de Steve, um personagem com *design* de formas geométricas, protagonista do jogo eletrônico chamado *Minecraft*, considerado um dos favoritos das crianças. Na prática diária ouvimos depoimentos dos alunos referente ao uso e apreciação do *game*. O jogo foi lançado em 2009 e de acordo com Miranda (2020), “em 2019, os vídeos de *Minecraft* publicados no *YouTube* somaram mais de 100 bilhões de visualizações, segundo a plataforma. Ele foi o jogo mais assistido do ano”. Diante desse panorama, escolhemos a referida imagem, no âmbito de que a atividade iniciasse com um convite interessante e envolvente.

No Quadro 18, elencamos os resultados da análise para a referida questão. Definidas as categorias, expomos as Unidades de Contexto, Unidades de Registro e as Categorias de Análise, seguida dos dados com a frequência (F), de respostas dos alunos.

Quadro 17 - Respostas dos alunos referente a questão 1(a)

Unidades de Registro	F	Unidades de Contexto	F	Categorias de Análise
Quadrados	6	Visualização de figuras no modo não-icônico (maneira Matemática de ver).	13	Figura Bidimensional (2D)
Retângulos	1			
Quadrados e retângulos	5			Figura Tridimensional (3D)
Cubos	1			
Paralelepípedos	0			
Reconhecimento e características do personagem.		Visualização de figura no modo icônico (maneira natural de ver).	12	Figura Natural

Fonte: elaborado pela autora, com base nos dados da pesquisa.

A sistematização dos dados, contempla 25 respostas dos participantes. As Unidades de Registro configuram as hipóteses esperadas e as respostas dadas quanto a visualização das formas no desenho observado. Desse modo, as possibilidades de visualização, sugerem: quadrados, retângulos, cubos, paralelepípedos, assim como reconhecimento do personagem e suas características. Dentre os 25 alunos que responderam, um total de 13, cerca de 52% destacam na visualização figuras geométricas. Destes, seis, descreveram quadrados, cinco, descreveram quadrados e retângulos, um, apenas retângulo.

Um aluno apontou o cubo, este mesmo, mencionou também quadrados e retângulos, relatando que identificava o corpo de Steve formado por figuras geométricas. Contudo não citou paralelepípedos, ou prismas de base quadrada. O que pode ter sido ocasionado pela distração, o não reconhecimento da forma, ou até por não se lembrar do nome da figura.

Para os 52% de alunos enquadrados no grupo da Unidade de Registro “Visualização de Figuras Geométricas (modo não-icônico)”, 12 alunos, cerca de 92% predominaram a Categoria de Análise de Figuras Bidimensionais (2D), e apenas um aluno (8%), compôs a categoria de

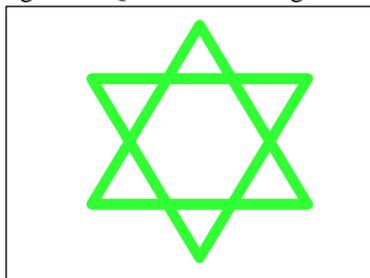
análise de Figuras Tridimensionais (3D), identificando o cubo. O resultado dessa análise corrobora a afirmação de Duval (2011, p. 93), ao definir que “a desconstrução dimensional se faz contra a percepção, isto é, contra o reconhecimento imediato de unidades figurais 2D/2D ou 3D/2D que se impõem à primeira vista e que bloqueiam o reconhecimento de outras unidades figurais”. Para que não incorra esse “bloqueio”, é necessário o desenvolvimento cognitivo de um olhar com “mobilidade dimensional”, possibilitando o reconhecimento das múltiplas unidades figurais, Duval (2011).

Diante deste cenário, se faz necessário, de acordo com Duval (2011), atividades que favoreçam essa tomada de consciência, contudo, há certa complexidade em organizar tarefas sob essa perspectiva. Nesse sentido, Santos *et al.* (2024, p. 7), acentuam baseados em Duval, para que o olhar transite entre as diferentes dimensões e “se alcance essa habilidade de visualização; é essencial que o professor auxilie nesse treino, pois sozinho o aluno não conseguirá desenvolvê-lo”. Nesse âmbito, a orientação do professor é essencial, pois sem esse suporte, o aluno dificilmente conseguirá aprimorá-la de maneira eficaz.

Quanto a categoria da Unidade de Registro “Maneira natural de visualizar (olhar icônico)”, 12 alunos, ou seja, 48% não visualizou ou apontou formas geométricas. Esse grupo, classificado na Categoria de Análise “Figura Natural”, destacou características como: cores, estilo de roupa, objetos e até perfil do personagem no jogo *Minecraft*. Desse modo, as indicações ocorreram para: “boneco segurando espada”, “boneco de *Minecraft* segurando uma espada para matar monstro ou para caçar”, “personagem de um jogo famoso”, “blusa azul clara e calça escura, espada de diamante”, “Steve com a espada”, “uma espada, uma blusa verde, uma calça roxa e um cabelo castanho”, “espada, boca, nariz, olho, roupa, perna, pé, cabelo, sapato”, “um boneco segurando uma espada”.

As respostas evidenciaram que para grande parte dos alunos, no caso, o grupo participante da pesquisa, até então, prevalece a maneira natural de visualizar, ou seja o olhar icônico. Duval (2011), aponta que na maneira natural de visualizar, não se leva em conta as dimensões figurais reconhecidas e não nos ocupamos em fazer a variação dessas dimensões apontando outras unidades que não vemos, mas que acabam por se tornar mais importantes que aquelas que vemos.

Na Figura 24, temos a demonstração da imagem “1b”, para indicação das visualizações observadas. Para tal, dispomos, uma figura bidimensional 2D, dois triângulos superpostos.

Figura 24 - Imagem do Questionário Diagnóstico, questão 1 (b)

Fonte: elaborado pela autora no *software* GeoGebra.

Diante da observação da imagem “1b”, destacadas na Figura 24, inferimos que fossem identificadas a desconstrução por superposição e decomposição. O Quadro 20, apresenta as Unidades de Contexto, Unidades Registros e as Categorias de Análise, seguida dos dados com a frequência (F) apresentada para as respostas dos alunos.

Quadro 18 - Respostas dos alunos referente a questão 1(b)

Unidades de Registro	F	Unidades de Contexto	F	Categorias de Análise
Triângulos	13	Visualização de figuras modo não-icônico (maneira Matemática de ver).	16	Figura Bidimensional (2D)
Triângulos e Hexágono	3			
Estrela	6	Visualização de figura no modo icônico (maneira natural de ver).	10	Figura Natural
Outros	4			

Fonte: elaborado pela autora, com base nos dos dados da pesquisa.

Conforme apresentado no Quadro 19, dentre as 26 respostas dos alunos, para a categoria de Unidades de Registro, cerca de 62% (16) dos alunos visualizaram figuras geométricas, os outros 38% (10), desempenharam suas observações a partir de um olhar icônico, ou seja, indicando figuras pelo modo natural de ver. Assim compondo o mesmo percentual para o campo Categoria de Análise “Figura Natural”. Nessa categoria, as indicações e descrições variaram entre: “estrela de Davi”, “uma flor”, “negócio de ritual”, “símbolo que tem na bandeira de Israel”, “estrela verde”, “estrela linda”.

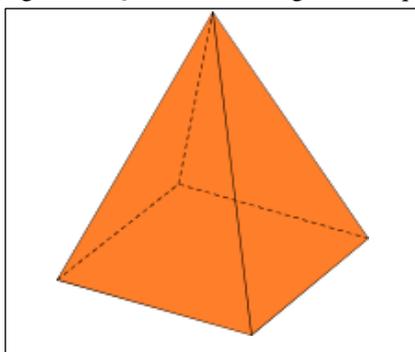
Para a categoria que se refere a Unidades de Contexto, dentre as 16 visualizações no modo não-icônico, apenas 19% (3) identificaram além dos triângulos o hexágono formado no centro da figura. Operando o olhar sobre a dimensão 2D/2D, realizaram a desconstrução por decomposição das partes, para além dos contornos dos triângulos. Os outros 81% (13), identificaram somente os triângulos. Dentre esses 13 alunos, nove, ou seja, cerca de 69%, indicaram visualizar somente os dois triângulos maiores superpostos, descrevendo como: “um

triângulo em pé e outro de cabeça para baixo”, ou “um com a ponta para cima e outro para baixo”.

Os outros quatro alunos, 31% deram indicações para visualização dos oito triângulos 2D/2D, sendo, os dois maiores e os seis menores formados nas extremidades, descritos como: “8 triângulos”, “dois triângulos grandes e mais triângulos nas bordas”. Desse grupo de alunos, dois descreveram ver uma estrela formada por triângulos, não definindo se visualizaram dois triângulos superpostos, seis triângulos menores formados nas extremidades ou se os oito triângulos formados na totalidade. Nenhum aluno fez destaque apenas a elementos unidimensionais 1D, segmentos de reta que forma o conjunto de figura. Como já destacado, há predominância da visualização bidimensional frente a outras formas. De acordo com Souza, Moretti (2025), essas habilidades de visualização serão melhor desenvolvidas a partir das mobilizações e escolhas didáticas desenvolvidas pelos professores.

Por fim a Figura 25 demonstra a imagem “1c”, com a mesma proposta da figura (“1a” e “1b”), indicação e descrição das visualizações observadas. Para tal, dispomos, uma figura tridimensional (3D), pirâmide de base quadrada 3D/2D.

Figura 25 - Imagem do Questionário Diagnóstico, questão 1 (c)



Fonte: elaborado pela autora, no *software* GeoGebra.

Após a observação da imagem “1c” destacadas na Figura 25, inferimos que fossem identificadas e indicadas a pirâmide 3D/2D, e por meio da desconstrução dimensional, o olhar transitasse pelas dimensões $3D \rightarrow 2D$, com apontamento para as faces triangulares 2D/2D e a base quadrada 2D/2D.

O Quadro 20, apresenta as Unidades de Registros e as Categorias de Análise, seguida dos dados com a frequência (F) apresentada para as respostas dos alunos. Para a análise dessa imagem (pirâmide), excluimos a coluna para as Unidades de Contexto: “Visualização de Figuras Geométricas (modo não-icônico)”, e “Maneira natural de visualizar (olhar icônico)”,

compreendendo que o modo de ver, em especial para a figura supracitada, seria axiomático, com indicações somente para figuras geométricas.

Quadro 19 - Respostas dos alunos referente a questão 1(c)

Unidades de Registro	F	Categorias de Análise
Triângulos	6	Figura Bidimensional (2D)
Quadrado e triângulos	4	
Pirâmide	20	Figura Tridimensional (3D)

Fonte: elaborado pela autora, com base nos dados da pesquisa.

Com base nos dados do Quadro 20, podemos observar que, a maior parte dos alunos, cerca de 77%, descreveu visualizar a pirâmide 3D/2D. Salientamos que o quantitativo para as 4 respostas na linha “Quadrado e triângulos”, está inserido na totalidade apresentada na linha “Pirâmide” para o resultado de 20 respostas. Essa classificação, nos permitiu identificar que dentre as 20 respostas para a hipótese “pirâmide”, quatro alunos, detalharam ver além da figura 3D/2D (pirâmide), os polígonos 2D/2D, indicando as faces triangulares 2D/2D e a base quadrada 2D/2D. Nesse contexto operam uma desconstrução dimensional, onde o modo de ver transita entre as dimensões 3D→2D. Dessa maneira, percebemos que (15%) dos alunos, demonstraram maior habilidade cognitiva, no que tange o perfil para o olhar matemático.

Um grupo 6 alunos, cerca de 23%, apontaram a visualização somente de triângulos 2D/2D, contudo não podemos afirmar que estes não visualizaram ou identificaram a pirâmide e sua base quadrada. Pois ao apontarem os triângulos, percebe-se que também realizaram uma desconstrução dimensional 3D→2D. Nesse sentido, a partir de uma figura 3D/2D, o modo de visualizar lhes permitiu mudar a dimensão, reconhecendo unidades figurais 2D/2D. O fato dos alunos não apontarem as outras unidades figurais, pode ter sido ocasionado por não se lembrarem dos nomes das figuras. Durante esse primeiro momento da intervenção, com a aplicação do Questionário Diagnóstico percebemos que os alunos apresentavam grande dificuldade em diferenciar e nomear figuras geométricas consideradas básicas. Assim como diferir suas dimensões, tais ocorrências serão melhor explanadas mais adiante, no decorrer das análises.

O Quadro 21, apresenta as respostas do grupo de alunos inserido no percentual dos 15%. No âmbito de preservar a identidade dos participantes, para cada uma das respostas apresentadas, usamos como Identificação (Ide.) símbolos alfanuméricos. Estes, definidos na primeira coluna por: A1 (aluno 1), A2 (aluno 2), A3 (aluno 3) e assim sucessivamente.

Dentre as respostas analisadas para os 15%, ou seja, os quatro alunos, conforme apresentado no Quadro 21, percebemos que o aluno (A4) apresenta uma confusão ao tentar identificar ou classificar as dimensões das unidades figurais. Supomos ser possível, que tenha identificado a pirâmide como 3D, mas não conseguiu nomeá-la de forma correta, referindo-se às faces triangulares como tridimensional. Esse equívoco pode ter sido ocasionado por uma distração em sua descrição, por não se recordar ou não saber nomear a figura 3D. Contudo, o mantivemos nesse grupo, por ter apresentado a mesma capacidade cognitiva dos demais em transitar por entre as dimensões 3D→2D, dessa forma, também identificando os diferentes contornos e unidades figurais 2D/2D a partir de uma figura 3D/2D.

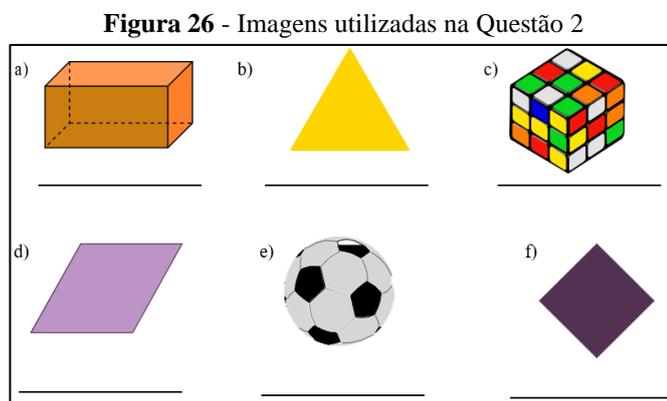
Quadro 20 - Respostas referente aos 15% dos alunos, Questão 1 (c)

Ide.	Imagem (resposta)	Transcrição
A1	 <p data-bbox="491 891 1161 1003"><u>Pirâmide, triângulos, quadrado e uma figura laranja.</u></p>	Pirâmide, triângulos, quadrado e uma figura laranja.
A2	 <p data-bbox="499 1104 1209 1216"><u>Uma pirâmide, e um quadrado desenhado em baixo e vários triângulos cumpridos desenhados em volta.</u></p>	Uma pirâmide, e um quadrado desenhado em baixo e vários triângulos cumpridos desenhados em volta.
A3	 <p data-bbox="491 1328 1209 1384"><u>Um triângulo, quadrado e uma pirâmide.</u></p>	Um triângulo, quadrado e uma pirâmide.
A4	 <p data-bbox="483 1507 1177 1597"><u>um triângulo em 3D ou vários triângulos por ser mais 4 e no fundo um quadrado</u></p>	Um triângulo em 3D ou vários triângulos, pra ser exato 4 e no fundo um quadrado.

Fonte: dados da pesquisa.

A seguir apresentamos a Figura 26, ao qual expõe as imagens utilizadas na Questão 2 do questionário. Para resolução, parte-se do seguinte enunciado: “Observe e faça comparações das figuras representadas. Utilizamos a Geometria para classificá-las, assim indique quais são: Planas (bidimensionais) e quais são Não-planas (tridimensionais). Nessa atividade, tencionamos verificar os conhecimentos dos alunos no que tange a identificação e classificação

das dimensões das figuras. Dessa maneira dispomos seis figuras que se diversificaram para figuras geométricas e objetos que se assemelham a figuras geométricas.



Fonte: figuras (a, b, d, f), elaborado pela autora no *software* GeoGebra; figuras (c, e), Canva.com.

O rol de imagens compreendeu um total de seis figuras. Sendo, três figuras tridimensionais (3D), assim classificadas: “(a)” paralelepípedo (3D/2D), “(c)” cubo mágico que na Geometria se assemelha ao cubo (3D/2D), “(e)” bola, que se assemelha a esfera 3D/2D. Por fim, três figuras bidimensionais (2D), classificadas em: “(b)” triângulo 2D/2D, “(d)” paralelogramo 2D/2D, “(f)” quadrado ou losango 2D/2D.

Na sequência, trazemos o Quadro 22, com sistematização das respostas dos alunos para a questão 2. Os dados de frequência (F) representados no quadro referem-se as respostas consideradas adequadas a classificação dimensional.

Quadro 21 - Respostas dos alunos referente a questão 2

Unidades de Registro	F	%	Categorias de Análise
Identificar e indicar as figuras Planas (b, d, f),	6	25%	Figura Bidimensional (2D)
Identificar e indicar as figuras Não-Planas (a, c, e),	6	25%	Figura Tridimensional (3D)

Fonte: elaborado pela autora, com base nos dados da pesquisa.

Pode-se observar, elencados no Quadro 22, que nas Unidades de Registro, designamos respectivamente as Figuras “b, d, f”, para Categoria de Análise das Figuras bidimensionais (2D) e as Figuras “a, c, e”, para categoria das Figuras tridimensionais (3D). A interpretação e análise dos dados segue para um total de 24 respostas, visto que dois alunos não responderam à questão.

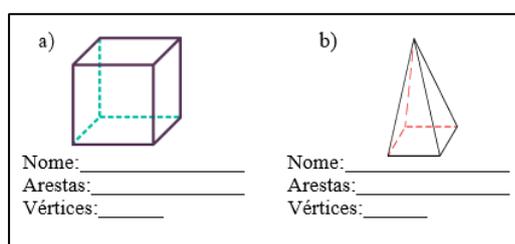
Na coluna frequência (F), o resultado para as seis respostas apresentado nas duas Categorias de Análise (2D e 3D), são de correspondência ao mesmo grupo de alunos. Nesse viés apenas 25%, ou seja, seis alunos, conseguiu identificar adequadamente as dimensões

figurais. Os outros, 75%, ou seja, 18 alunos, não conseguiram diferir figuras bidimensionais de tridimensionais, um quantitativo bastante expressivo.

O resultado para esses dados, confirma a fala de uma das professoras da escola, regente em outra turma de 5º ano. Esta, já havia nos relatado que, os alunos apesar do nível escolar cursado, em sua maioria não sabiam diferenciar figuras bidimensionais (2D) de tridimensionais (3D), havendo uma grande defasagem na aprendizagem.

Na Figura 27, destacamos a Questão 3 do Questionário Diagnóstico. Para essa atividade, tencionamos verificar os conhecimentos dos alunos no que tange a identificação das figuras e seus elementos, como: arestas, vértices. Orientados pelo seguinte enunciado “coloque o nome das figuras, identifique e numere com a quantidade de elementos de cada uma”. Para essa análise, dispomos duas figuras, “a” cubo 3D/2D, “b” pirâmide de base quadrada 3D/2D.

Figura 27 - Imagens utilizadas na Questão 3



Fonte: elaborado pela autora, no *software* GeoGebra.

O Quadro 23, apresenta síntese para hipóteses de respostas dos alunos referente a Questão 3. Enfatizamos que o referido quadro elenca os quantitativos de alunos com respostas consideradas pertinentes a cada figura e elemento descrito. Nessa perspectiva catalogamos o quantitativo de alunos que conseguiu identificar os nomes das figuras e os elementos básicos em destaque. Desse modo, as Unidades de Registros são definidas por: pirâmide, cubo, aresta e vértice. As Categorias de Análise definem-se por: Figura Tridimensional 3D, e Elementos da Figura Tridimensional 3D.

Quadro 22 - Respostas dos alunos referente a Questão 3

Unidades de Registro	F	Categorias de Análise
Pirâmide	9	Figura Tridimensional (3D)
Cubo	14	
Vértice	9	Elementos da Figura Tridimensional 3D
Aresta	9	

Fonte: elaborado pela autora, com base nos dados da pesquisa.

Partindo dos resultados apresentados no Quadro 23, dentre os 25 participantes, apenas, 9 alunos, conseguiram indicar a pirâmide 3D/2D e 14 alunos indicaram o cubo 3D/2D. Importante enfatizar que para esse mesmo grupo de 14 alunos que indicaram o cubo 3D/2D, oito estão no rol que indicaram também a pirâmide 3D/2D. Dentre os outros seis restantes, três não souberam nomeá-la, dois registraram cone e um registrou triângulo. Assim verificamos que os demais participantes, compondo um grupo de 11 alunos, cerca de 44%, não constantes no Quadro 24, nomearam o cubo como quadrado, e a pirâmide como triângulo. Outros cinco deixaram a questão sem resposta, e outros dois alunos, descreveram não se lembrar e não saber.

Quanto a Categoria “Elementos da Figura Tridimensional 3D” evidenciamos que nove alunos, 36%, enumeraram as arestas e vértices adequadamente, demonstrando conhecimento na identificação e distinção dos elementos. Esse percentual apresentado para os elementos: vértices e arestas, referem-se ao mesmo grupo de alunos. Os outros 64%, ou seja, 16 alunos, não conseguiram identificar ou diferir os elementos destacados.

Após a análise das questões dispostas no Questionário Diagnóstico, nos chamou a atenção a ocorrência de uma incongruência nos dados. Verificamos que para a imagem da Figura 25, da questão 1c (pirâmide, p. 88), obtivemos 20 alunos que identificaram a pirâmide 3D/2D. Contudo, na questão 3b, Figura 27 (pirâmide, p. 92), obtivemos apenas 9 alunos que identificaram a pirâmide 3D/2D. Esse fato demonstrou incoerência quanto a respostas, visto que, as duas questões, Figuras (25 e 27) correspondem a uma pirâmide de base quadrada 3D/2D.

Ao compararmos as respostas de cada aluno para as duas questões, contabilizamos que dentre os 20 alunos que responderam pirâmide para a Figura 25, um grupo de quatro alunos descreveram na Figura 27, triângulo. Dois responderam cone, outros quatro deixaram a questão sem resposta. E um aluno respondeu não saber. Os fatos apresentados, em especial o último citado nos levou a inferir que, alguns alunos possivelmente podem responder a determinadas questões consultando as respostas do colega. Dado que, as carteiras (mesas) estão dispostas muito próximas umas das outras, em função da quantidade de alunos e do limite de espaço na sala de aula.

Outra suposição, em destaque, ao grupo de alunos que respondeu “triângulos”, seria de que talvez tenham sido influenciados pela configuração da imagem, pois como demonstra a Figura 27 (pirâmide 3D/2D, p. 92), esta, não apresenta cor. Essa simples diferença na representação visual, pode ter dirigido o foco dos alunos. Resultando na interpretação equivocada da questão, ao considerarem as faces triangulares como ponto central da atividade.

Os dados e resultados apresentados, corroboram as percepções e afirmam uma fragilidade na aprendizagem, no que confere a conhecimentos básicos e fundamentais em

Geometria. Estes manifestados para um considerável número de alunos. Tal fato pode ser atribuído a diversos fatores, no entanto é imprescindível refletirmos sobre a maneira, como nos docentes, estamos ensinando geometria. Duval (2023, p. 60, grifos do autor) afirma que a fragilidade no ensino de matemática concentra-se no fato de que, “estamos apenas apresentando, explicando e ensinando conhecimentos matemáticos prontos”. Sob esse aspecto é preciso desenvolver por meio da exploração, a conscientização e habilidades, ao invés de conhecimento.

Em nossa análise, também observamos que, os alunos não conseguiram identificar e diferenciar o nome de figuras básicas, como quadrado 2D/2D e retângulo 2D/2D. Muitas vezes nomeavam o cubo 3D/2D como quadrado 2D/2D, ou a pirâmide 3D/2D como triângulo 2D/2D e vice-versa. Também não conseguiam diferir segmentos de reta 1D/2D (arestas) e vértices 0D. Diante deste cenário, tivemos uma grande preocupação em retomar conceitos básicos no decorrer das atividades aplicadas durante a intervenção. Pois, sem esses prévios conhecimentos, haveria um grande comprometimento na capacidade de interpretação e articulação dos diferentes registros de representação. Para Duval (2022, p. 3) a distinção de propriedades meramente qualitativas “constitui o primeiro limiar crítico para a aprendizagem da Geometria. E esse limiar, pode ser o mais difícil para os alunos superarem no ensino, mas, também o mais decisivo para os levar a compreender o que é uma abordagem geométrica”.

Quanto as defasagens observadas na aprendizagem dos alunos, além da hipótese já mencionada, quanto as didáticas de ensino, também podem relacionar-se a reflexos ainda do período de pandemia. Esse contexto contribuiu significativamente para essa “perda de aprendizagem”. Ao qual acarretaram retrocessos e prejuízos ao processo educacional. Tais consequências podem exigir um longo período para superação. Além de requerer esforços contínuos e estratégias pedagógicas direcionadas, para promoção da recuperação e avanço no desenvolvimento dos alunos.

Nesse contexto, em nossa pesquisa buscamos trazer essa estratégia direcionada. Promovendo um recurso didático voltado ao ensino e aprendizagem de Geometria, visando potencializar a compreensão e formação conceitual dos alunos. Contribuindo com o desenvolvimento da habilidade cognitiva do olhar matemático.

Por meio da utilização da Literatura Infantil durante a Prática Docente Supervisionada, em conjuntura as atividades utilizadas para sua exploração, percebemos contribuições e avanços expressivos na aprendizagem dos alunos. Com destaque ao modo de visualização, reconhecimento e reconfiguração das figuras geométricas. Assim como identificação e distinção dos elementos e dimensões figurais, promovendo um discreto avanço no “olhar”

matemático. Se comparados aos dados analisados, por meio das atividades aplicadas no Questionário Diagnóstico, ao qual serão demonstrados no próximo subitem.

Os dados que serão apresentados, irão corroborar ao potencial da metodologia utilizada na Literatura Infantil, respaldados pelo embasamento teórico e empírico. Evidenciando sua eficácia na promoção da aprendizagem, no desenvolvimento das competências dos alunos e na superação das dificuldades indicadas.

3.3 APRESENTAÇÃO DA OBRA LITERÁRIA, EXPLORAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS PRODUZIDOS

Ainda na primeira semana de intervenção, antes da apresentação do livro de Literatura Infantil, nosso Produto Educacional, propusemos uma atividade que teve por intencionalidade incitar a percepção de formas geométricas existentes nos espaços de vivência cotidiana. Além de estimular a percepção do aluno sobre a presença de formas geométricas nos espaços habituais, compreender a importância de estudar e aprender Geometria. Propiciar momento de reflexão, imaginação e criatividade. A atividade possibilitou mobilizar o olhar botanista e agrimensor por meio da apreensão perceptiva. Nesse viés, os alunos foram convidados a realizar observações nos diversos espaços da escola, ou seja, em ambientes externos à sala de aula. A partir desse cenário, buscamos promover uma observação prática, impulsionando a capacidade cognitiva, para gerar concepções mais amplas sobre a Geometria e suas aplicações.

Essa contextualização é fundamental para promoção de uma aprendizagem mais significativa. De acordo com Moretti (2013), ao trabalharmos sob essa perspectiva operamos a construção de uma semiosfera do olhar, ou seja, os conceitos e significados vão sendo estruturados pela articulação entre, espaços, contextos e sistemas. “A ideia para a criação da semiosfera do olhar é incluir outros sistemas, permitir que diversos sistemas possam conviver com diferentes repercussões que não são percebidas quando do uso isolado de cada uma delas”, destaca Moretti (2013, p. 298).

A proposta da atividade, baseia-se na discriminação visual, oportuniza a capacidade de fazer comparações, classificar, identificar semelhanças e diferenças. Além disso, possibilita a reflexão de que a Geometria transcende os limites dos livros didáticos e atividades impressas de Matemática. Priorizamos nessa análise identificar o processo de visualização para os diferentes contornos e dimensões das figuras, 3D e 2D e 1D.

Sob o contexto descrito, orientamos a atividade a partir do seguinte enunciado: “observem as formas geométricas presentes na natureza, objetos e construções. Desenhem as

formas observadas e descrevam onde foram visualizadas”. O Quadro 24, apresenta a frequência (F) das respostas dos alunos, definidos em duas categorias de Análise, sendo: “Figuras tridimensionais (3D)”, e “Figuras bidimensionais (2D),

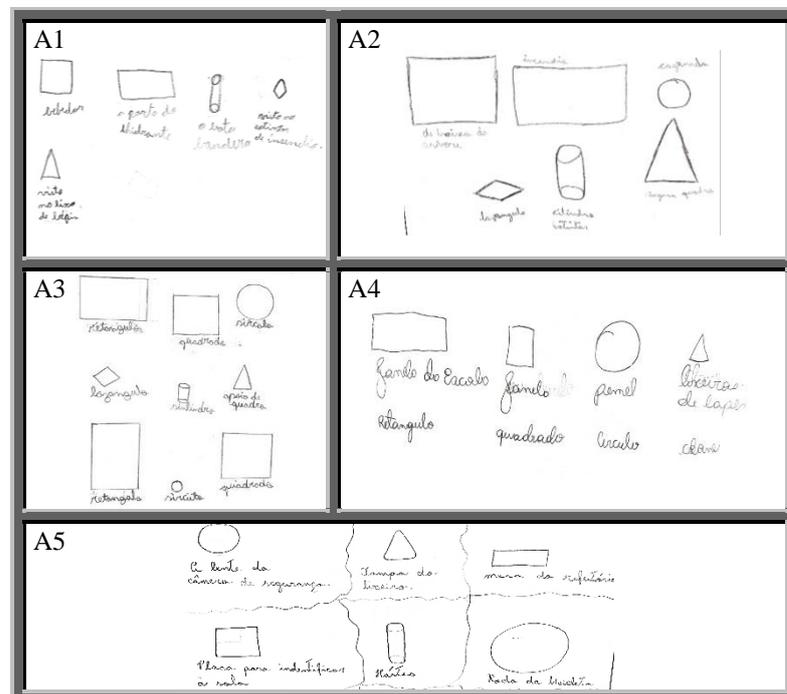
Quadro 23 - Classificação das respostas dos alunos referente a atividade 1

Categorias de Análise	F
Figura tridimensional (3D)	10
Figura bidimensional (2D)	16

Fonte: elaborado pela autora, com base nos dados da pesquisa.

Dentre as 26 respostas dos participantes, observamos que 38%, ou seja, 10 alunos, identificaram ao menos uma figura tridimensional 3D. Os outros 62%, referente a 16 alunos, identificaram somente figuras bidimensionais 2D. Percebe-se que o resultado revela que a maioria dos alunos identificaram e registraram visualizações somente para figuras bidimensionais 2D. Esses dados corroboram a teoria de Duval (2011, p. 94), ao afirmar que “a percepção visual impõe sistematicamente o reconhecimento de unidades figurais 2D”. Nesse sentido, para fazer com o aluno visualize outras dimensões figurais é preciso elaborar tarefas e problemas específicos, promovendo o desenvolvimento cognitivo e avanço necessário a essa forma de olhar, Duval (2011). A Figura 28, mostra alguns registros feitos pelos alunos, este identificados para: aluno 1 (A1), aluno 2 (A2) e assim sucessivamente.

Figura 28 - Registros das figuras visualizadas pelos alunos



Fonte: dados da pesquisa.

Todos os alunos, ou seja, 100% dos participantes, registraram visualização para figuras bidimensionais 2D, tais como: retângulo, quadrado, triângulo. Os 10 alunos, referente ao percentual de 38%, visualizaram pelo menos uma figura tridimensional 3D, tais como: o cilindro 3D/3D, a partir do mastro (identificado como haste), e o tronco de uma árvore, estes, presentes no pátio da escola. O extintor de incêndio 3D/3D, a caixa d'água 3D/3D, o corrimão da escada 3D/3D. Representado na tampa da lixeira, visualizaram o cone 3D/3D. Salientamos que algumas formas geométricas na dimensão 3D inclusas nos dados analisados, não possuem identificação para o respectivo nome, como pode-se observar em alguns registros da Figura 28 (p. 96). Contudo observamos que os alunos desenharam a forma visualizada, com a tentativa de representação tridimensional 3D/2D, conforme registro do A1 “bota bandeira” e o A5 “hastes”.

Outras formas tridimensionais 3D, que poderiam ter sido visualizadas são: os prismas triangulares 3D/3D nos telhados, os paralelepípedos ou primas quadrangulares 3D/3D nas salas de aula, nas colunas do refeitório e dos corredores das salas, entre outros. Ressaltamos que, os alunos tinham extrema dificuldade em identificar as figuras geométricas por seus respectivos nomes. Em vários momentos, apontavam e perguntavam como se chamava determinada forma, outros indicaram os locais de visualização como solicitado na atividade. Desse modo desenhavam as figuras e identificavam o local em que foram visualizados. O que possibilitou a interpretação de algumas imagens a partir dos desenhos realizados para as formas visualizadas, mesmo não listando os nomes de referência.

O modo de descrição destacado para o local de visualização das formas, segue fidedigno aos registros dos alunos. Dessa maneira, apontam quadrados 2D/2D, vistos nos vidros das janelas, tampas de esgoto, e placas de identificação nas portas das salas. Os retângulos 2D/2D, nas mesas do refeitório, no quadro da sala, nas janelas, nos bancos, no canteiro de grama. Na faixa de pedestre em frente à escola, ao qual foi possível visualizar devido à frente ser fechada por grades. Um grupo de cinco alunos registraram a visualização de losangos 2D/2D. Além desta, outra forma destacada por 18 alunos, foi o círculo. Nas descrições, aparecem como sendo vistos no “sol”, nas “rodas das bicicletas”, no “bico da torneira”, na “lente da câmera de segurança”, e até nos “olhos” do colega.

A proposta da atividade revelou que, foi possível sensibilizar e mobilizar a percepção dos alunos para visualização de formas geométricas em suas diversas possibilidades. Estes, destacados na natureza, em objetos, construções do homem e até no corpo humano.

3.3.1 Apresentação e exploração da Literatura Infantil

Na sequência do cronograma proposto na intervenção, chega o momento de apresentarmos o livro de Literatura Infantil e executarmos a leitura. Isto posto, foram realizados dois momentos de leitura em voz alta, a primeira leitura foi realizada pela pesquisadora. No segundo momento de leitura, os alunos foram convidados a ler, cada um uma página. Assim, dividimos esse segundo momento de leitura por capítulos, distribuídos ao longo da semana.

Para Brenman (2012), o ato de escutar a leitura é um dos meios mais importantes para que as crianças adquiram um rico vocabulário. Além disso, outra benesse da leitura em voz alta

é o fato de que essa ação pode prestigiar a leitura. Numa sociedade na qual o superficial, a televisão, as imagens ‘clipomaniacas’ são dominantes no nosso cotidiano, o professor que lê em voz alta livros de qualidade para seus alunos está mostrando que existem outras construções humanas de qualidade indiscutível e que também podem nos divertir, distrair, emocionar, tanto ou mais do que a empobrecida cultura de massa que se apresenta à nossa sociedade, (Brenman, 2012, p. 133).

Vale ressaltar que cada aluno, assim como a professora regente da turma, recebeu um exemplar impresso. Nesse sentido, todos tiveram a oportunidade de manusear seu próprio livro⁴², com a primeira versão dos protótipos. Nessa vertente, Ioeta (2023), destaca importante estudo realizado pela linguista e pesquisadora Naomi Baron, professora emérita de Linguística da *American University* em *Washington*. Onde evidencia que a leitura em livro impresso, promove uma leitura mais atenta e concentrada, podendo reduzir possíveis distrações, favorecendo a compreensão e a memória a longo prazo.

Promovemos o momento de leitura com prévia preparação do ambiente na própria sala de aula, tornando o cenário confortável e mais acolhedor. Dessa forma, recolhemos as mesas e cadeiras junto aos cantos da sala e dispomos um grande Tecido-não-tecido (TNT) no chão, onde os alunos puderam sentar-se em círculo. Os participantes se sentiram muito à vontade, como pode ser visto na Figura 29, que demonstra o momento de apreciação, leitura e recebimento dos protótipos da Literatura Infantil.

⁴² A impressão dos livros foi encomendada à gráfica Midiograf (Londrina/PR). Para o quantitativo de 30 exemplares, estes, custeados com recurso do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática- PPGECM.

Figura 29 - Momento de leitura e recebimento do livro

Fonte: acervo da pesquisadora.

Após a leitura do livro, realizamos uma roda de conversa. Esta, dirigida por perguntas pré-definidas. Os participantes desempenharam suas respostas por meio de registro em fichas. Quanto ao rol de perguntas, encontra-se disponibilizado em anexo.

A Figura 30, busca ilustrar sinteticamente a frequência de algumas respostas, destacadas a partir de 26 participantes. Dessa forma, selecionamos as três perguntas em destaque: “Você gosta de ler?” “Gostou da história”, “Indicaria o livro a um amigo”?

Figura 30 - Percepções após a leitura da Literatura Infantil

Fonte: dados da pesquisa.

Conforme apresentados na Figura 30, os dados mostram que 50% dos alunos participantes indicam gostar de ler e os outros 50%, descreveram não gostar de ler. Esse

percentual negativo para predisposição da leitura, é um quantitativo bastante preocupante. Pois, sabemos os benefícios promovidos pelo hábito da leitura no aprendizado, assim como no desenvolvimento cognitivo e intelectual. Nesse sentido, Oliveira (2010, p. 41), destaca que, “a literatura contribui para a formação da criança em todos os aspectos, especialmente na formação de sua personalidade, por meio do desenvolvimento estético e da capacidade crítica, garantindo a reflexão de seus próprios valores e crenças, como também os da sociedade a que pertence”.

Para Leal e Albuquerque (2010), é fundamental e necessário inserir os estudantes no mundo da literatura, não podendo ser de forma ocasional, deve constar em um planejamento contínuo. Pois além de favorecer a aprendizagem e o conhecimento, amplia o acervo textual dos alunos, “contribui para o desenvolvimento pessoal, das subjetividades, do ‘ser no mundo’, promovendo ainda o desenvolvimento de estratégias de leitura que podem ser usadas em muitas e variadas situações de interpretação textual”, Leal e Albuquerque (2010, p. 94).

Concordamos com os autores e entendemos que a habilidade da interpretação textual, é essencial para todas as áreas do conhecimento, em especial, para resolução de problemas matemáticos. Essa habilidade cognitiva é desenvolvida a partir da prática da leitura. Na prática diária é possível perceber que os alunos que possuem leitura fluente, possuem melhor capacidade de interpretação e compreensão. Possuem mais autonomia no desenvolvimento das atividades, além de uma maior facilidade para assimilação e aprendizagem de diversas áreas do conhecimento. Brenman, (2012, p. 71), afirma que “somente professores que efetivamente abordam o texto literário poderão favorecer o desabrochar de alunos desejantes de leituras significativas”.

Alguns destaques para os motivos de não gostarem de ler, foram dados nas respostas registras, descritos como: “*Não tenho paciência*”; “*Porque é chato ler e eu não tenho paciência*”; “*Não consigo focar e perco as linhas*”; “*Prefiro jogar Free Fire*”; “*Não, pois tem textos grandes*”.

Apesar dos dados apresentarem um alto índice de alunos que não gostam de ler, 92% dos alunos disseram ter gostado da história do livro: Descubra o poder de Radu e um novo jeito de ver- através do olhar, fascinantes descobertas. Apenas 8%, ou seja, 2 alunos, descreveram não ter gostado. Estes, estão inseridos no grupo de alunos que relataram não gostar de ler. Contudo, o percentual negativo, também pode ser proveniente de outros fatores. Dentre os quais: o tipo de gênero textual explorado, talvez os alunos não gostem de histórias de aventura ou ficção; ou ainda, a abordagem contextual de Geometria contida no enredo da história. Alguns alunos, também não gostam de estudar a temática Geometria, dentre outros coeficientes.

O mesmo percentual de alunos que gostou da história, ou seja, 92%, também indicaria o livro a conhecidos ou amigos. Dentre os motivos descritos para ambas as perguntas, realçamos os registros: *“Porque é legal, aprendemos muitas coisas”*; *“Porque é interessante, aprendemos enquanto nos divertimos, as aventuras são legais”*, *“Entretém bastante”*; *“Interessante e eu aprendi muito”*; *“Porque aprendi muito e tem animais”*; *“Porque a história fala o passo a passo e pode inspirar outros”*; *“Os desenhos são bastante coloridos e a história é bastante interessante”*; *“Porque tem animais com superpoderes”*.

Dentre as justificativas para indicação do livro, mesmo tendo marcado a opção de não ter gostado da história, este, inserido no percentual dos 8% (2 alunos), um dos participantes descreveu que indicaria o livro, argumentando: *“Sempre é bom aprender mais um pouco”*.

No próximo tópico elencaremos as atividades desempenhadas após a apresentação e leitura do livro de Literatura Infantil, bem como, análise dos dados produzidos, fundamentadas no aporte teórico que embasam nossa pesquisa.

3.4 ATIVIDADES APÓS EXPLORAÇÃO DA OBRA LITERÁRIA E ANÁLISE DOS DADOS

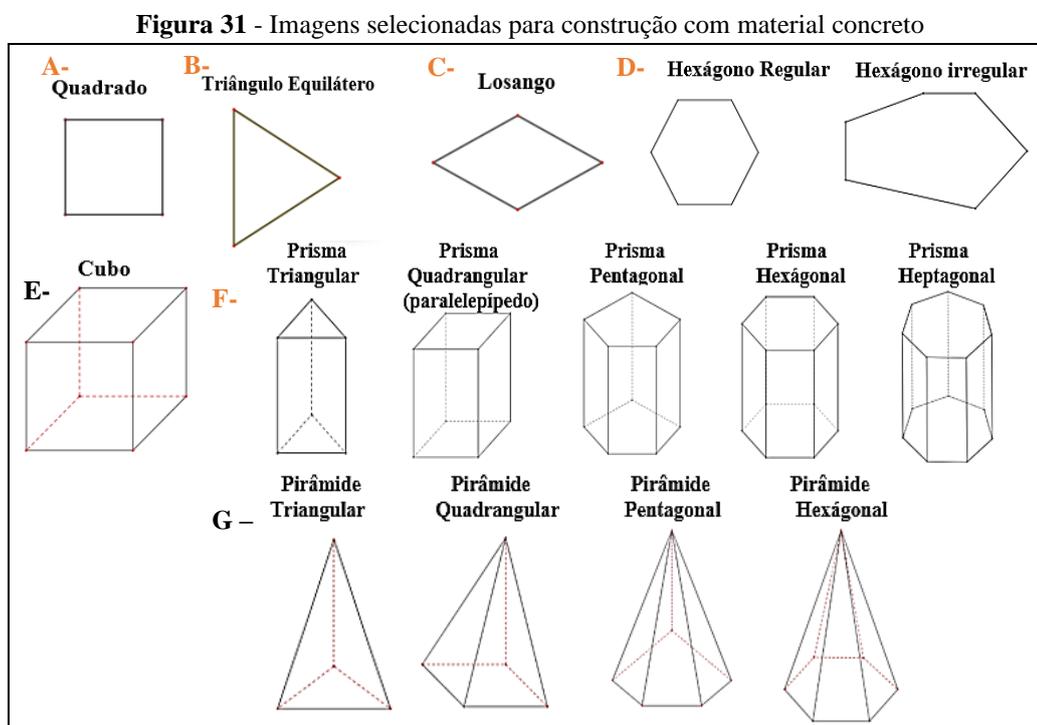
Diante da defasagem de aprendizagem relatada pela professora, anterior ao início da intervenção, houve uma preocupação em elaborar adaptações pedagógicas e didáticas voltadas à retomada de conceitos básicos, como já mencionado. O relato equipara-se e confirma-se, por meio dos resultados posteriores a aplicação do Questionário Diagnóstico, ao qual dispomos análise realizada na seção 3.2.3 (Aplicação e análise do Questionário Diagnóstico, p. 81). Isto posto, as adaptações foram planejadas de forma que as atividades buscassem também atender as especificidades e demandas dos sujeitos da pesquisa.

As atividades foram realizadas em 10 encontros com duração de cerca de duas horas cada, sendo duas vezes na semana, no decorrer de cinco semanas consecutivas. Na maioria dos encontros participaram os 27 alunos, sujeitos da pesquisa. Todos os encontros foram realizados na escola durante o período regular de aulas letivas, respeitando o cronograma semanal das aulas de Matemática, organizados pela professora regente da turma.

3.4.1 Primeira atividade, produção e análise dos dados - Construindo figuras planas e sólidos geométricos

A primeira atividade após a leitura do livro, foi desenvolvida em dois encontros, contando com a participação de 27 alunos. Nessa atividade (em anexo) selecionamos 15

diferentes figuras geométricas bidimensionais (2D/2D) e tridimensionais (3D/2D), sendo definidas nas letras A, B, C, D, E. Nas letras F e G, separamos dois grupos de sólidos “primas” e “pirâmides”. A Figura 31, apresenta todas as figuras disponibilizadas para a construção.



Fonte: elaborado pela autora no *software* GeoGebra.

A atividade desenvolvida teve por objetivo estimular a visualização cognitiva para os elementos que formam as figuras. Relembrar os elementos (vértices, arestas, segmentos de reta, faces) de figuras planas e não-planas, reconhecendo e identificando suas propriedades. Mobilizar os olhares, apreensões e a desconstrução dimensional das formas. Transitar por entre as diferentes dimensões figurais: $3D \rightarrow 2D \rightarrow 1D \rightarrow 0D$ e $0D \rightarrow 1D \rightarrow 2D \rightarrow 3D$.

Os alunos receberam fichas com ilustrações das figuras pré-selecionadas: bidimensionais 2D/2D (quadrado 2D/2D, triângulo 2D/2D, losango 2D/2D, hexágono regular e irregular 2D/2D). E figuras tridimensionais 3D/2D (cubo 3D/2D, prismas triangular-quadrangular- pentagonal- hexagonal- heptagonal 3D/2D, e pirâmides triangular-quadrangular- pentagonal e hexagonal 3D/2D). Assim, com a proposta de reproduzi-las, utilizando palitos e massinhas de modelar, mobilizando os elementos da TRRS.

Os palitos representaram os segmentos de reta e arestas, a massinha de modelar os vértices. A utilização de materiais concretos em aulas de Matemática, favorecem e ampliam a produção de significados. Proporcionam dinamicidade e maior engajamento no desenvolvimento das atividades. Sobre isso, Smole e Diniz (2012, p. 14) afirmam que a

utilização de materiais concretos na Matemática “apoiam a atividade que tem como objetivo levar o aluno a construir uma ideia ou um procedimento pela reflexão”.

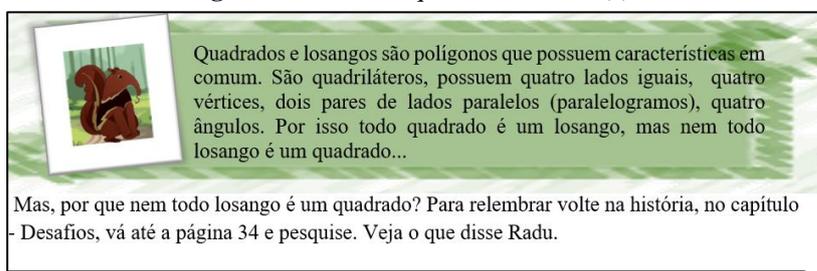
Sob essa ótica desvelamos a atividade orientada por enunciado, nestes, o aluno é conduzido a ler atentamente as características de cada figura e logo após, deve realizar a construção destas, utilizando os materiais disponibilizados. Além disso, deveriam registrar nas fichas os elementos que compõem cada figura. Importa enfatizar que,

“[...] recursos didáticos devem servir para que os alunos aprofundem e ampliem os significados que constroem mediante sua participação nas atividades de aprendizagem. Mas são os processos de pensamento do aluno que permitem a mediação entre os procedimentos didáticos e os resultados da aprendizagem” (Smole, Diniz, 2012, p.14).

Acompanhado da orientação, as características figurais com identificação detalhada de cada figura dimensional, foram dispostas em *Tags*. Relacionando o nome, elementos e propriedades que compunha cada uma. Como exemplo, para o losango, descrevemos: “os losangos são figuras planas (bidimensionais 2D), são polígonos quadriláteros, todos os seus lados são iguais no comprimento, possui dois pares de lados paralelos”.

Além disso, trouxemos os personagens do livro nas atividades resgatando informações e conceitos geométricos abordados na história. Estimulando também retomarem fragmentos de leitura, com indicação do capítulo e página. Incluindo perguntas, referentes a história, aos personagens e aos desafios, como demonstra a Figura 32.

Figura 32 - Excerto que antecede a 2 (c)



Fonte: elaborado pela autora.

As descrições contidas nos *Tags* e excertos, permitem acesso a conceitos e propriedades que compõem as unidades figurais. Além de ampliar e trazer novos conhecimentos aos alunos, possibilitando reforçar e lembrar os que já possuíam. Ademais, as informações visaram contribuir na formação continuada dos professores, promovendo alguns aprofundamentos e atualizações na área de Geometria, essenciais para uma atuação pedagógica eficaz no ensino dos educandos. Duval (2011, p. 91, grifos do autor) enfatiza que, “a figura é *identificada pelas*

propriedades que não vemos porque nenhum desenho as mostra em sua generalidade. Essas propriedades só podem ser aprendidas por conceitos, isto é, os termos definidos nos enunciados”.

Dito isso, iniciamos a construção das figuras bidimensionais 2D, e na sequência as figuras tridimensionais 3D. Os alunos receberam palitos em dois tamanhos diferentes, no âmbito de facilitar as construções do hexágono irregular 2D/2D, além dos prismas e pirâmides 3D/2D. Os participantes demonstraram entusiasmo e interesse ao desenvolverem as atividades. Relataram não ter trabalhado formas geométricas na perspectiva da proposta ofertada no ano cursado e nem em anos anteriores do Ensino Fundamental. O que justifica o fato alguns alunos terem tido dificuldades ao tentarem construir as figuras tridimensionais, como o cubo 3D/3D. Dentre os quais três alunos solicitaram ajuda a pesquisadora para montagem/construção, expondo seus entraves. A partir da base quadrada, não sabiam como prosseguir para inserir as faces e dar sequência na construção do sólido.

A Figura 33, demonstra a galeria de fotos com algumas construções realizadas pelos alunos na atividade.

Figura 33 - Atividade de construção das formas geométricas



Fonte: acervo da pesquisadora.

Tanto para o grupo figural dos prismas 3D/2D, quanto para o grupo das pirâmides 3D/2D, foi solicitado que os participantes escolhessem uma única figura para

construção/representação. Optamos pela referida organização devido à exigência de tempo maior na execução de determinadas atividades, além da preocupação em não extrapolarmos o cronograma do plano de ensino. Os alunos tiveram um grande envolvimento na atividade. Dentre as escolhas podemos observar na galeria de fotos da Figura 33, que todos os sólidos foram representados/construídos. O paralelepípedo 3D/3D, o cubo 3D/3D, além dos prismas: triangular, quadrangular, pentagonal, hexagonal e heptagonal. Quanto as pirâmides, realizaram construções para bases quadrada, triangular e hexagonal.

Para essa atividade os alunos mobilizaram o olhar icônico botanista e agrimensor, articulado a apreensão perceptiva e discursiva, avançando ao olhar não- icônico. Na construção das unidades figurais 2D/2D, os alunos transitaram entre as dimensões 0D→1D→2D. Ao registrarem os elementos que compuseram as figuras Planas, operaram a desconstrução dimensional, com transição 2D→1D→0D. Assim como na construção das figuras tridimensionais 3D/3D, transitaram entre as dimensões 0D→1D→2D→3D. Ao realizarem os registros dos elementos, operaram a desconstrução perpassando as transições 3D→2D→1D→0D.

No Quadro 25, apresentamos síntese dos elementos da TRRS mobilizados na resolução das atividades da atividade dois, tanto na construção das figuras como nos registros realizados nas fichas.

Quadro 24 - Elementos mobilizados na questão 2 (a,b,c,d,f)

Olhares	Icônico	Botanista
		Agrimensor
	Não Icônico	Construtor
Apreensões	Perceptiva	
	Discursiva	
Desconstrução dimensional das formas 2D→1D→0D, 0D→1D→2D 3D→2D→1D→0D, 0D→1D→2D→3D		

Fonte: elaborado pela autora.

A atividade possibilitou uma representatividade tangível de elementos figurais em suas diversas dimensões, favorecendo o reconhecimento e distinção destes. Para Smole e Diniz (2012, p. 12), “os materiais podem ser entendidos como representações materializadas de ideias e propriedades”.

Como é possível verificar por meio dos resultados apresentados no subitem 3.2.3, na análise do Questionário Diagnóstico a maior parte dos alunos participantes não conseguia indicar ou diferenciar conceitos básicos de Geometria. Em Nacarato e Passos (2003, p. 82, grifo dos autores), “a dificuldade em ‘ler’ o que as representações bidimensionais de objetos

tridimensionais traduzem pode estar na incapacidade de identificar os diferentes elementos que compõe esses objetos”. Dito isso, acreditamos que à atividade promoveu importante momento para construção e avanço nos processos de visualização, reconhecimento e distinção dos elementos figurais.

Destacamos na Tabela 1, as habilidades mobilizadas no desenvolvimento da atividade.

Tabela 1 - Habilidades mobilizadas na primeira atividade

EF05MA17	Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
EF05MA16	Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
EF03MA15	Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.

Fonte: dados da pesquisa.

De acordo com Duval (2011, p. 85), a habilidade cognitiva no processo de visualização é essencial para que, “sejamos capazes de utilizá-las na resolução de um problema ou no reconhecimento de uma aplicação das propriedades geométricas em situação real”. Ou seja, somente com essa capacidade cognitiva de visualização é que será possível realizar operações figurais para fazer surgir outras. Traduzindo-se em ação necessária fundamentada na análise e aplicação das propriedades geométricas em diferentes contextos. Contudo, para que os alunos consigam avançar nesse processo de visualização, é preciso que tenham um bom embasamento. Ou, já tenham consolidado a habilidade de reconhecer e identificar os diferentes elementos e as próprias unidades figurais.

3.4.2 Segunda atividade, produção e análise dos dados – Reconfigurando o sólido geométrico

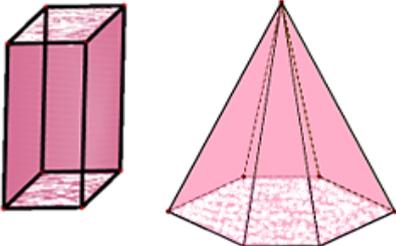
Demos sequência a intervenção, onde a próxima atividade fora realizada em um encontro, com 26 alunos participantes. Dessa forma, propomos nessa atividade duas questões (A, B). Na questão (A), os alunos teriam que desconstruir um sólido (paralelepípedo) e utilizar os mesmos elementos para reconstruir outro sólido (pirâmide hexagonal), dessa forma reproduzindo um desafio proposto na literatura. Logo na questão (B), teriam que solucionar um novo desafio proposto, ao qual será mais bem detalhado a seguir. Para elaboração da atividade nos pautamos no quarto desafio elaborado para o livro de Literatura Infantil exposto no subitem 1.3 (p. 52), desta dissertação. A Figura 34, apresenta a descrição e orientação da atividade.

Figura 34 - Segunda atividade

Volte e relembre o quarto desafio (pag. 34) onde Radu e seu amigo Zam tiveram que construir um outro sólido geométrico a partir das mesmas 12 arestas do prisma quadrangular (paralelepípedo).

A) Utilizando o material disponível, separe 12 arestas e construa o paralelepípedo e depois a pirâmide de base hexagonal.

B) Qual outro sólido ainda seria possível construir com as mesmas 12 arestas? Separe 12 arestas e experimente, descubra a construção de um novo sólido. Dica: pode ou não haver bases.



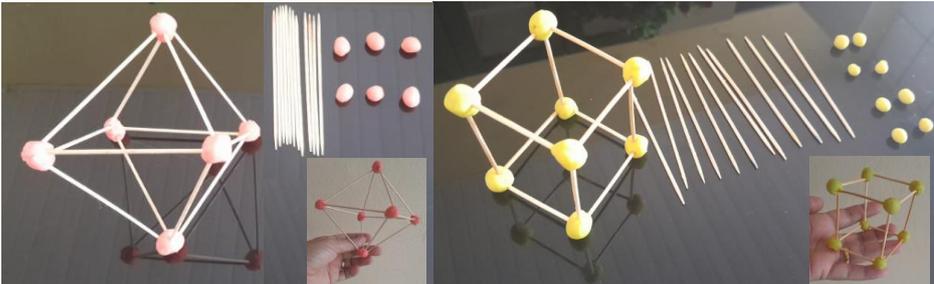
Fonte: elaborado pela autora.

A proposta teve por intencionalidade desenvolver e estimular a visualização cognitiva e o pensamento espacial (percepção, raciocínio, memória), desconfigurar, decompor e compor formas em outras formas. De acordo com Duval (2016), é preciso além de aprender a desconstruir formas, também desconfigurar as formas para configurá-las de outra maneira.

Utilizando os materiais concretos disponibilizados (massinhas de modelar, palitos), teriam que descobrir a partir da desconstrução dimensional do paralelepípedo 3D/2D, qual outro sólido geométrico poderia ser construído para além da pirâmide hexagonal 3D/2D. Para isso utilizando a mesma quantidade de elementos (segmentos de reta), usados na construção dos dois sólidos supracitados. Sob esse viés Hillesheim e Moretti (2020, p. 3), corroboram dizendo que “a tomada de consciência dimensional das formas e as suas operações discursivas permitem que a visualização e o discurso estejam em sinergia”.

O Quadro 26, mostra a figura de partida e as hipóteses de resposta esperadas para solução do desafio.

Quadro 25 - Possibilidades de resolução da segunda atividade

Figura de partida	Hipóteses de construções
	

Fonte: elaborado pela autora.

Inicialmente propomos a releitura do desafio disposto na história, após a reprodução das construções do paralelepípedo 3D/3D e da pirâmide de base hexagonal 3D/3D. A partir da decomposição e desconstrução dos sólidos, puderam observar e comparar suas semelhanças e diferenças. Esse modelo de abordagem de acordo com Hillesheim e Moretti (2020, p. 11), permite, “analisar a transformação de uma forma dada em outra de unidade dimensional igual ou menor que figura inicial”. Dessa forma, inferimos que no percurso de desconstrução e reconstrução dimensional, fizeram-se notáveis as mudanças de dimensões, elementos e propriedades, não só por meio do manuseio dos materiais concretos, mas por meio do “olhar”.

Isto posto, evidenciaríamos a redução no quantitativo dos vértices, mudança nos contornos das bases 2D/2D e faces 2D/2D. Bem como, mobilidade para as transições, $3D \rightarrow 2D \rightarrow 1D \rightarrow 0D$ e $0D \rightarrow 1D \rightarrow 2D \rightarrow 3D$. Em Duval (2011, p. 89, grifo do autor) “a desconstrução dimensional das formas ($nD \rightarrow (n - 1) D$). Permite analisar a transformação de uma figura em outra de mesma dimensão mesmo que ela pareça completamente diferente”.

Como exemplificado no Quadro 27, a partir do paralelepípedo 3D/2D, ainda poderiam ser construídos com as mesmas 12 arestas, os sólidos platônicos: octaedro 3D/3D e o cubo 3D/3D. Sabíamos que seria um desafio complexo, diante do nível elementar de aprendizagem, percebida inicialmente. Contudo, esperávamos verificar as percepções e inferências já promovidas pela leitura do livro, assim como os desafios propostos nela. Para Duval (2011, p. 68), “o que é matematicamente essencial em uma representação semiótica são as transformações que se pode podem fazer, e não a própria representação”.

Dito isso, obtivemos um aluno que conseguiu realizar a construção do octaedro 3D/3D, o referido aluno não sabia o nome do sólido e entusiasmado perguntou a pesquisadora se seria aquele e qual seu nome. Dois alunos realizaram a construção do cubo 3D/3D, desvelando a outra possibilidade. Como é possível verificar na Figura 35.

Figura 35 - Construções dos alunos para o desafio da atividade dois



Fonte: dados da pesquisa.

Os três alunos, ficaram extremamente orgulhosos por conseguirem resolver o desafio. Os demais alunos ficaram exaltados em ver quais seriam as possibilidades, assim seus colegas realizaram a socialização de suas construções. Também realizamos apresentação em slide, quanto as possibilidades de construção aos demais alunos participantes, como mostra a Figura 36.

Figura 36 - Slide apresentado ao final do desafio



Fonte: dados da pesquisa.

Damos ênfase nas similaridades e diferenças, tais como: a dimensão e quantidade de arestas, ademais, mudanças nos quantitativos de vértices e faces. Além dos contornos sofrerem reconfiguração, onde as faces retangulares do paralelepípedo 2D/2D, tomaram formas triangulares 2D/2D e formas quadradas 2D/2D.

Podemos observar que na atividade dois, tanto na representação do octaedro 3D/3D, quanto do cubo 3D/3D, os alunos que conseguiram resolver o desafio perceberam que, mesmo tendo que manter o número de arestas, poderiam mudar os contornos das figuras. Essa consciência pode ter sido adquirida pela percepção do desafio proposto no livro que apresenta mesma ocorrência na possibilidade de reconfiguração. Assim realizaram a operação figural, reconfigurando as faces retangulares 2D/2D, em triangulares 2D/2D, e quadradas 2D/2D. Do mesmo modo perceberam, que as arestas 1D (segmentos de reta), poderiam reduzir o comprimento para que obtivessem o sólido com suas faces regulares e congruentes.

O Quadro 27, apresenta a síntese dos elementos mobilizados na resolução do desafio para a questão 2.

Quadro 26 - Elementos mobilizados no desafio da atividade dois

Olhares	Icônico	Botanista
	Não Icônico	Agrimensor Inventor
Apreensões	Perceptiva	
	Discursiva	
	Operatória	
Desconstrução dimensional das formas 0D→1D→2D→3D 3D→2D→1D→0D		

Fonte: elaborado pela autora.

Na Tabela 2, segue destacado as habilidades mobilizadas para a referida atividade.

Tabela 2 - Habilidades mobilizadas na segunda atividade

EF05MA17	Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
EF05MA16	Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

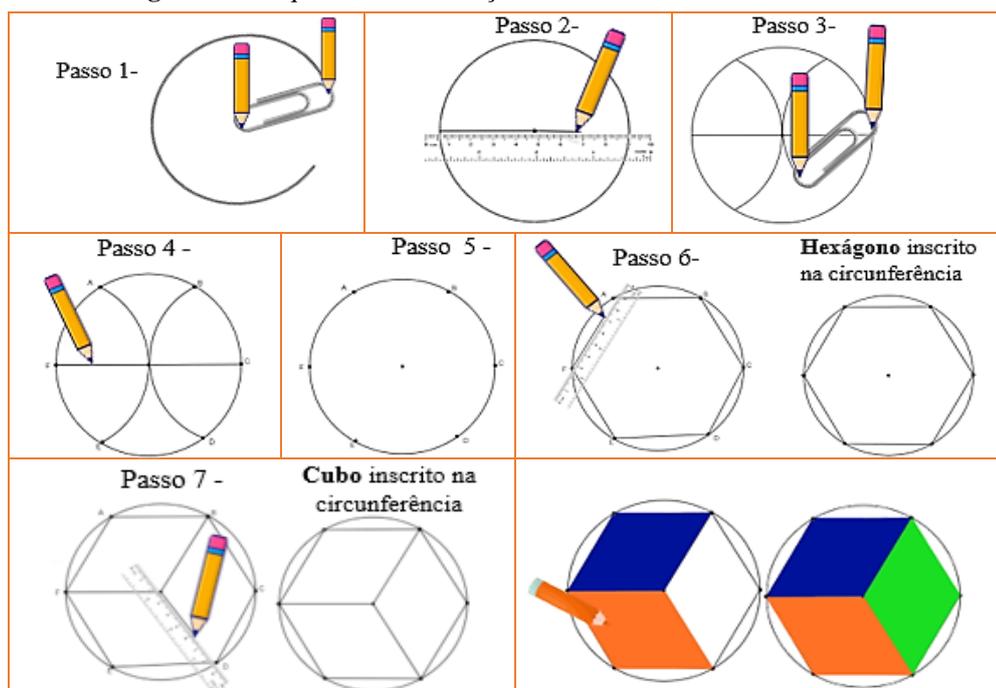
Fonte: dados da pesquisa.

3.4.3 Terceira atividade, produção e análise dos dados - Desenhando o cubo na circunferência

Para essa atividade, realizada em um encontro, com 24 alunos, retomarmos a construção do sólido (cubo) de forma prática, partindo de uma figura bidimensional 2D (hexágono). Nesse sentido, propomos a construção de um cubo no centro da circunferência. Para elaboração dessa atividade, nos pautamos no primeiro desafio proposto na literatura. Onde ocorre a descoberta de um cubo 3D/2D sendo visualizado a partir de um hexágono 2D/2D, como exemplificado também no subitem 1.3 (p. 45). A partir de então elaboramos um passo a passo com as orientações descritas e ilustradas. Além da produção de um vídeo⁴³ disposto no *You Tube*, este, elaborado pela pesquisadora, ao qual foi reproduzido em sala para os alunos, no âmbito de facilitar o processo de construção. Segue a construção do passo a passo ilustrado na Figura 37.

⁴³ Vídeo disponível em < <https://youtu.be/bNlyE7UBHWE> >

Figura 37 - Sequência de construção do cubo inscrito na circunferência



Fonte: elaborado pela autora no *software* GeoGebra.

Na construção da circunferência, não utilizamos o compasso, mostramos outra possibilidade utilizando: um clipe, dois lápis e uma régua. A Tabela 3, apresenta as habilidades com maior proximidade no desenvolvimento da atividade.

Tabela 3 - Habilidades mobilizadas na terceira atividade

EF05MA17	Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
EF05MA16	Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
EF05MA18	Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

Fonte: dados da pesquisa.

Para a atividade de construção do cubo os alunos mobilizaram os olhares icônico e não-icônico, construtor com utilização da régua e o compasso improvisado (clipe, lápis), além do inventor inserindo novos seguimentos de reta para reconfiguração de novas figuras. Articulados as apreensões perceptiva, operatória, discursiva e sequencial. Transitaram entre as dimensões $0D \rightarrow 1D \rightarrow 2D \rightarrow 3D$. A partir de uma figura unidimensional 1D (circunferência), operaram sobre a figura, fazendo surgir duas possibilidades de unidades figurais em diferentes dimensões, 2D e 3D. Sendo, o hexágono 2D/2D e a partir deste, com a inserção de três segmentos de reta

e um ponto, desvelaram o cubo 3D/2D. Duval (2011), enfatiza que, a percepção para as possibilidades de operações figurais é que permitem o desenvolvimento da capacidade cognitiva para uma visualização Matemática em Geometria. Nessa perspectiva, todo o percurso de desenvolvimento da atividade proposta e o surgimento das diferentes unidades figurais, vão promovendo essas percepções, contribuindo significativamente com o desenvolvimento para a habilidade de visualização.

No Quadro 28, segue síntese dos elementos mobilizados na atividade.

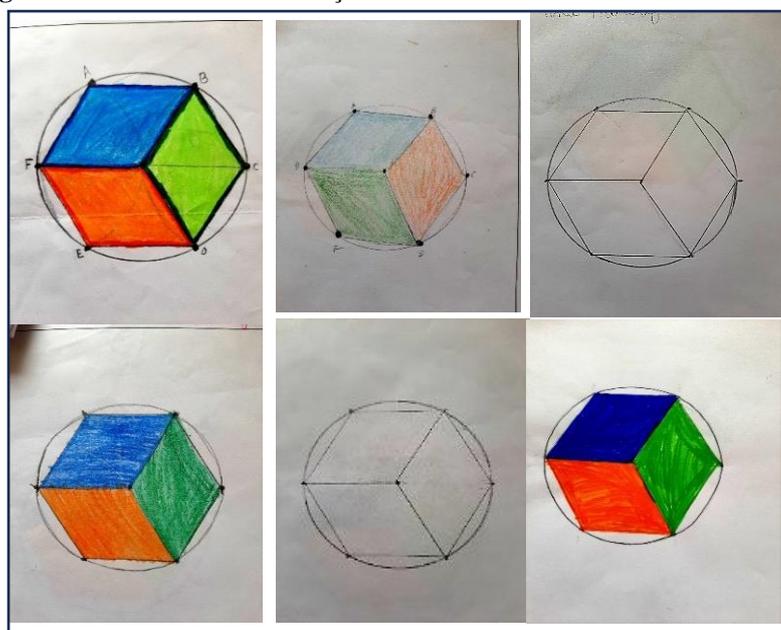
Quadro 27 - Elementos mobilizados no desafio da atividade três

Olhares	Icônico	Botanista
	Não Icônico	Agrimensor
Apreensões		Perceptiva
	Discursiva	Inventor
Operatória		
Sequencial		
Desconstrução dimensional das formas 0D→1D→2D→3D 2D→3D		

Fonte: elaborado pela autora.

Na Figura 38 podemos observar algumas das produções realizadas pelos alunos.

Figura 38 - Atividade de elaboração do cubo inscrito na circunferência



Fonte: dados da pesquisa.

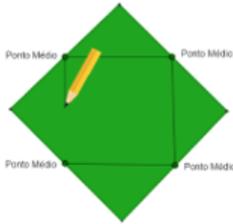
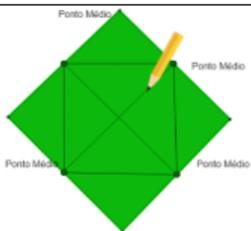
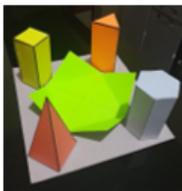
Os alunos se mostraram muito interessados na atividade. Além disso os participantes conseguiram desenvolver a atividade com certa facilidade. Alguns solicitaram endereço do canal no *You Tube* com postagem do vídeo produzido, para acesso em posterior oportunidade.

Essa atividade também oportunizou explorar elementos básicos que compõe a circunferência, como raio e diâmetro, comparando as similaridades e diferenças entre o círculo.

3.4.4 Quarta atividade, produção e análise dos dados – Ampliação do quadrado e construção da maquete

Na atividade quatro, realizada em um encontro, com 26 alunos, propomos a ampliação do quadrado, produção de uma maquete e montagem com planificação dos sólidos: pirâmide quadrangular 3D/2D, paralelepípedo 3D/2D, prima hexagonal 3D/2D e o prisma triangular 3D/2D. Dessa maneira, buscamos retomar o terceiro desafio da história, assim promovendo mais uma atividade que trabalhasse as dimensões figurais. Para a base da maquete cada aluno recebeu: papelão *Holler*, e planificação dos referidos sólidos em papel *Color Plus*, para quatro cores (verde, laranja, azul e amarelo). Nessa atividade, também elaboramos um passo a passo para ampliação do quadrado, como demonstra a Figura 39.

Figura 39 - Passo a passo para ampliação do quadrado (terreno)

<p>Utilizaremos papelão para base, os sólidos (pirâmide base quadrada, primas hexagonal, quadrangular e triangular) serão montados a partir de planificações previamente impressas. Utilizando o material de apoio siga o passo a passo e as instruções do (a) professor (a).</p>			
<p>Passo 1. Para ampliação do gramado por meio da dobradura, vamos marcar os pontos médios do quadrado e depois traçar segmentos de reta ligando os pontos.</p>		<p>Passo 2. Trace dois segmentos perpendiculares ligando os vértices do quadrado menor.</p>	
<p>Passo 3. Agora basta dobrar as 4 pontas do quadrado maior unindo ao centro do quadrado menor. Perceba a congruência dos oito triângulos isósceles decompostos no quadrado.</p>		<p>Passo 4. Monte as planificações dos sólidos geométrico. Fixe o quadrado com a dobradura (gramado ampliado) no centro da base da maquete, depois cole o sólidos nas quatro extremidades. Assim estará pronta sua maquete.</p>	

Fonte: elaborado pela autora.

Já a Tabela 4, apresenta as habilidades a serem desenvolvidas com a atividade.

Tabela 4 - Habilidades mobilizadas na quarta atividade

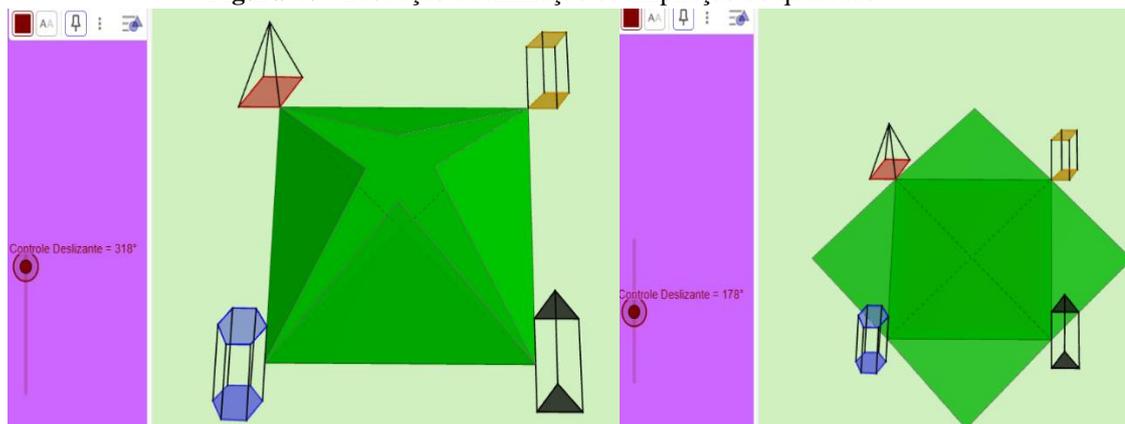
EF05MA17	Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
EF05MA16	Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
EF05MA18	Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

Fonte: dados da pesquisa.

Diante do exposto, os alunos receberam um recorte de *Color Plus* verde com a forma de um quadrado 2D/2D, representando o terreno (gramado) a ser ampliado, conforme o desafio se apresenta na história. A partir de então, poderiam perceber a partir da prática, a possibilidade de duplicar o tamanho do quadrado no contexto apresentado na história, por meio da decomposição.

Além disso, o livro de Literatura Infantil disponibiliza *Qr Code* com animação da ampliação, simulando dobradura a partir da decomposição do quadrado 2D/2D em triângulos 2D/2D, conforme já destacado também no subitem 1.3 (Figura 10, p. 51). Essas ações visam comprovar a ampliação do quadrado 2D/2D para o dobro de seu tamanho, com finalidade de promover melhor entendimento quanto a sobreposição e verificação de congruência entre os triângulos decompostos do quadrado.

A Figura 40, apresenta ilustração da animação elaborada a partir do *software* GeoGebra, na página além da animação que pode ser feita manualmente por meio do botão deslizar (360°), há disponibilizado ao lado esquerdo da imagem, painel com todos os comandos usados na criação e animação da figura.

Figura 40 - Ilustração da animação de ampliação do quadrado

Fonte: elaborado pela autora no *software* GeoGebra.

Todos os alunos conseguiram desenvolver a atividade com certa facilidade a partir das orientações e auxílio da pesquisadora. Na montagem e colagem dos sólidos geométricos a partir das planificações, alguns alunos necessitaram de ajuda, dessa forma contamos com o apoio da professora regente da sala para assessorá-los.

No desenvolvimento da referida atividade, os alunos mobilizaram o olhar icônico botanista e agrimensor. Marcando os pontos médios 0D do quadrado 2D/2D, avançam para o olhar não-icônico inventor. E construtor, ao utilizarem a régua para inserir os quatro segmentos de reta 1D, ligando os pontos médios do quadrado maior 2D/2D. Assim, formando o quadrado menor no centro. Articulam as apreensões perceptiva, operatória, discursiva e sequencial, transitando entre as dimensões 2D→0D→1D→2D. Por conseguinte, inseriram mais dois segmentos de reta 1D, perpendiculares no centro do quadrado, fazendo surgir os quatro triângulos isósceles 2D/2D. Nessa ação, mobilizam a apreensão operatória mereológica heterogênea. Visto que, a decomposição do quadrado 2D/2D, se fez para diferentes contornos da figura de partida. Ou seja, a decomposição desvela formas triangulares 2D/2D congruentes.

No Quadro 29, segue síntese dos elementos mobilizados na atividade.

Quadro 28 - Síntese dos elementos mobilizados na atividade 4

Olhares	Icônico	Botanista
		Agrimensor
	Não Icônico	Construtor
		Inventor
Apreensões	Perceptiva	
	Discursiva	
	Operatória	
	Sequencial	
Desconstrução dimensional das formas 0D→1D→2D→3D		

Fonte: elaborado pela autora.

Na sequência realizaram as dobraduras dos triângulos 2D/2D, formados nas extremidades do quadrado menor 2D/2D para o interior deste. Com a dobradura, puderam comprovar por meio da superposição, a congruência dos triângulos 2D/2D e ampliação do quadrado 2D/2D para o dobro de seu tamanho. Para finalizar, realizaram recorte das planificações já impressas, montagem e colagem dos sólidos na maquete.

A Figura 41, demonstra galeria com fotos da produção dos alunos para a atividade proposta.

Figura 41 - Produções da atividade quatro (maquete)



Fonte: dados da pesquisa.

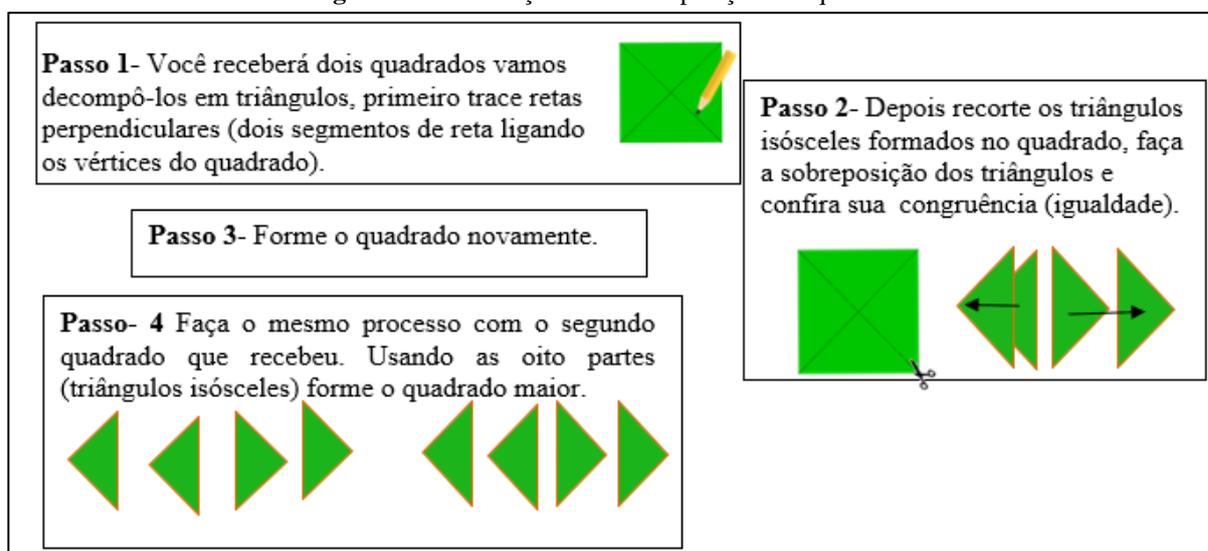
Na proposta da atividade, a partir do modelo de ampliação do terreno e construção da maquete reproduzindo o cenário destacado na literatura infantil, percebemos como descrito, que foi possível mobilizar todos os elementos da TRRS. Além disso, os alunos ficaram motivados e desenvolveram atividade com interesse e empolgação. Uma das alunas com sua maquete pronta, relatou com entusiasmo, ser o seu primeiro trabalho de Geometria.

3.4.5 Quinta atividade, produção e análise dos dados – Verificação de congruência dos triângulos por meio de recorte, composição de novos polígonos

A próxima atividade foi executada em um encontro, com 25 alunos. Em primeiro momento, propomos a verificação de congruência dos triângulos decompostos para ampliação do quadrado, por meio de recorte. Logo após, composição de novos polígonos com as peças triangulares. Os participantes da pesquisa, realizaram as mesmas marcações no quadrado, descritas na atividade anterior (4). Para isso receberam dois polígonos (quadrados 2D/2D) de mesmo tamanho (14cm x 14cm), e a partir do olhar inventor e construtor inseriram segmentos de reta com utilização da régua.

A Figura 42, mostra o passo a passo descrito e ilustrado, elaborado para orientação da decomposição dos quadrados 2D/2D em triângulos 2D/2D.

Figura 42 - Orientações de decomposição dos quadrados



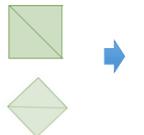
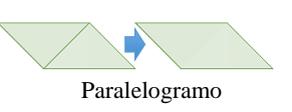
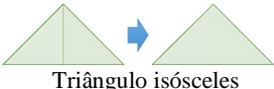
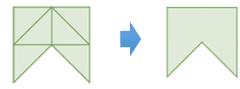
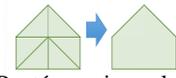
Fonte: elaborado pela autora.

Na sequência, realizaram o recorte dos triângulos isósceles 2D/2D formados no centro. Operaram a desconstrução por meio da decomposição dos quadrados 2D/2D, nessa ação articularam as apreensões: operatória (mereológica heterogênea), discursiva e sequencial. Por conseguinte, verificaram por meio da superposição, evidenciando a congruência entre eles. E formaram o quadrado maior 2D/2D, com as oito partes (triângulos isósceles 2D/2D) decompostas, comprovando a ampliação para o dobro de seu tamanho.

A partir dos oito triângulos isósceles 2D/2D, decompostos dos dois quadrados 2D/2D, propomos nova atividade, para formação de outras figuras. Isto posto, teriam que formar polígonos com: duas, três, quatro, cinco e seis partes (formas triangulares).

O Quadro 30, foi elaborado no âmbito de apresentar hipóteses ilustradas e/ou possibilidades de composição dos novos polígonos. O quantitativo de partes sugerido, seguem definidas na coluna Unidades de Registros.

Quadro 29 - Hipóteses ilustradas

Unidades de Registros	Ilustrações Hipóteses Figurais		
2 partes (2 triângulos isósceles)	 Quadrado	 Paralelogramo	 Triângulo isósceles
3 partes (3 triângulos isósceles)	 Trapézio retângulo		
4 partes (4 triângulos isósceles)	 Retângulo	 Trapézio isósceles	 Paralelogramo
5 partes (5 triângulos isósceles)	 Pentágono irregular	 Trapézio retângulo	
6 partes (6 triângulos isósceles)	 Pentágono irregular (côncavo)	 Retângulo	 Hexágono
	 Paralelogramo	 Pentágono irregular	 Trapézio isósceles

Fonte: elaborado pela autora no *software* GeoGebra.

O processo de composição e decomposição para diferentes figuras, permite analisar a relação entre si e dos lados figurais no processo de formação de outros polígonos. Além disso, de acordo com Smole e Diniz (2012), a manipulação de materiais na proposta de composição e decomposição figural, contribui no desenvolvimento da linguagem relativa à nomenclatura de figuras geométricas planas. Ademais amplia o repertório de conhecimento dos alunos em qualquer fase de escolaridade.

O Quadro 31, elenca classificação e distribuição das respostas dos alunos para a atividade executada. Mediante prévia categorização para Unidades de Registro, Unidades de Contexto e a Categoria de análise. As Unidades de Registro apresentam as possibilidades de figuras a serem formadas, linear a frequência (F), ou seja, quantitativo de ocorrências e o percentual (%) correspondente. As Unidades de Contexto, na quarta coluna, seguem organizadas em cinco grupos, subdividem-se no quantitativo de partes utilizado para cada construção poligonal, ou seja, os triângulos isósceles (2D/2D) utilizados na construção. Quanto a Categoria de Análise, define-se de forma singular, ou seja, apenas para a dimensão 2D.

Quadro 30 - Resultados das construções a partir da decomposição dos quadrados

Unidades de Registro	F	%	Unidades de Contexto	Categoria de Análise
Quadrado	15	62%	Composição de polígonos bidimensionais 2D, com 2 partes (triângulos isósceles 2D/2D).	Figuras bidimensionais (2D).
Triângulo	7	29%		
Paralelogramo	1	4%		
Losango	1	4%		
Trapézio	18	75%	Composição de polígonos bidimensionais 2D, com 3 partes (triângulos isósceles 2D/2D).	
Paralelogramo	0	0%	Composição de polígonos bidimensionais 2D, com 4 partes (triângulos isósceles 2D/2D).	
Retângulo	9	37,5%		
Trapézio	0	0%		
Pentágono	6	25%	Composição de polígonos bidimensionais 2D, com 5 partes (triângulos isósceles 2D/2D).	
Trapézio	4	16%		
Hexágono	6	25%	Composição de polígonos bidimensionais 2D, com 6 partes (triângulos isósceles 2D/2D).	
Pentágono	11	46%		
Retângulo	3	12,5		
Trapézio	0	0%		
Paralelogramo	0	0%		

Fonte: elaborado pela autora, com base nos dados da pesquisa.

Conforme dados apresentados no Quadro 31, para a Unidade de Contexto 1, utilizando duas partes triangulares, cerca de 62% dos alunos formaram o quadrado menor 2D/2D. E 29% formaram o triângulo isósceles maior, 4% formaram o paralelogramo, e um aluno (4%), descreveu a figura formada como losango.

Podemos perceber que as duas peças triangulares decompostas do quadrado formariam um quadrado menor, nomenclatura mais conhecida pelos alunos em detrimento ao losango. Identificá-lo como losango pode ter sido proveniente da posição rotacionada em que o quadrado 2D/2D foi formado. Aliado ainda, ao resgate feito a partir da Literatura Infantil⁴⁴, onde o personagem aborda e explica que todo quadrado é um losango, mas nem todo losango é um quadrado.

Para a Unidade de Contexto 2, a partir de três partes triangulares, com base nos dados apresentados nas Unidades de Registro, cerca de 75% dos alunos formaram trapézios 2D/2D, sendo 25% destes, trapézio retângulo 2D/2D, e 50% trapézio isósceles 2D/2D. Os outros 25% não conseguiram formar figuras. Na Unidade de Contexto 3, para quatro partes triangulares, cerca de 37,5% dos alunos formaram o retângulo 2D/2D, 62,5% não conseguiu formar a hipótese prevista para o paralelogramo 2D/2D. Na Unidade de Contexto 4, com as cinco partes

⁴⁴Capítulo quatro, p. 34, do livro de Literatura Infantil.

triangulares, 25% conseguiram formar o pentágono 2D/2D, cerca de 17%, formaram o trapézio retângulo 2D/2D e os outros 25% (6) dos alunos, não conseguiram formar nenhuma figura.

Na Unidade de Contexto 5, para seis partes triangulares, 25% formaram, o hexágono irregular, 46% formaram pentágonos irregulares e 12,% formaram o retângulo, 16%, ou seja, quatro alunos, não formaram nenhuma figura. Nenhum dos alunos descobriu as possibilidades para o trapézio isósceles 2D/2D e o paralelogramo 2D/2D.

O Quadro 32, destaca síntese dos elementos mobilizados na atividade cinco.

Quadro 31 - Elementos da TRRS mobilizados na atividade cinco

Olhares	Icônico	Botamista
	Não Icônico	Construtor
		Inventor
Apreensões	Perceptiva	
	Discursiva	
	Operatória	
	Sequencial	
Desconstrução dimensional das formas 2D→0D→1D→2D, 2D→2D		

Fonte: elaborado pela autora.

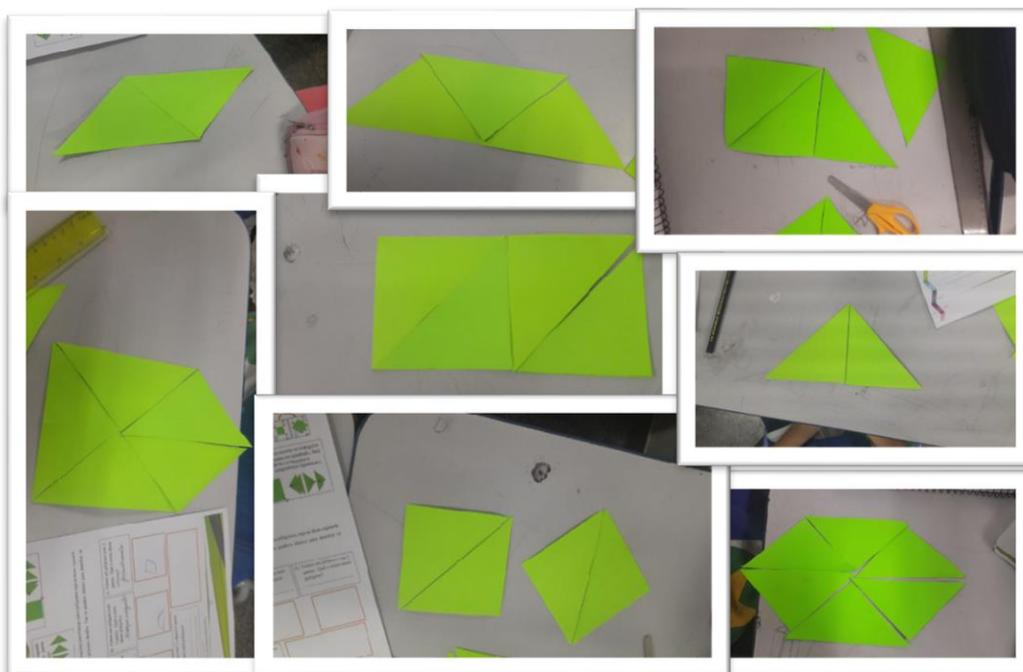
As habilidades correspondentes a atividade, seguem descritas, na Tabela 5.

Tabela 5 - Habilidades mobilizadas na quinta atividade

EF05MA17	Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
EF05MA16	Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
EF05MA18	Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.
EF03MA16	Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.

Fonte: dados da pesquisa.

A Figura 43, mostra na galeria de fotos, algumas formas (polígonos) compostas pelos alunos.

Figura 43 - Formas desempenhadas pelos alunos

Fonte: dados da pesquisa.

Os alunos ao formarem as figuras, perguntavam a pesquisadora seus respectivos nomes, pois em sua maioria não conseguiam nomeá-las. Nesse âmbito, o livro de Literatura Infantil contribuiu e enriqueceu o repertório de nomenclatura de figuras, promovendo novos conhecimentos e retomando os que não se lembravam, assim como seus elementos e propriedades. Além disso em alguns momentos podemos perceber e observar que recorriam a literatura, como forma e instrumento de pesquisa.

3.4.6 Sexta e sétima atividade, produção e análise dos dados – Indicações de visualização poligonal por decomposição

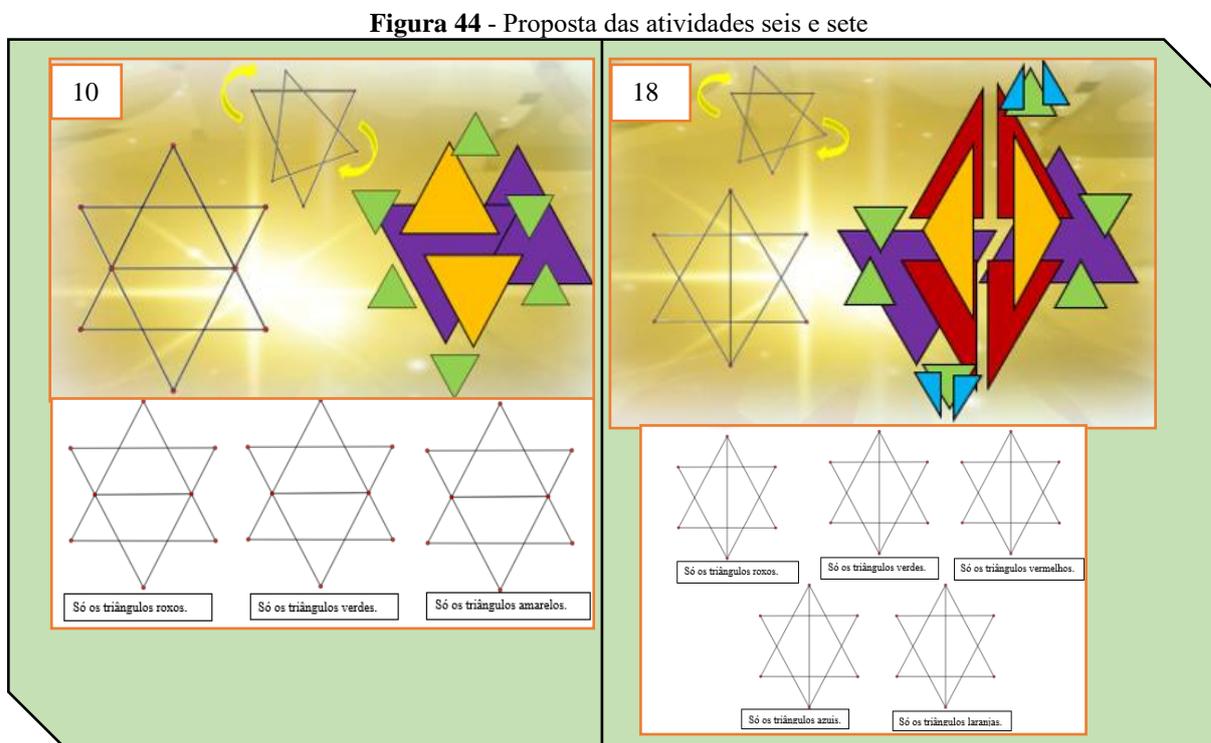
As atividades seis e sete foram desenvolvidas em dois encontros, com participação de 25 alunos. A proposta retoma o sexto desafio⁴⁵ proposto na Literatura Infantil. Dito, isto, com o propósito de percebermos se visualizaram os mesmos triângulos dispostos na imagem, teriam que indicar por meio de pintura, os triângulos 2D/2D que haviam conseguido visualizar.

Desse modo as atividades foram desenvolvidas a partir da seguinte orientação: “No último desafio da história Radu e Zam mostram diferentes soluções para visualizar o maior número de triângulos possível em pares congruentes (iguais). Observando as soluções, visualize

⁴⁵Livro de Literatura Infantil, capítulo 4 (Desafios, p. 38-40).

você também cada triângulo que surgiu. Para isso pinte os triângulos de acordo com as cores definidas para os diferentes tamanhos (pares congruentes)”.

Veja na Figura 44, os fragmentos com as propostas das atividades a partir das imagens destacadas no desafio da Literatura Infantil.



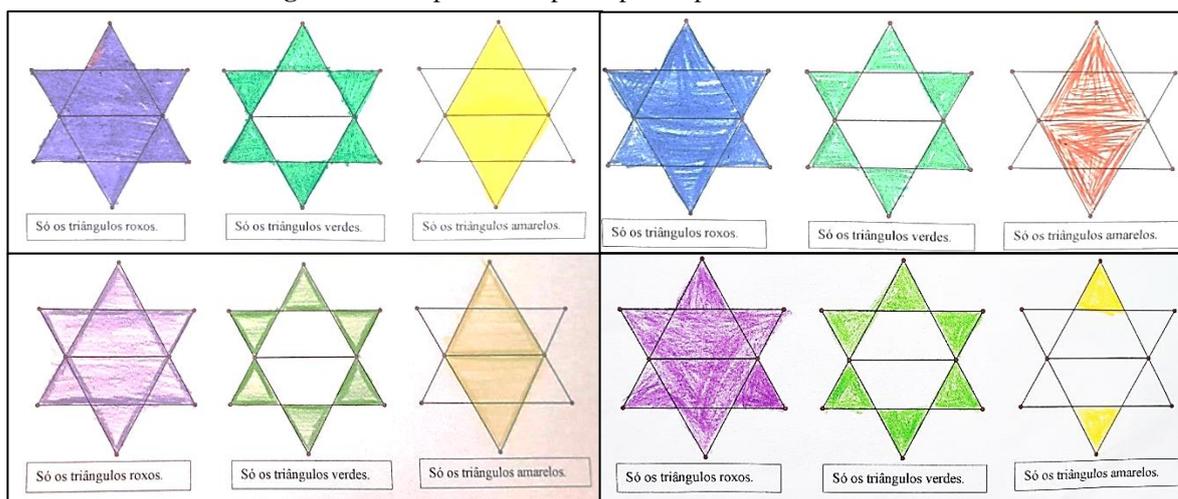
Fonte: elaborado pela autora, no *software* GeoGebra

Importante enfatizar que nas imagens dos desafios da Literatura Infantil estão representadas todas as possibilidades de triângulos visualizados na decomposição a partir da figura de partida. A primeira solução apresentada por Zam (personagem da história), por meio da inserção do segmento na horizontal possibilitou visualização para 10 triângulos equiláteros 2D/2D, ou cinco pares congruentes.

Nessa perspectiva, a questão seis, dispôs três figuras 2D/2D, com pares de triângulos 2D/2D equiláteros superpostos, para visualização e indicação dos 10 triângulos decompostos. Estes subdivididos em três cores e três tamanhos diferentes: roxo- dois triângulos 2D/2D (maiores), amarelo- dois triângulos 2D/2D (médios) e verde- seis triângulos 2D/2D (menores).

A Figura 45, apresenta algumas produções dos participantes da pesquisa para a atividade seis.

Figura 45 - Respostas dos participantes para a atividade seis



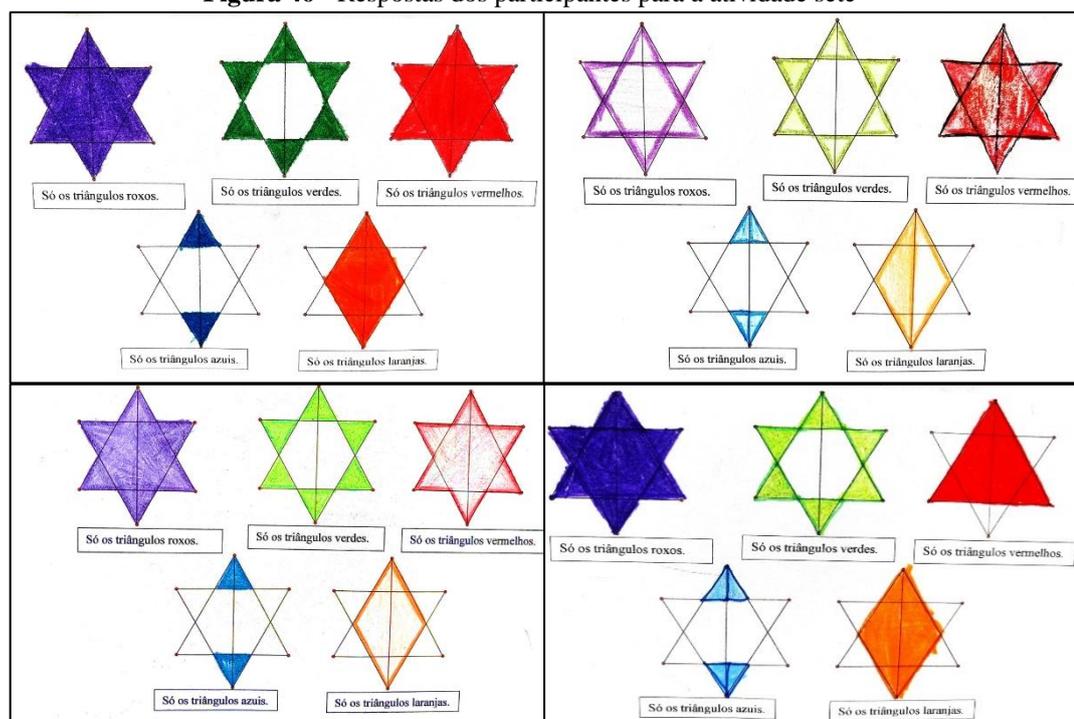
Fonte: dados da pesquisa.

Na questão sete, a partir da segunda solução de desafio apresentada da Literatura Infantil, o segmento de reta é inserido na vertical dos triângulos equiláteros sobrepostos. A partir de então, ocorre a possibilidade de visualização para 18 triângulos, decompostos em pares congruentes, porém com mudança nas propriedades. Vejam que é possível perceber além dos triângulos equiláteros 2D/2D, o surgimento de triângulos isósceles 2D/2D e triângulos retângulos 2D/2D.

Disponibilizamos cinco figuras com pares de triângulos 2D/2D equiláteros e superpostos, conforme ilustrado na Figura 44, para visualização e indicação dos 18 triângulos. Nesse âmbito, os alunos indicaram os pares dos triângulos também com 5 cores diferentes, assim definidos: dois triângulos equiláteros 2D/2D na cor roxa, quatro triângulos retângulos 2D/2D na cor vermelha, dois triângulos isósceles 2D/2D na cor amarela, seis triângulos equiláteros 2D/2D na cor verde e quatro triângulos retângulos 2D/2D na cor azul.

A Figura 46, apresenta algumas produções dos participantes para a atividade sete.

Figura 46 - Respostas dos participantes para a atividade sete



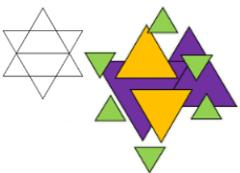
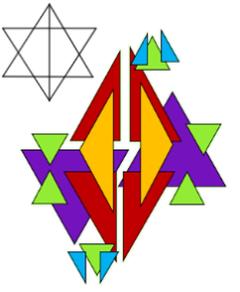
Fonte: dados da pesquisa.

Para a segunda solução apresentada por Radu (personagem da história), por meio da inserção do segmento na horizontal, possibilitou visualização para 18 triângulos equiláteros 2D/2D, ou nove pares congruentes. Estes, ao contrário da resolução da questão seis (dez triângulos equiláteros 2D/2D), diferem em suas propriedades, proporcionado pelo movimento de mudança posicional do segmento de reta 1D, que passa de horizontal para vertical.

Assim podemos observar, identificados por cores: dois triângulos equiláteros 2D/2D roxos, seis triângulos equiláteros 2D/2D verdes, quatro triângulos retângulos 2D/2D vermelhos, quatro triângulos retângulos 2D/2D azuis, dois triângulos isósceles 2D/2D laranjas.

O Quadro 33, apresenta mapeamento de dados para atividades seis e sete. Definimos nas Unidades de Registro, os pares de triângulos congruentes a serem visualizados por cores (roxos, amarelos e verdes). Inserimos a coluna “Ilustração Figural”, para exemplificar as figuras de partida utilizadas, assim como as figuras com os triângulos visualizados e decompostos da figura de partida, no âmbito de facilitar a compreensão e visualização dos polígonos. As Unidades de Contexto, apresentam categorização semântica, subordinada as Unidades de Registro. Dessa forma, estão definidas em dois grupos, sendo: a primeira com identificação de 10 triângulos (atividade 6), e a segunda com identificação de 18 triângulos (atividade sete). Quanto a Categoria de Análise, classifica-se para a dimensão figural (2D/2D).

Quadro 32 - Mapeamento das respostas dos participantes, atividades seis e sete

Ilustração Figural	Unidades de Registro	F	%	Unidades de Contexto	Categoria de Análise
	2 triângulos equiláteros roxos (maiores)	25	100%	Localizar e identificar decomposição para 10 triângulos 2D/2D.	Figura bidimensional (2D/2D).
	2 triângulos equiláteros amarelos (médios)	24	96%		
	6 triângulos equiláteros verdes (menores)	25	100%		
	2 triângulos equiláteros (roxos)	25	100%	Localizar e identificar decomposição para 18 triângulos 2D/2D.	
	6 triângulos equiláteros (verdes)	23	92%		
	4 triângulos retângulos (vermelho)	14	56%		
	4 triângulos retângulos (azuis)	23	92%		
	2 triângulos isósceles (laranjas)	22	88%		

Fonte: dados da pesquisa.

Dentre os 25 participantes nas atividades seis e sete, conforme mapeamento realizado, para Unidades de Registro, 96% dos alunos localizaram todos os 10 triângulos equiláteros 2D/2D decompostos da superposição dos dois triângulos equiláteros maiores. Apenas 4%, ou seja, um aluno se confundiu ao indicar a localização para os dois triângulos 2D/2D amarelos, como pode ser observado em uma das produções na Figura 45 (p. 123). Percebemos que houve um alto percentual de visualização para as identificações almejadas (10 triângulos).

Todavia apesar das questões seis e sete apresentarem a mesma proposta de resolução, os alunos apresentaram dificuldades para localizar alguns triângulos na questão sete. Conforme resultados do Quadro 34, os triângulos retângulos 2D/2D vermelhos foram os mais difíceis de identificar, apresentando percentual de 56%, correspondente aos 14 alunos. Este fato pode ter sido proveniente da rotação ocorrida nos outros dois triângulos retângulos.

De acordo com Moretti (2013), a depender da rotação figural, as figuras não serão facilmente reconhecidas, pois são posições que o meio escolar e social não priorizam. “Para se convencer do privilégio que é dado as posições horizontais e verticais, basta abrir os manuais escolares e observar as construções civis a nossa volta”, Moretti (2013, p. 291). Já para a visualização dos triângulos isósceles 2D/2D na cor laranja tivemos ocorrência para 88%, correspondente aos 22 alunos. E por fim com 92% de visualização para os triângulos retângulos 2D/2D (azuis), assim como para os equiláteros (verdes). E 100% de visualização para os dois triângulos equiláteros 2D/2D, na cor roxa (figuras de partida).

Ao observarem os contornos das figuras, conduzidos pelo enunciado das atividades os alunos mobilizaram o olhar icônico, articulado a apreensão perceptiva, e discursiva. Com a

demonstração de inserção dos segmentos de reta e mudança posicional de horizontal para vertical. Avançam ao olhar não-icônico inventor, estimulando a percepção para possibilidades das mudanças figurais a partir da mudança posicional dos segmentos de reta. A partir da superposição dos dois triângulos equiláteros 2D/2D maiores, operaram a desconstrução das formas através da decomposição 2D→2D, para triângulos com diferentes propriedades e tamanhos.

O Quadro 34, apresenta síntese dos elementos da TRRS mobilizados nas atividades seis e sete.

Quadro 33 - Elementos da TRRS mobilizados nas atividades 6 e 7

Olhares	Icônico	Botanista
	Não Icônico	Inventor
Apreensões	Perceptiva	
	Discursiva	
	Operatória	
Desconstrução dimensional por decomposição 2D→2D		

Fonte: elaborado pela autora.

Na Tabela 6, podemos observar as habilidades contempladas para as referidas atividades.

Tabela 6 - Habilidades mobilizadas na sexta e na sétima atividade

EF05MA17	Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
EF05MA18	Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.
EF03MA16	Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.

Fonte: dados da pesquisa.

As questões seis e sete, foram conduzidas por enunciado, para visualização do maior número possível de triângulos 2D/2D. Contudo, a figura de partida (dois triângulos equiláteros superpostos) possibilitavam a visualização para diversos outros polígonos. Diante desse contexto, nos possibilitou desenvolver outra atividade, utilizando a mesma figura de partida usada nas atividades supracitadas. Esta segue descrita no próximo subitem.

3.4.7 Oitava atividade, produção e análise dos dados – Indicação de polígonos visualizados para diferentes possibilidades de contornos

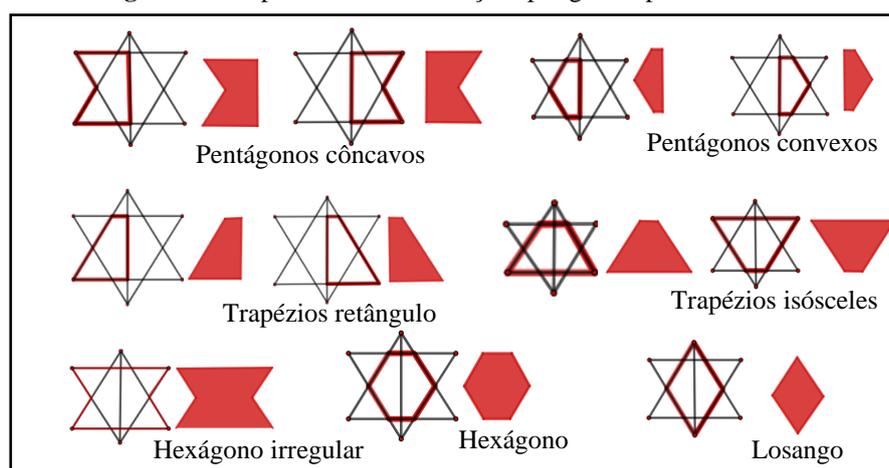
Essa atividade foi executada em um encontro, com participação de 24 alunos. Com base, na figura de partida (triângulos superpostos), os alunos teriam que indicar quais outros

polígonos conseguiram visualizar. Essa atividade foi elaborada partindo da mesma figura de partida utilizada nas atividades seis e sete. Nesse viés, Duval (2022, p. 25, grifos do autor), afirma que “para uma mesma representação visual, podemos ter vários enunciados diferentes, e portanto, ‘figuras geométricas’ que são diferentes do ponto de vista matemático”.

Os alunos desenvolveram a atividade a partir do seguinte enunciado: “Agora com os mesmos poderes de Radu observe bem a figura e desenhe ao lado quais outras figuras são possíveis visualizar além dos triângulos”.

A Figura 47, apresenta a figura de partida e as hipóteses/possibilidades de visualização.

Figura 47 - Hipóteses de visualizações poligonais para atividade oito



Fonte: elaborado pela autora no *software* GeoGebra

O Quadro 35, apresenta a análise dos dados coletados para as visualizações dos alunos. A coluna das Unidades de Registro representa as hipóteses de resposta, seguida da frequência de registros dos participantes, linear a categorização das Unidades de Contexto. Quanto a Categoria de Análise, classifica-se para a dimensão figural (2D/2D), e Figura natural (modo icônico).

Quadro 34 - Registros dos participantes para a atividade oito

Unidade de Registro	F	%	Unidades de Contexto	Categoria de Análise
Pentágono	7	29%	Demonstrar as possibilidades de visualização, bidimensionais 2D.	Figura bidimensional (2D/2D)
Hexágono	19	79%		
Trapézio	12	50%		
Losango	13	54%		
Estrela	4	17%	Demonstrar as possibilidades de visualização de figura natural.	Figura Natural

Fonte: dados da pesquisa.

Com base na catalogação dos dados no Quadro 35, o maior percentual de visualização poligonal revela-se para o hexágono 2D/2D com 79%, seguido do losango com 54%, o trapézio,

com 50% e pentágono, com 29%. Dentre os 24 participantes, 17% correspondente a 4 alunos, descreveram visualizar no modo icônico, figura natural (estrela).

Importante descrever que outros 17% dos alunos, não inseridos na categorização do Quadro 36, visualizaram figuras para além das hipóteses previstas. Por meio do gesto intelectual mobilizando o olhar inventor, indicaram visualização para o cubo 3D/2D, localizado no centro do hexágono. Além de indicarem os pontos (vértices) 0D. Operando a desconstrução dimensional, transitaram entre as dimensões 2D→0D→1D→2D→3D.

O Quadro 36, apresenta síntese dos elementos da TRRS mobilizados na atividade oito.

Quadro 35 - Elementos da TRRS mobilizados na atividade 8

Olhares	Icônico	Botanista
	Não-icônico	Inventor
Apreensões	Perceptiva	
	Discursiva	
	Operatória	
Desconstrução dimensional- transições: 2D→2D 2D→0D→1D→2D→3D		

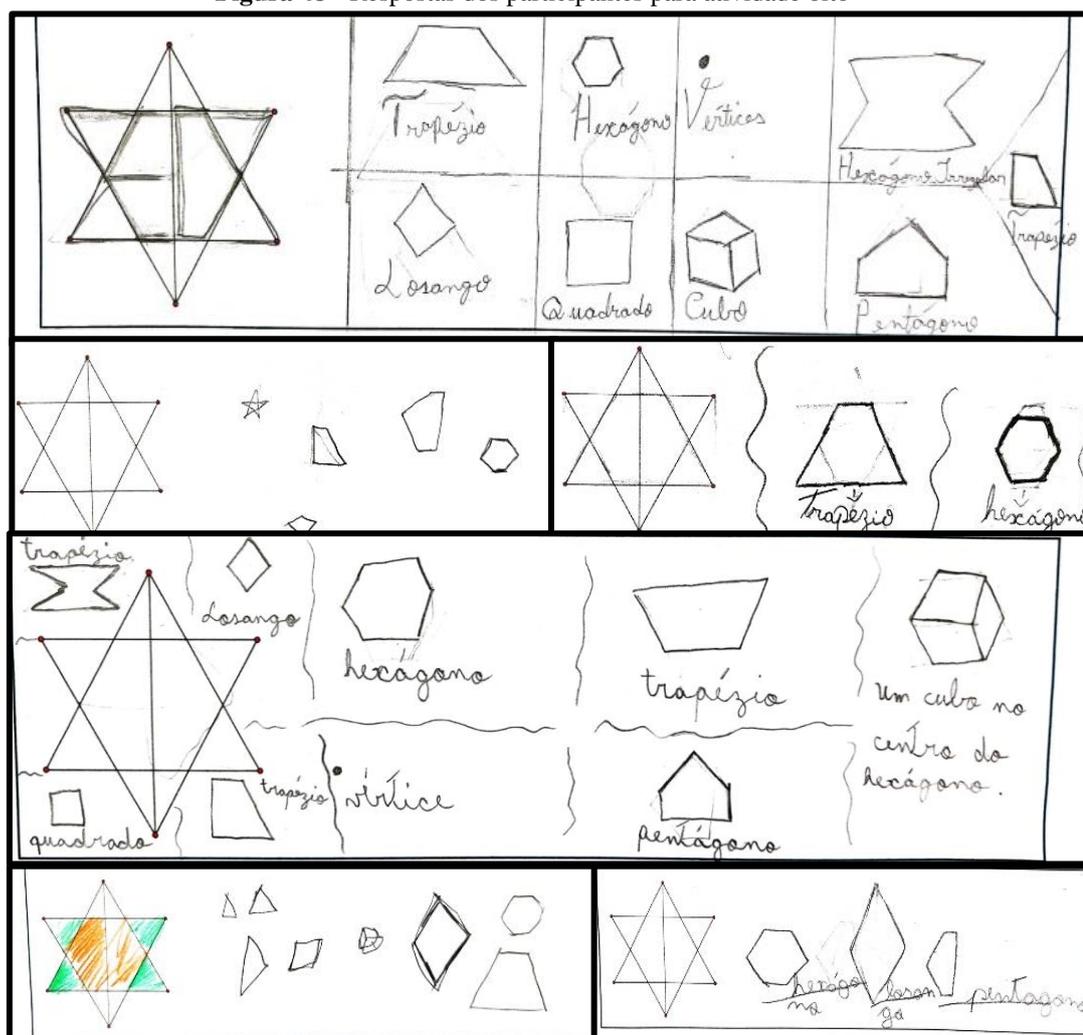
Fonte: elaborado pela autora, com base nos dados da pesquisa.

Esses dados demonstram um salto e avanço cognitivo de visualização, proporcionado pela leitura da Literatura Infantil, associado as atividades desenvolvidas. Esse avanço é ainda mais perceptível ao compararmos com os resultados do Questionário Diagnóstico subitem 3.2.3 (Quadro 19, p. 85), onde apenas um 1 aluno havia visualizado o cubo no desenho de Steve (personagem *Minecraft*, Figura 23, p. 84). Importa enfatizar que, para o Questionário Diagnóstico, a visualização do cubo a unidade figural em análise, se apresenta com possibilidade de percepção mais “explícita”. Ou seja, é possível visualizar nitidamente as dimensões da figura 3D/2D, com mobilização do olhar botanista articulado a apreensão perceptiva.

Duval (2011, p. 92), afirma que “é preciso ter tomado consciência dos tipos de operações figurais e ter adquirido a mobilidade de focalização dimensional do olhar para reconhecer as múltiplas unidades figurais que se fundem no reconhecimento imediato de qualquer forma 2D”.

A Figura 48, ilustra algumas das produções, visualizações registradas pelos alunos.

Figura 48 - Respostas dos participantes para atividade oito



Fonte: dados da pesquisa.

Diante do exposto, podemos afirmar que os alunos avançaram do olhar icônico ao não-icônico inventor. Esse avanço demonstra claramente, o gesto intelectual da habilidade cognitiva para o olhar matemático e o alcance aos objetivos e problema de pesquisa almejados, tanto pela nossa proposta de pesquisa quanto pela validação do Produto Educacional.

A Tabela 7, destaca as habilidades selecionadas para o desenvolvimento da atividade.

Tabela 7 - Habilidades mobilizadas na oitava atividade

EF05MA17	Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
EF03MA16	Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.

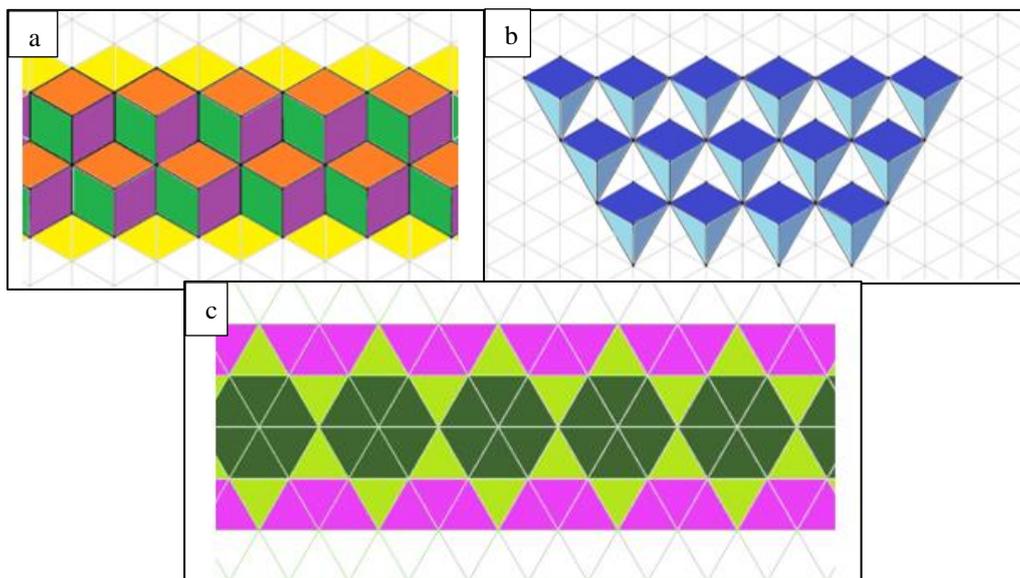
Fonte: dados da pesquisa.

3.4.8 Nona atividade, produção e análise dos dados - Visualização de diferentes formas e dimensões em mosaicos

A atividade foi desenvolvida em um encontro, com 25 alunos. Dessa forma, a partir de três diferentes mosaicos com padrões visuais geométricos, os alunos teriam que indicar as dimensões e formas que conseguiam visualizar. Iniciamos a atividade com uma breve explicação conceitual sobre mosaicos e na sequência conduzimos pelo seguinte enunciado: Descreva o nome das figuras visualizadas e classifique suas dimensões (3D, 2D, 1D, 0D).

A Figura 49, apresenta os mosaicos (a, b, c) utilizados.

Figura 49 - Mosaicos utilizados na questão 9 (a, b, c)



Fonte: elaborado pela autora, no *software* GeoGebra.

Organizamos a categorização dos dados produzidos para os três mosaicos (a, b, c) da seguinte maneira: as Unidades de Contexto ficaram definidas para três hipóteses de visualização, sendo elas, “Demonstrar possibilidades de visualização, tridimensional 3D”, “Demonstrar possibilidades de visualização, bidimensional 2D”, e “Demonstrar as possibilidades de visualização, unidimensionais 1D e adimensionais 0D”.

Linear as Unidades de Registro, temos: na Categoria de Análise tridimensional 3D, os cubos e as pirâmides 3D/2D. Na Categoria bidimensional 2D, os quadrados/losangos, triângulos, hexágono, trapézio, 2D/2D. Por fim, na Categoria adimensional e unidimensional os vértices e segmentos de reta, respectivamente nessa ordem. Seguido pela frequência (F) de registros dos participantes e o percentual (%) correspondente.

A referida organização pode ser observada no Quadro 37, junto aos dados mapeados.

Quadro 36 - Registros dos participantes para a atividade 9 (a, b, c)

Mosaico A				
Unidade de Registro	F	%	Unidades de Contexto	Categoria de Análise
Cubos	25	100%	Demonstrar possibilidades de visualização, tridimensional 3D.	Figura tridimensional 3D
Quadrado/losango	22	88%	Demonstrar possibilidades de visualização, bidimensional 2D.	Figura bidimensional 2D
Vértices	6	24%	Demonstrar as possibilidades de visualização, unidimensionais 1D e adimensionais 0D.	Figura unidimensional 1D e adimensional 0D
Segmento de reta (arestas)	3	12%		
Mosaico B				
Pirâmides	21	84%	Demonstrar possibilidades de visualização, tridimensional 3D.	Figura tridimensional 3D
Triângulo	17	68%	Demonstrar possibilidades de visualização, bidimensional 2D.	Figura bidimensional 2D
Quadrado/Losango	22	88%		
Vértices	5	20%	Demonstrar possibilidades de visualização, unidimensionais 1D e adimensionais 0D.	Figura unidimensional 2D/1D e adimensional 0D
Segmento de reta (arestas)	3	12%		
Mosaico C				
Cubo	2	8%	Demonstrar possibilidades de visualização, tridimensional 3D.	Figura tridimensional 3D
Triângulo	19	79%	Demonstrar possibilidades de visualização, bidimensional 2D.	Figura bidimensional 2D
Hexágono	22	88%		
Trapézio	8	32%		
Vértices	4	16%	Demonstrar possibilidades de visualização, unidimensionais 1D e adimensionais 0D.	Figura unidimensional 1D e adimensional 0D
Segmento de reta (arestas)	2	8%		

Fonte: dados da pesquisa.

Com base nos dados disposto no quadro 37, podemos observar que para as Categorias de Análise tridimensionais 3D, 100% dos alunos identificaram o cubo 3D/2D no mosaico (A), 84% identificaram no mosaico (B) a pirâmide 3D/2D, e 8% indicaram no mosaico (C), a visualização do cubo 3D/2D. Apesar do baixo percentual de visualização para figura 3D, indicado para o mosaico (C), consideramos um avanço cognitivo considerável no processo de visualização. Visto que, para a visualização do cubo 3D/2D, os alunos mobilizaram o olhar não-icônico inventar a partir do gesto intelectual, focando o olhar no centro do hexágono 2D/2D, inserindo segmentos de reta por representação mental, refletindo o surgimento do pensamento geométrico. A visualização mostra o transitar do olhar nas dimensões 2D→1D→3D.

Na Categoria de Análise bidimensional 2D, observamos também um alto índice de visualização, visto que no mosaico (A), tivemos um alcance de 88%, no mosaico (B), 68% (triângulos 2D/2D) e 88% (quadrado/losango 2D/2D). Nesse processo de visualização os alunos operam a desconstrução dimensional pela transição 3D→2D. Destacamos que, para o mosaico (A), em dados não constantes no Quadro 38, apontam dois registros de visualização para

hexágonos 2D/2D. Nessa visualização os alunos apesar de indicarem também a visualização do cubo, desviam o olhar das faces visíveis do cubo, no processo de transição dimensional 3D→2D, focalizando o contorno hexagonal.

O Quadro 38, apresenta síntese dos elementos da TRRS mobilizados na questão 9.

Quadro 37 - Elementos da TRRS mobilizados na atividade 9 (a, b, c)

Olhares	Icônico	Botamista
	Não Icônico	Inventor
Apreensões	Perceptiva	
	Discursiva	
	Operatória	
Desconstrução dimensional- transições: 3D→2D→1D→0D		

Fonte: elaborado pela autora, com base nos dados da pesquisa.

Comparando aos resultados do Questionário Diagnóstico subitem 3.2.3 (Quadro 21, p. 89), que representa a mesma figura (pirâmide de base quadrada) observamos um avanço significativo no processo de visualização. Pois, anterior a leitura do livro associada as atividades, apenas 4 alunos, na ocasião, cerca de 15%, operaram a desconstrução dimensional 3D→2D visualizando os quadrados 2D/2D formados na base da pirâmide. Posterior a leitura da Literatura Infantil e exploração com as atividades, 22 alunos (88%), destacaram visualização para o quadrado 2D/2D. Ou seja, um aumento de 73% nas visualizações e desconstruções dimensionais.

Destacamos que as análises bidimensionais seguem separadas, pois, os quantitativos para cada unidade figural, apresenta-se de modo individual, ou seja, em dadas situações um aluno visualiza o triângulo 2D/2D, mas não destaca visualização para o quadrado 2D/2D. Importante enfatizar que, no mosaico (B), vemos claramente pirâmides 3D/2D de base quadrada. Contudo, estão dispostas nas Unidades de Contexto, os termos quadrado/losango, pelo fato de que alguns alunos identificam o quadrado como losango. Talvez pela posição rotacionada que a figura se apresenta, ou associação com a abordagem do livro de LI, onde descreve que “todo quadrado é um losango”.

Para a categoria de figuras unidimensionais (1D) e adimensionais (0D), no mosaico (A), tivemos percentual de 24% (pontos/vértices) e 12% (segmentos de reta/arestas). No mosaico (B), 20% (vértices) e 12% (segmentos de reta). No mosaico (C), 16% (vértices) e 8% (segmentos de reta). Para a visualização dessa categoria, os alunos operaram a desconstrução, transitando entre as dimensões 3D→2D→1D→0D.

Quanto as indicações para figuras tridimensionais 3D e bidimensionais 2D, com base na análise dos registros, dentre os 25 participantes, 22, ou seja, 88% souberam diferenciar e identificar adequadamente as dimensões. Essa atividade também nos possibilita comparar aos dados registrados e sintetizados no Quadro 23, (questão 2, p. 91) referente ao Questionário Diagnóstico, onde apenas 6 alunos, na ocasião cerca de 25%, souberam identificar e diferenciar as dimensões figurais. A análise dos dados nos evidencia uma elevação de 63% nos registros, caracterizando um aumento expressivo nos índices de aprendizagem, após a leitura do livro e exploração deste com as atividades propostas.

Ao realizamos uma análise comparativa para a desconstrução dimensional entre uma categoria e outra, percebemos grande avanço no processo de visualização. Contudo, baseados nos percentuais apresentados no Quadro 38 (p.131), vemos que os maiores índices na desconstrução dimensional ainda se destacam nas transições 3D→2D e pela decomposição 2D→2D.

Os baixos resultados para indicações 1D e 0D, é fato que nos demonstra a necessidade de intensificar e aprofundar atividades que promovam o estímulo a desconstrução, atingindo essas unidades figurais. De acordo com Duval (2011), a maneira Matemática de ver exige que possamos reconhecer as menores unidades figurais, nas dimensões 1 D e 0D, somente ao chegar nesse patamar é atingido o limite de visualização.

Importa enfatizar que dentre os participantes, tivemos três alunos que realizaram a desconstrução dimensional atingindo o patamar para o limite de visualização, destacado por Duval (2011). Esse resultado evidenciou um avanço na capacidade e habilidade cognitiva de visualização. Demonstrando a mobilização de conceitos abstratos para identificar propriedades geométricas, que não são imediatamente visíveis na figura.

Seguem na Tabela 8, as habilidades desenvolvidas na atividade.

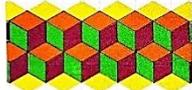
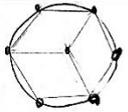
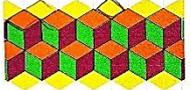
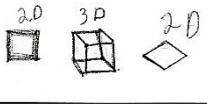
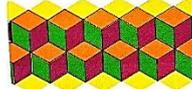
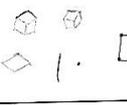
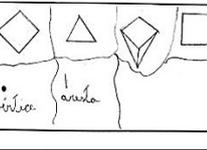
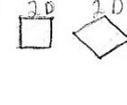
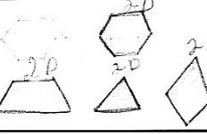
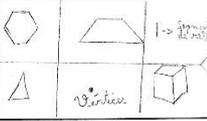
Tabela 8 - Habilidades mobilizadas na nona atividade

EF05MA17	Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
EF05MA16	Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
EF03MA16	Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.
EF03MA15	Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.

Fonte: dados da pesquisa.

A Figura 50, apresenta alguns registros dos dados produzidos pelos alunos. Importante observar que dentre os desenhos feitos pelos alunos para representação do cubo 3D/2D, dois participantes utilizaram a técnica de desenho da atividade três, demonstrada na Figura 37 (p.111). A referida atividade foi proposta logo no início da intervenção, onde destaca a possibilidade de representar o cubo 3D/2D inscrito na circunferência. O fato de os alunos se apropriarem da mesma estratégia utilizada semanas antes, para representação figural do cubo em outra atividade, demonstra internalização e consolidação da aprendizagem quanto ao método que lhes foi apresentado.

Figura 50 - Respostas dos participantes para atividade 9 (a, b, c)

 <p>Descreva o nome das figuras visualizadas e classifique suas dimensões (3D, 2D, 1D, 0D).</p> <p><i>Cubo 3D</i></p>	<p>A) Quais figuras você consegue visualizar nesse mosaico? Represente aqui uma figura de cada visualização que teve.</p> 	 <p>Descreva o nome das figuras visualizadas e classifique suas dimensões (3D, 2D, 1D, 0D).</p> <p><i>Um quadrado e um cubo Um losango</i></p>	<p>A) Quais figuras você consegue visualizar nesse mosaico? Represente aqui uma figura de cada visualização que teve.</p> 
 <p>Descreva o nome das figuras visualizadas e classifique suas dimensões (3D, 2D, 1D, 0D).</p> <p><i>Um losango 2D e cubo 3D, quadrado 2D, um círculo 0D e um triângulo</i></p>	<p>A) Quais figuras você consegue visualizar nesse mosaico? Represente aqui uma figura de cada visualização que teve.</p> 	 <p>Descreva o nome das figuras visualizadas e classifique suas dimensões (3D, 2D, 1D, 0D).</p> <p><i>Um triângulo de base quadrada 3D quadrado 2D, triângulo 2D, losango 2D, círculo 0D, arco 2D.</i></p>	<p>Quais figuras você consegue visualizar nesse mosaico? Represente aqui uma figura de cada visualização que teve.</p> 
 <p>Descreva o nome das figuras visualizadas e classifique suas dimensões (3D, 2D, 1D, 0D).</p> <p><i>Um losango 2D com um círculo e um losango pirâmide</i></p>	<p>Quais figuras você consegue visualizar nesse mosaico? Represente aqui uma figura de cada visualização que teve.</p> 	 <p>Descreva o nome das figuras visualizadas e classifique suas dimensões (3D, 2D, 1D, 0D).</p> <p><i>Um losango, hexágono, losango e trapézio</i></p>	<p>Quais figuras você consegue visualizar nesse mosaico? Represente aqui uma figura de cada visualização que teve.</p> 
 <p>Descreva o nome das figuras visualizadas e classifique suas dimensões (3D, 2D, 1D, 0D).</p> <p><i>hexágono 2D, triângulo 2D, losango 2D, quadrado 2D, círculo 0D, arco 2D.</i></p>	<p>Quais figuras você consegue visualizar nesse mosaico? Represente aqui uma figura de cada visualização que teve.</p> 	 <p>Descreva o nome das figuras visualizadas e classifique suas dimensões (3D, 2D, 1D, 0D).</p> <p><i>Um círculo em 2D em um losango, triângulo e um trapézio em 1D tem a separação de um círculo e em 0D tem um círculo.</i></p>	<p>Quais figuras você consegue visualizar nesse mosaico? Represente aqui uma figura de cada visualização que teve.</p> 

Fonte: dados da pesquisa.

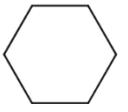
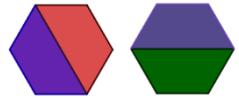
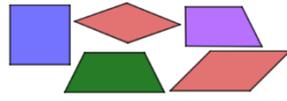
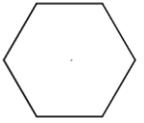
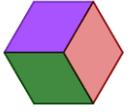
3.4.9 Décima atividade, produção e análise dos dados – Reconfiguração e modificação figural

No último encontro, tivemos a participação de 25 alunos. Para a atividade proposta, os alunos teriam que modificar cinco figuras planas (a, b, c, d, e), sendo: (10a) trapézio isósceles 2D/2D, (10b, d) dois hexágonos 2D/2D, (10c) retângulo 2D/2D e (10e) triângulo isósceles

2D/2D. A partir das figuras pré-selecionadas após a reconfiguração com a inserção de segmentos de reta, surgiriam novos elementos e propriedades.

Essa organização segue apresentada a seguir no Quadro 39, a primeira coluna descreve os enunciados com os problemas propostos na atividade. Na segunda coluna dispomos as cinco figuras de partida utilizadas em cada problema. Por fim na terceira coluna, as hipóteses de resolução, as quais poderiam ser desveladas pelos alunos.

Quadro 38 - Desafios utilizados na atividade 10 (a,b,c,d,e)

Enunciados	Figuras de Partida	Hipóteses Figurais
10 a) Veja o trapézio isósceles, como poderia a partir dele inserir novos elementos (segmentos de reta) para surgir 3 triângulos?		
10 b) Como seria possível inserir apenas 1 segmento de reta no hexágono para ter dois trapézios?		
10 c) O retângulo possui 4 segmento de reta e 4 vértices, quais outros quadriláteros (figuras com 4 lados) poderiam ser formados com os mesmos elementos?		
10 d) Conseguiu visualizar o cubo no centro do hexágono 2D/2D? Insira 3 segmentos de reta para representar as faces visíveis do cubo 3D/2D.		
10 e) O triângulo isósceles não possui ângulos retos (90°), como poderia com a inserção de um único segmento de reta revelar dois triângulos retângulos, ou seja, com um ângulo reto?		

Fonte: elaborado pela autora no *software* GeoGebra.

Para a resolução da atividade, nas reconfigurações figurais, foi possível verificar através do gesto intelectual, a mobilização do olhar icônico botanista, com avanço ao não-icônico inventor, ao inserirem os segmentos de reta. Articulado-se as apreensões perceptiva, discursiva a partir do enunciado e operatória com a reconfiguração da figura.

O Quadro 40, apresenta o mapeamento dos resultados para análise dos dados. Esta, segue organizada frente as Unidades de Registro com hipóteses de resposta identificando a figura, seguido da indicação (10a, 10b, 10c, 10d, 10e), linear a frequência de registros e o percentual correspondente. A Unidade de Contexto apresenta uma única categorização semântica, e as Categorias de Análise são divididas em duas dimensões figurais, 2D e 3D.

Quadro 39 - Registros dos participantes, questão 10 (a, b, c, d, e)

Unidades de Registro	F	%	Unidade de Contexto	Categorias de Análise
3 triângulos 2D/2D (10 a)	23	92%	Operar sobre a unidade figural modificando-a com observância ao enunciado.	Figura bidimensional 2D
2 trapézios 2D/2D (10 b)	23	92%		
Quadriláteros 2D/2D (10 c)	25	100%		
2 triângulos retângulo 2D/2D (10 e)	21	84%		
Cubo 3D/2D (10 d)	24	96%		Figura tridimensional 3D

Fonte: dados da pesquisa.

Na atividade “10a”, 92% dos alunos atenderam a proposta da atividade, mobilizando o olhar inventor, articulado as apreensões perceptiva, discursiva e operatória. Inseriram os segmentos de reta, fazendo surgir os três triângulos 2D/2D a partir do trapézio isósceles 2D/D. Contudo, 2 alunos, cerca de 8%, atenderam em parte a proposta da atividade. Estes, não compreenderam que o trapézio seria decomposto em três triângulos, como mostra a hipótese figural no Quadro 40, bastando inserir dois segmentos de reta. Assim inseriram três segmentos de reta, dando origem aos três triângulos, mas, acrescentando o quarto polígono (quadrilátero irregular 2D/2D e um hexágono 2D/2D). Observando a descrição do enunciado, percebemos que talvez devêssemos ter sido mais específicos na orientação, conduzindo a uma melhor interpretação.

Na questão “10b”, 92% dos alunos realizaram a decomposição do hexágono 2D/2D em dois trapézios. Destes, apenas um utilizou o segmento na diagonal, possibilidade representada na primeira hipótese do Quadro 40. Os demais inseriram o segmento de reta na horizontal, seguindo o padrão da segunda hipótese figural. Para a questão “10c”, 100% dos alunos identificaram ao menos um quadrilátero, sendo este percentual conferido para o quadrado 2D/2D. Deste percentual, 40%, ou seja, um grupo de 10 alunos registraram dois quadriláteros, sendo o quadrado 2D/2D e o trapézio 2D/2D, este último diversificando-se entre retângulo e isósceles. Outros 20%, registraram três quadriláteros, o quadrado 2D/2D, trapézio 2D/2D e o losango 2D/2D.

No problema “10d”, um alto percentual, cerca de 96% dos alunos operam o gesto intelectual e visualizam o cubo 3D/2D no centro do hexágono 2D/2D, transitando entre as dimensões $2D \rightarrow 0D \rightarrow 1D \rightarrow 2D \rightarrow 3D$. Dessa forma realizaram a representação figural, inserindo os três segmentos de reta, revelando o cubo 3D/2D.

Por fim na questão “10e”, 84% dos alunos, conseguem representar os triângulos retângulo 2D/2D, com inserção do segmento de reta 1D, na vertical.

O Quadro 41, apresenta síntese dos elementos da TRRS, mobilizados na atividade 10 (a, b, c, d, e).

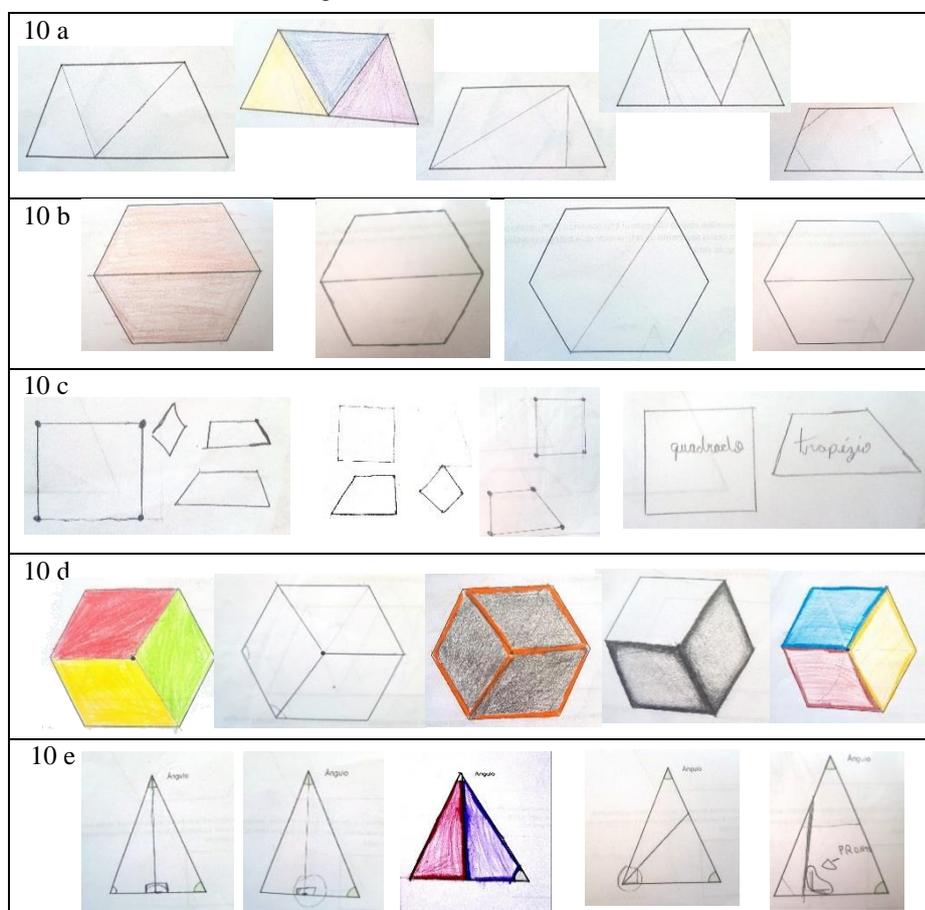
Quadro 40 - Elementos da TRRS mobilizados na questão 10 (a, b, c, d, e)

Olhares	Icônico	Botanista
	Não Icônico	Inventor Construtor
Apreensões	Perceptiva	
	Discursiva	
	Operatória	
Desconstrução dimensional- transições: 3D→2D→1D→0D 2D→0D→1D→2D→3D		

Fonte: elaborado pela autora, com base nos dados da pesquisa.

O Quadro 42, apresenta alguns dos registros produzidos pelos alunos.

Quadro 41 - Registros dos alunos, atividade 10 (a,b,c,d,e)



Fonte: dados da pesquisa.

A atividade teve por intencionalidade, verificar o desenvolvimento dos alunos para compreensão e capacidade no que tange as habilidades cognitivas para visualização e

modificações figurais por meio de problemas propostos. E reafirmar as inferências promovidas pelo livro de Literatura Infantil, assim como as atividades propostas durante a intervenção.

A Tabela 9, apresenta as habilidades em destaque, para a referida atividade.

Tabela 9 - Habilidades mobilizadas na décima atividade

EF05MA17	Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
EF05MA18	Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

Fonte: dados da pesquisa.

As atividades desenvolvidas no percurso da intervenção, foram proporcionando avanços cognitivos nas habilidades intelectuais de visualização. Esse avanço é perceptível, quando observamos aumento gradativo nos percentuais de análise dos dados, nos quadros apresentados.

Importante salientar que, todas as atividades foram minuciosamente elaboradas buscando atender as especificidades dos alunos participantes da pesquisa. Dessa forma, exploramos a Literatura Infantil retomando desafios propostos em seu enredo, promovemos novos desafios e retomamos conceitos básicos, envolvendo as unidades figurais, como seus elementos e propriedades.

3.5 QUESTIONÁRIO AVALIATIVO DA PRÁTICA DOCENTE SUPERVISIONADA

Ao final das atividades, disponibilizamos um questionário com questões avaliativas sobre a intervenção. Dessa maneira os alunos puderam expor suas percepções e opiniões acerca do período de realização das atividades, junto as possíveis contribuições adquiridas a partir da leitura e exploração da Literatura Infantil. Para a análise selecionamos três principais perguntas, que buscaram conectar-se a indagação do problema de pesquisa.

O Quadro 43, apresenta as perguntas e sintetiza as categorias de análise selecionadas no mapeamento das respostas. As Unidades de Registro referem-se frequência de respostas para 23 participantes. Importante enfatizar que as Unidades de Contexto provenientes das Unidades de Registro foram alinhadas semanticamente a partir das respostas dos alunos. De acordo com Rodrigues (2019, p. 43), “realizar o alinhamento semântico é importante porque uma mesma ideia pode ser expressa através de palavras diferentes”.

Quadro 42 - Questionário avaliativo da intervenção, percepções da Literatura

Perguntas do questionário	Unidade de Registro	F	%	Unidade de Contexto	Categorias de Análise
O que achou de estudar Matemática por meio de uma Literatura Infantil?	Facilita a aprendizagem.	7	30%	Literatura Infantil como recurso didático facilitador no processo de aprendizagem.	Literatura Infantil como recurso pedagógico, abordagem para TRRS.
	Permite mais concentração, promove mais interesse.	7	30%		
	Estimula a imaginação.	7	30%		
	Outros.	2	9%		
A história lhe possibilitou aprender algo novo sobre Geometria ou outra temática?	Novas figuras geométricas.	12	52%	Literatura Infantil como recurso potencializador no desenvolvimento cognitivo e habilidades geométricas.	
	Visualiza formas em outras figuras geométricas.	8	35%		
	Outros.	3	13%		
Você acha que também adquiriu os poderes de Radu?	Visualiza formas geométricas nos espaços cotidianos.	11	48%	Literatura Infantil como recurso influenciador na apropriação de habilidades avançadas em pensamento geométrico.	Engajamento e Imaginação no processo de visualização/a aprendizagem.
	Visualiza formas geométricas a partir de outras formas, opera sobre as figuras modificando-as.	8	35%		
	Soluciona desafios.	1	4%		
	Outros	3	13%		

Fonte: elaborado pela autora com base nos dados da pesquisa.

Para a Unidade de Contexto “Literatura Infantil como recurso didático facilitador no processo de aprendizagem”, 30% dos alunos consideraram que estudar Matemática por meio da Literatura Infantil facilita a aprendizagem. Dentre as respostas podemos ver algumas especificações descritas nas Unidades de Registro, como: permite mais concentração, estimula a imaginação. Para a Unidade de Registro outros, correspondente aos 9%, ou seja, 2 alunos, responderam não gostar de estudar Matemática, e não ter gostado de algumas partes.

Para a segunda categoria definida na Unidade de Contexto “Literatura Infantil como recurso potencializador no desenvolvimento cognitivo e habilidades geométricas”, 52% dos alunos descreveram ter aprendido novas formas geométricas. Já 35% dos alunos, descrevem que conseguem visualizar formas a partir de outras figuras, aqui percebemos o gesto cognitivo mobilizado pelo olhar não-icônico inventor. Para 13%, correspondente a três alunos, na categoria, “outros”, descreveram ter aprendido sobre o que é vértice, aresta, segmento de reta e dimensões 3D, 2D, 1D, 0D.

Por fim, para a última Unidade de Contexto “Literatura Infantil como recurso influenciador na apropriação de habilidades avançadas em pensamento geométrico”, 48% descreveram que visualizam diversas formas geométricas nos espaços de vivência ou cotidianas. Outro 35% descrevem que conseguem visualizar formas a partir de outras figuras

operando-as e modificando-as. O gesto cognitivo se manifesta mobilizado pelo olhar não-icônico inventor. Um aluno, ou seja, 4%, descreveu conseguir “desenvolver um enigma difícil” (soluciona desafios). Os outros 3 alunos (13%), para a Unidade de Registro “outros”, descreveram “mais ou menos”, “queria, ele é muito inteligente, meu sonho”, e um aluno não respondeu.

Consideramos de grande relevância a análise realizada a partir do questionário, pois apresenta o cenário das percepções que os alunos tiveram, não só a respeito do produto Educacional, mas também das próprias aprendizagens adquiridas. Ou seja, o aluno analisa suas próprias conquistas por meio da autoavaliação, promovendo autonomia e reflexão crítica sobre seu desenvolvimento e avanço.

Destacamos que, o alto percentual percebendo a possibilidade de desenvolver e/ou adquirir os superpoderes do Radu era de fato o que esperávamos, como a proposta do enredo trazido na história. As evoluções detalhadas nas análises percebidas ao logo da aplicação das atividades, aliada a esse percentual maior sinaliza proximidade ao superpoder do Radu. Evidencia o potencial do trabalho didático a partir da Literatura Infantil elaborada, para a promoção da aprendizagem em Geometria. Assim como o desenvolvimento dos processos de visualização, como era o propósito deste trabalho.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Delinearemos as considerações finais retomando e destacando alguns pontos decorridos no percurso da pesquisa. Iniciamos dando ênfase, a tríade que permeou nossos estudos. Para um ensino e aprendizagem concatenando: Geometria, Teoria dos Registros de Representação Semiótica- TRRS, de Raymond Duval e Literatura Infantil (nosso Produto Educacional). Dois componentes dessa tríade foram desafiantes no trilhar da pesquisadora e ao mesmo tempo instigantes, a TRRS e a escrita do livro de Literatura Infantil. Haja visto até então, conhecer superficialmente a teoria supracitada e o uso de uma Literatura Infantil emergir de uma proposta de elaboração, ou própria autoria. Ser autora de um livro de literatura, um sonho até então não cogitado.

Quão imensa satisfação, ter a possibilidade de desenvolver um Produto Educacional inovador e inédito, promovendo importantes contribuições para a comunidade acadêmica e escolar. Vale lembrar que na trajetória de pesquisa, não identificamos nenhuma obra de Literatura Infantil, contemplando em seu enredo essa relação entre a TRRS e a Geometria.

Sob essa perspectiva, nossa pesquisa e Produto Educacional, resultaram em uma produção de grande relevância para a área de ensino da Matemática, com ênfase para a unidade temática de Geometria. O desenvolvimento e elaboração do livro de Literatura Infantil incorporam de maneira desafiadora, elementos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica na perspectiva geométrica. Implicando na introdução de uma metodologia ainda pouco explorada, que se distingue das abordagens tradicionais. Isto posto, promovendo a possibilidade de inovar a maneira de ensinar geometria e visualizar as formas geométricas. Estas, inseridas em um contexto lúdico, por meio de uma Literatura Infantil, nosso Produto Educacional.

Dessa forma, o desenvolvimento e elaboração da Literatura Infantil ao emergir com caráter inédito, não apenas enriquece a área de ensino de Matemática e em especial de Geometria, mas também favorece a criação de um ambiente educacional com maior engajamento e motivação. Essa abordagem inovadora propicia uma experiência de aprendizagem mais dinâmica e interativa, estimulando o interesse e contribuindo para uma aprendizagem mais significativa.

Nesse viés afirmamos que, os conhecimentos adquiridos e promovidos pelo Programa de Pós-Graduação- Mestrado Profissional, foram cruciais para o desenvolvimento da pesquisa e do Produto Educacional. Além das contribuições para o avanço profissional e pessoal da pesquisadora. O período foi marcado por experiências e aprendizagens singulares, promovidas

pelos professores do programa, e especialmente pelo orientador, cuja condução e suporte em todas as fases da pesquisa foram fundamentais. O rigor intelectual e apoio, contribuíram para o desenvolvimento acadêmico e metodológico, fortalecendo e promovendo uma formação crítica e reflexiva.

A consolidação dos resultados evidencia, a importância do acompanhamento docente na construção do conhecimento científico, e na promoção de uma investigação pautada no rigor metodológico. Nesse âmbito, os resultados dessa pesquisa seguirão na sequência, com o fechamento conclusivo, a partir das análises realizadas por meio dos dados coletados e interpretados.

Ao retomarmos o objetivo da pesquisa, “analisar os processos de ensino e aprendizagem na visualização e exploração das figuras Geométricas, a partir da relação entre os elementos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e a Literatura Infantil”, podemos afirmar que tanto o objetivo geral quanto os objetivos específicos foram percorridos ao longo da pesquisa.

Na primeira etapa da pesquisa, realizamos mapeamento bibliográfico, no que se refere a estudos e publicações com utilização dos elementos da TRRS para aprendizagem de Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Os resultados a partir das análises, nos permitiu verificar que poucas pesquisas se dedicam a perspectiva mencionada. No que diz respeito a Literatura Infantil, não foi identificado nenhum estudo que estabeleça esse vínculo, conforme destacado anteriormente. Com base nos dados produzidos, concordamos com os autores que embasam nossa pesquisa, ao revelarem que os elementos para a aprendizagem em Geometria favorecem e promovem o desenvolvimento da habilidade cognitiva para o olhar matemático.

Na elaboração do Produto Educacional, para além do enredo que envolve a trama, trabalhamos minuciosamente na construção de seis principais desafios, incorporados no roteiro da aventura, fundamentados em um rigoroso embasamento teórico. Tecendo em cada um deles, os elementos (olhares, as apreensões e a desconstrução dimensional) para aprendizagem em Geometria da TRRS. Com intenção de que o leitor ao ler a obra e cada um dos desafios, conheça, se aproprie e perceba as possibilidades de visualizar, reconfigurar, compor e decompor as figuras geométricas de diferentes formas, desvelando outras figuras.

Dessa forma, dentre os seis desafios elaborados, o “**primeiro**” consistiu na proposta de visualização e descoberta de uma figura tridimensional (cubo 3D/2D), partindo de uma bidimensional (hexágono 2D/2D). O “**segundo desafio**” consiste no desvelar de duas figuras distintas: uma com três vértices, e a outra com quatro vértices a partir da inserção de um único segmento de reta no triângulo equilátero 2D/2D. O “**terceiro desafio**”, propõe duplicar o

quadrado para o dobro de seu tamanho, de forma que ele ainda permanecesse um quadrado, e sua posição mantenha-se inalterada. No “**quarto desafio**” é preciso realizar a construção de um novo sólido geométrico, partindo da mesma quantidade de arestas do paralelepípedo 3D/2D. O “**quinto desafio**” envolve a reconfiguração do trapézio isósceles, para transformá-lo em um quadrilátero com os quatro ângulos retos, mediante a inserção de um segmento de reta na vertical. Por fim o “**sexto desafio**”, requer a formação do maior número possível de pares de triângulos congruentes a partir de dois triângulos equiláteros e um segmento de reta.

Essa etapa de elaboração do Produto Educacional, foi complexa e demandou muito tempo com pesquisas, testes e análises. Pois, prezamos pela produção de um rol de desafios que também fossem inéditos. Ademais, trouxemos junto aos desafios informações e conhecimentos matemáticos para além da Geometria, como curiosidades matemáticas, charadas e destaque para animais da fauna regional, conforme detalhado na seção II desta dissertação. Isto posto, todo o processo de elaboração do Produto Educacional percorreu múltiplas etapas, realizada de maneira concomitante aos estudos, pesquisas e cursos. Compreendendo, a elaboração, preparação e redação do enredo, definição e caracterização dos personagens, definição e seleção criteriosa de imagens. Elaboração das figuras geométricas desenvolvidas no *software* GeoGebra, com as quais, algumas com animações para demonstração de sobreposições, no intuito de facilitar a compreensão dos conceitos abordados. Estes elementos interativos foram disponibilizados por meio de *QR Codes*. Ademais, a realização de toda parte de diagramação exigida para o formato dos padrões editoriais.

Quanto aos desafios mencionados e que compõe a Literatura Infantil, estes, são demonstrados no primeiro capítulo desta dissertação. E são apresentados por meio de uma análise cognitiva detalhada, no que se refere aos elementos da TRRS mobilizados em cada um, assim como algumas principais habilidades desenvolvidas. Com preocupação em atender a demandas com possíveis limitações de leitura por parte do público, assim promovendo maior inclusão, também elaboramos uma versão em vídeo da obra. Esse formato, possibilita não apenas a escuta da narrativa, mas também possibilidade de pausas e retomadas, conforme a necessidade do leitor.

Para exploração do Livro de Literatura, elaboramos diversas atividades que retomavam alguns de seus desafios. No entanto, selecionamos apenas dez, a serem analisadas sob o aporte teórico que embasa a pesquisa. Estas, descritas no terceiro capítulo (seção), desta dissertação. Para análise dos dados, utilizamos como metodologia a Análise de Conteúdos de Bardin (1977).

Inicialmente, consideramos propor novos desafios, com base nos apresentados na obra, para verificar as assimilações, apreensões e aprendizagens adquiridas após a leitura do livro.

Contudo, o nível de conhecimento dos alunos não estava compatível com o ano escolar cursado, devido as defasagens de aprendizagem. Dentre os diversos fatores, destacamos o período pandêmico que acarretou prejuízos na aprendizagem dos alunos, e cuja recuperação poderá correr a longo prazo.

Diante desse cenário, adaptamos as atividades com início a retomada de conceitos básicos, tais como, identificação das formas, e os elementos que as compõe (vértices, segmentos de reta, arestas). Assim como as dimensões de cada unidade figural (tridimensional 3D, bidimensional 2D, unidimensional 1D, adimensional 0D).

A adaptabilidade realizada nas atividades para exploração da obra, também demonstram a potencialidade do Produto Educacional. Ante as possibilidades de utilização e exploração em outros níveis escolares, para além do público-alvo da nossa pesquisa. Sendo estes em níveis anteriores ou posteriores ao 5º ano do Ensino Fundamental, a depender das necessidades, especificidades de cada ano ou aluno. Dessa maneira, o professor poderá utilizar o material com adaptações, ou realizar as atividades já elaboradas como referência para criar outras, atendendo as necessidades específicas de seus alunos.

Por meio dos resultados das análises do Questionário Diagnóstico, afirmamos o destaque dado quanto a defasagem de aprendizagem para conceitos básicos da Geometria. Estes, como descrito, desde o simples reconhecimento de unidades e dimensões figurais, aos elementos que os compunham.

Identificamos por meio da análise dos dados que, para quase metade dos alunos (48%), prevaleceu o modo icônico de ver as figuras, ou seja, o olhar natural, articulado a apreensão perceptiva. Para um quantitativo que se aproximou a totalidade dos alunos, um percentual de 92%, prevaleceu a visualização de figuras bidimensionais 2D. Nenhum dos alunos identificaram unidades figurais unidimensionais 1D, ou adimensionais 0D. Quanto a desconstrução dimensional, 62%, não conseguiu operar a desconstrução por decomposição. Para classificação das dimensões figurais em 2D e 3D, 75%, dos alunos demonstraram não saber distinguir as dimensões. Por fim, 64%, não conseguiram diferenciar e identificar os elementos que compõe as figuras (vértices, segmentos de reta, arestas).

Após leitura e exploração do livro, junto as atividades desempenhadas, realizamos a interpretação e análises dos dados, no âmbito de responder nosso problema de pesquisa: “quais os impactos do uso de uma Literatura Infantil como recurso pedagógico na aprendizagem de conceitos geométricos, com foco nos processos de visualização e representação de figuras, segundo a teoria de registros de representação semiótica de Raymond Duval, em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental?”.

Com base na análise dos registros afirmamos que, utilizar a Literatura Infantil na exploração dos elementos da TRRS, em conjunto as atividades desempenhadas, promoveram impactos significativos no avanço das aprendizagens básicas. Além da perspectiva almejada, ou seja, o avanço nos processos de visualização e representação figural. Isto posto, ao compararmos aos resultados do Questionário Diagnóstico, percebemos que os alunos apresentaram desenvolvimento e avanço quanto a habilidade cognitiva de visualização das figuras. Demonstrando progresso nos gestos intelectuais, para interpretação, análise e resolução dos problemas propostos.

Nas atividades iniciais procuramos propor questões que integrassem a retomada de conceitos básicos, lineares aos desafios propostos no livro, criando uma semiosfera do olhar. Com auxílio de materiais concretos e dinâmicos buscando promover maior engajamento dos estudantes. Dito isto, os alunos se envolveram nos desafios, resolvendo-os de forma prática. Além disso, exploramos outras possibilidades, conforme detalhamento no capítulo III.

Os avanços nos processos de visualização e reconfiguração das figuras foram ocorrendo de forma gradativa, ao longo das atividades desenvolvidas na intervenção. Estas, podem ser observadas nos percentuais apresentados nos quadros das análises. Contudo um destaque maior é perceptível nas atividades 9 e 10. Nestas, são evidenciados altos percentuais de avanço nos processos de visualizações e reconfigurações, com revelação para novas unidades figurais. Na atividade 9, ao compararmos com os dados do Questionário Diagnóstico, identificamos um aumento de 63% nos índices de reconhecimento e distinção dimensional. Para a atividade 10, com percentual médio de 92% dos alunos, conseguiram operar sobre a unidade figural, modificando-a com observância ao enunciado.

Ao final das atividades, disponibilizamos um questionário avaliativo da Prática Docente Supervisionada, em que os alunos puderam expor suas opiniões e percepções. Realizando também uma autoavaliação das próprias aprendizagens. Todos os relatos foram favoráveis ao período de intervenção, as perguntas e resultados podem ser conferidos na Seção III. Ressaltamos que, uma das questões indaga sobre a possibilidade de terem adquirido os poderes de Radu. Dentre os 25 participantes, 22 alunos responderam ter adquirido os poderes de Radu. Esses dados demonstram o engajamento com a história. E a compreensão de que os poderes se referem a maneira de visualizar as figuras, operando sobre elas, transitando entre as diferentes dimensões e fazendo surgir novas formas a partir de reconfigurações.

Sabemos que as 20 horas, utilizadas na intervenção, para aplicação e desenvolvimento das atividades, não são suficientes para o desenvolvimento satisfatório das habilidades cognitivas de visualização das figuras geométricas. Além disso, não possibilita explorar todas

as possibilidades e potencialidades da literatura. Pois a obra traz uma diversidade de informações que podem ser exploradas em diversos contextos e formatos, com atividades diversificadas. Contudo, mesmo ocorrendo em um curto período, a intervenção demonstrou avanços significativos na aprendizagem. No que se refere aos processos de visualização e exploração figural, atendendo aos anseios da pesquisa.

Além das habilidades Matemáticas para a unidade de Geometria e outros campos, ainda é possível desenvolver habilidades em outras áreas do conhecimento, como língua portuguesa, geografia, ciências, artes. Nesse âmbito, a obra apresenta-se com grande potencial, que pode ser explorado ao longo de todo o ano letivo. Com diversas propostas de trabalhos, como: exposições, teatro, gincanas, jogos, dentre outros.

Assim, esperamos que o material produzido seja utilizado e disseminado entre diversos leitores, alunos, professores e comunidade acadêmica, possibilitando avanços ao ensino e a aprendizagem. Além de inspirar outras futuras pesquisas e estudos, trazendo novas produções que auxiliem o ensino e aprendizagem em especial para Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Uma área ainda pouco explorada e que precisa de uma atenção especial dos pesquisadores.

A escrita literária, além de outros fatores importantes a se considerar, é uma arte que envolve e exige sensibilidade e criatividade. As palavras possuem o poder de estimular a imaginação, transcendendo limites para novas experiências emocionais e cognitivas não só aos leitores, mas, aos autores enquanto a produzem. Nesse sentido, o desenvolvimento da pesquisa e em especial a escrita da literatura despertaram na pesquisadora um encantamento, e aspirações para possibilidades futuras de novas escritas.

No que tange a aprendizagem, somente a partir da construção de uma base sólida, promoveremos avanços no conhecimento, favorecendo as próximas fases e etapas de escolarização. Nesse contexto, Duval (2011) afirma que atividades e problemas específicos devem ser elaborados desde o ensino primário, somente assim o aluno entrará na maneira Matemática de ver as figuras geométricas. Isto posto, entendemos que precisamos desenvolver atividades sob a perspectiva dos elementos da TRRS de forma contínua e a longo prazo. Dessa maneira, a habilidade cognitiva de visualização vai sendo desenvolvida e aprimorada. Ocorrendo progressivamente, em concomitância ao amadurecimento individual e intelectual, estruturando e elevando as capacidades de análise, interpretação e raciocínio.

REFERÊNCIAS

- ADAM, M. V. d. S. **Alfabetização Matemática e literatura infantil**: possibilidades para uma integração no ciclo de alfabetização. 2020. 62 f. Dissertação (Mestrado em ensino de ciências exatas) - Instituto de Matemática, estatística e física, Universidade federal do Rio Grande, Santo Antônio da Patrulha, 2020. Disponível em: <https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/FURG_d204e666088f72623ca470870b08c764>. Acesso em 07 de maio, 2023.
- ANTUNES, W. A. **Lendo e formando leitores**: orientações para o trabalho com a literatura infantil. São Paulo: Global, 2007.
- ARNOLD, D. S. **Matemáticas presentes em livros de leitura**: possibilidades para a educação infantil. Dissertação. 2016. Disponível em: <<https://lume.ufrgs.br/handle/10183/148194>>. Acesso e 30 de abr. 2023.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Brasília, 2018. Disponível em: < Acesso em 20 de abr. 2023.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf> >. Acesso em 26 de maio de 2023.
- BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. O Cenário da Pesquisa no Campo da Educação Matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 7, n. 13, 1 jun. 2014. Disponível em: <<https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/488>>. Acesso em 20 de abr. 2023.
- BRENMAN, I. **Através da vidraça da escola**: formando novos leitores. 2 ed. -Belo Horizonte: Alegria, 2012.
- CARVALHO, L. d. F. M. d. **Raymond Duval e suas contribuições para a promoção do desenvolvimento do pensamento geométrico na alfabetização**: subsídios ao ensino da Geometria. 2022. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2022. Disponível em: <<https://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/3758>> Acesso em 20 de abr., 2023.
- COSSON, R. O espaço da literatura na sala de aula. In PAIVA, A.; MACIEL, F. e COSSON, R. (Coord.). **Literatura**: ensino fundamental. p. 55-68 – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.
- COLOMBO, J. A. A.; FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em educação Matemática: pontuando tendências. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 16, n. 1, 2008. DOI: 10.20396/zet.v16i29.8647035. Disponível em: <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8647035>> . Acesso em: 19 jun. 2023.

DALCIN, A. Matemática, Literatura Infanto-Juvenil e teatro: alguns elos e perspectivas para o ensino. **Revista FAMOSP**. São Paulo, v. I, n. I, p. 5-27, 2004.

DALCIN, A. Um olhar sobre o paradidático de Matemática. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 15, n. 1, p. 25–36, 2007. DOI: 10.20396/zet.v15i27.8647014. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8647014> . Acesso em: 11 fev. 2025.

D'AMORE, B.; DUVAL, R. Similitudes y diferencias entre la educación de la mirada en geometría elemental y en arte figurativo. **Educación Matemática**, vol. 35, núm. 1, abril de 2023. Disponível em: <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol35/1/02_REM_35-1.pdf>. Acesso em 28 de maio, 2023.

DUVAL, R. Abordagem Cognitiva de problemas de Geometria em termos de congruência. Trad. Moretti, M. T. **Revista Eletrônica de Educação Matemática –REVEMAT**, v. 7, n. 1, p. 118-138, 2012. ISSN 1981-322. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n1p118>. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n1p118>. Acesso em out., 2024.

DUVAL, R. As condições cognitivas da aprendizagem da Geometria: desenvolvimento da visualização, diferenciação dos raciocínios e coordenação de seus funcionamentos. Trad. Arinos, C. R. M.; Freitas, J. L. M. D; Moretti, M. T. **Revista Eletrônica de Educação Matemática –REVEMAT**, v. 17, p. 1-51, 2022. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/85937>>. Acesso em: 26 abr. 2023.

DUVAL, R. Como analisar a questão crucial da compreensão em Matemática? Trad. Méricles T. Moretti. **Revista Eletrônica de Educação Matemática -Revemat**, Florianópolis, v.13, n.2, p.1-27, 2018. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2018v13n2p1/38031>>. Acesso em 27 de abr. 2023.

DUVAL, R; et al. **Mudança de dimensão** [livro eletrônico]: gesto intelectual essencial à aprendizagem da geometria segundo Raymond Duval / Raymond Duval...[et al.]; organização Méricles Thadeu Moretti, Roberta Nara Sodré de Souza – Florianópolis, SC: Ed. dos autores, 2025. URI <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/262852> . Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/262852/000_EBOOK%20mud_dim_final_publicado.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em abril, 2025.

DUVAL, R.; FREITAS, J. L. M.; REZENDE, V. Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. “**Revista Paranaense de Educação Matemática**”, v, 2, p. 10-34, 2013. Disponível em: <<https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/5946>>. Acesso em 27 de abr., 2023.

DUVAL, R. O prazer de ver, entender, expressar e inventar em Matemática, é claro!. Trad. Méricles T. Moretti. **Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semiocognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval** [recurso eletrônico]: (parte 2) / Méricles Thadeu Moretti, Eduardo Sabel (Orgs.). - Florianópolis: GPEEM/UFSC, 2023.

DUVAL, R. Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de Matemática. Trad. Moretti, M. T. **Revista Eletrônica de Educação Matemática –**

REVEMAT, v. 11, n. 2, p. 1-78, 2016. Disponível em:
<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2016v11n2p1>. Acesso em fev., 2025.

DUVAL, R. Rupturas e Omissões entre manipular, ver, dizer e escrever: história de uma sequência de atividades em Geometria. In BRANDT, C. F. e MORETTI, M. T. (Org.) **As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e pesquisa na Educação Matemática**. Ed. Unijuí, p. 15 – 38. Ijuí, RS, 2014.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Trad. Mérciles T. Moretti. **Revista Eletrônica de Educação Matemática -Revemat**, Florianópolis, v.7, n.2, p. 1-32, 2012. Disponível em:
<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266> . Acesso em 16 de nov., 2024.

DUVAL, R. **Ver e ensinar Matemática de outra forma-** Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Organização: Tânia M. M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. 1 ed. São Paulo: PROEM, 2011

FERREIRA, N. S. D. A. As pesquisas denominadas “estado da arte”. **Educação & Sociedade**, ano XXIII, nº 79, Agosto/2002. Disponível em:
 <<https://www.scielo.br/j/es/a/vPsyhSBW4xJT48FfrdCtqfp/abstract/?lang=pt>> . Acesso em 10 de jun., 2023.

GHELLI, K. G. M. **Aproximações interdisciplinares entre o ensino da Matemática e a literatura infantil:** uma aprendizagem significativa. 2019. 143 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019.
<https://dx.doi.org/10.14393/ufu.te.2019.2378>. Disponível em:
 <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/28191>> Acesso em 29 de maio, 2023.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo, SP: Atlas, 2008.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 7. Ed. [2ª Reimp.]. Barueri, SP: 2023.

HILLESHEIM, S.; MORETTI, M., T. Elementos Transversais para a Aprendizagem da Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma Proposta de Currículo Possível. **Revista Eletrônica de Educação Matemática -REVEMAT**, Florianópolis, v. 15, n. 1, p. 01-20, 2020. Universidade Federal de Santa Catarina. ISSN 1981-1322. DOI:
<https://doi.org/10.5007/1981-1322.2020.e70277> Disponível em:
 <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2020.e70277>>. Acesso em 25 de maio, 2023.

HILLESHEIM, S. F.; ANJOS, Z. D.; THIESEN, J. S. D. A Necessidade de Representar e de Coordenar Registros de Representação Semiótica para a Aprendizagem da Matemática nos Anos Iniciais: o que nos diz a BNCC? **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 34, p. 1-20, 24 mar. 2021. Disponível em:
 <<https://desafioonline.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/11726>>. Acesso em 30 de abr. 2023.

IMAFUKU D. B. S. **O estudo de área de figuras planas na transição dos anos iniciais para os anos finais do ensino fundamental.** Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=7710785 Acesso em 10 de jun., 2023.

KLUPPEL, G. T.; BRANDT, C. F. Reflexões Sobre o Ensino de Geometria em Livros Didáticos à Luz da Teoria de Representações Semióticas Segundo Raymond Duval. In BRANDT, C. F. e MORETTI, M. T. (Orgs.). **As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e pesquisa na Educação Matemática.** Ed. Unijuí, p. 15 – 38. Ijuí, RS, 2014.

LEAL, T. F; ALBUQUERQUE, E. B. C. Literatura e formação de leitores na escola. In PAIVA, A.; MACIEL, F. e COSSON, R. (Coord.). **Literatura: ensino fundamental.** p. 89-106 – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.

LOURENÇO, D. A. **Tipografia para livro de literatura infantil:** desenvolvimento de um guia com recomendações tipográficas para designers. Orientador: Antonio Martiniano Fontoura. 2011. 284 f. - Dissertação (Mestrado em *Designer*) Setor de Ciências Humanas, Letras e Artes . Curitiba- Universidade Federal do Paraná, 2011.

MATO GROSSO. **Documento de Referência Curricular para Mato Grosso Ensino Fundamental Anos Iniciais.** CUIABÁ: SEDUC, 2018. Disponível em: <https://sites.google.com/view/bnccmt/educa%C3%A7%C3%A3o-infantil-e-ensino-fundamental/documento-de-refer%C3%Aancia-curricular-para-mato-grosso>. Acesso em 24 de set., 2024.

MIRANDA, L. M. Minecraft: além da diversão. **Revista Ciência Hoje.** Seção: Ciência & Cultura Pop- Novembro 2020 [CH 371]. Disponível em: <https://cienciahoje.org.br/artigo/minecraft-alem-da-diversao/#>. Acesso em: 11 de dez., 2024.

MORETTI, M. T. Semiosfera do olhar: um espaço possível para a aprendizagem da Geometria. **Acta Scientiae**, v.15, n.2, p. 289-303, maio/ago. 2013. Disponível em <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/568/679>>. Acesso em 28 de maio, 2023.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A Geometria nas séries iniciais:** uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

OLIVEIRA, A. A. O professor como mediador das leituras literárias. In PAIVA, A.; MACIEL, F. e COSSON, R. (Coord.). **Literatura: ensino fundamental.** p. 41-53 – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.

OLIVEIRA, M. F. d. **Metodologia científica:** um manual para a realização de pesquisas em Administração / Maxwell Ferreira de Oliveira. -- Catalão: UFG, 2011. 72 p.: il. Disponível em: https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/567/o/Manual_de_metodologia_cientifica_-_Prof_Maxwell.pdf>. Acesso em 14 de maio, 2023.

OLIVEIRA, L. S. **Reconfiguração e matemática:** um caminho para a aprendizagem de Geometria. Disponível em:

<<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/169077?show=full>>. Acesso em 06 de jun., 2023.

OLIVEIRA, R. C. D. **Investigando o ensino de Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma análise das escolhas dos professores.** Orientador: Marcelo Câmara dos Santos. 2014, 103 f. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica. Universidade Federal de Pernambuco. Disponível em: <<https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/13070/1/DISSERTA%20c3%87%20c3%83O%20Regina%20C%20a9lia%20de%20Oliveira.pdf>>. Acesso em: 04 de jun., 2023.

PEREIRA, S. A. **Análise e desenvolvimento de jogos digitais: a Matemática do ensino fundamental e seus registros de representação semiótica.** Disponível em: <<https://repositorio.unifesp.br/handle/11600/64663>>. Acesso em 12 de jul., 2023.

PONTES H. M. D. S.; FINCK C. B.; NUNES, A. L. R. O estado da arte da teoria dos registros de representação semiótica na educação Matemática. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.19, n.1, 297-325, 2017. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/30291>>. Acesso em 20 de maio, 2023.

RODRIGUES, M. U. **Análise de em pesquisas qualitativas na área da educação Matemática** (org.) – Curitiba: CRV, 2019.

SCHEIFER, C. **Design metodológico para análise de atividades de Geometria segundo a teoria dos registros de representação semiótica.** Disponível em: <<https://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/1235>>. Acesso em 26 de abr. 2023.

SANTOS, G. B. **A ludicidade na aprendizagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.** Orientadora: Maria Batista Lima. 2016, 116 f. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Federal de Sergipe. Disponível em: <https://ri.ufs.br/bitstream/riufs/5098/1/GRACINEIDE_BARROS_SANTOS.pdf>. Acesso em 10 de abril, 2023.

SANTOS, M. B. T. **Ensino e aprendizagem de figuras planas e espaciais nos anos iniciais do ensino fundamental: um olhar à desconstrução dimensional das formas.** Orientador: Eberson Paulo Trevisan. 2021, f. 222. Dissertação (Mestrado). Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática- PPGECM. Universidade Federal de Mato Grosso. Disponível em: <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=10979806>. Acesso em 27 abr. 2023.

SANTOS, M. B. T.; TREVISAN, E. P.; TREVISAN, A. C. R. Malhas Geométricas e Livros Didáticos: em destaque os olhares, as Apreensões e a desconstrução dimensional das Formas. **Reamec - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 10, n. 2, p. e22026, 2022. DOI: 10.26571/Reamec.v10i2.13401. Disponível em: <<https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/13401>>. Acesso em: 26 abr. 2023.

SANTOS, R. F. S.; TREVISAN, E. P.; AZEVEDO, E. Q.; FEISTEL, R. A. B. Teoria dos Registros de Representação Semiótica: uma investigação em Geometria acerca de produções

científicas brasileiras . **Revista Prática Docente**, [s. l.], v. 9, p. e24027, 2024. DOI: 10.23926/RPD.2024.v9.e24027.id918. Disponível em: <https://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/918>. Acesso em: 15 dez., 2024.

SILVA, M. C. L. d.; VALENTE, W., R. Aritmética e Geometria nos anos iniciais: o passado sempre presente. **Revista Educação em Questão**, Natal, v. 47, n. 33, p. 178-206, set./dez. 2013. DOI: <https://doi.org/10.21680/1981-1802.2013v47n33ID5140>. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/160848/document%281%29.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. Acesso em: 07 de jun., 2023.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Materiais Manipulativos para o Ensino de Figuras Planas - Vol. 4**. São Paulo: Edições Mathema, 2012. Coleção Mathemoteca.

SMOLE, K. C. **A Matemática na Educação Infantil**: a teoria das inteligências Múltiplas na prática Escolar. (2014). (n.p.): Penso Editora. Disponível em: <https://www.google.com.br/books/edition/A_Matem%C3%A1tica_na_Educa%C3%A7%C3%A3o_Infantil/xU1eBAAAQBAJ?hl=pt-BR&gbpv=1&dq=a+matematica+na+educa%C3%A7%C3%A3o+infantil+katia+smole&printsec=frontcover%3E>. Acesso em 06/04/2023.

SMOLE, K. C. S. et al. **Era uma vez na Matemática**: uma conexão com literatura infantil. 6 ed. São Paulo: CAEM/MEUSP, 2007.

SMOLE, K. C. S. et al. **Matemática e Literatura Infantil**. Belo Horizonte, MG: Ed. Lê, 1995.

SOUZA, A. P. ; OLIVEIRA, R. M. Articulação entre literatura infantil e Matemática: intervenções docentes. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 23, n. 37, p. 955-975, dez. 2010. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/4301> . Acesso em: 01 de dez., 2024.

SOUZA, P. T. R. L. **O enigma do bichano**: conectando literatura com o pensamento algébrico. Orientador: Rafael Montoito Teixeira. 2022. 117 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Instituto de Física e Matemática. Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2022. Disponível em: <https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFPL_ab6b870cb5dd03f85d427aec1f53cb30>. Acesso em 07 de maio, 2023.

SOUZA, R. N. S. D; MORETTI M. T. ALMOULOU, S, A. A aprendizagem de Geometria com foco na desconstrução dimensional das formas
The learning of Geometry focusing on dimensional deconstruction of forms. **Revista Educação Matemática Pesquisa- EMP**, v. 21, n.1, pp. 322-346, 2019. DOI: <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i1p322-346>. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/39101>> . Acesso em 20 de maio, 2023

SOUZA, V. A. d. **O trabalho educativo com o software de Geometria dinâmica no quinto ano do ensino fundamental**. 2017. 189 f. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Uberlândia, 2019. DOI <http://dx.doi.org/10.14393/ufu.di.2018.517>. Disponível em:

<<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/25513>> Acesso em: 10 de jul., 2023>. Acesso em 22 de maio, 2023.

SOUZA, W. Gênero narrativo. **Brasil Escola**. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/literatura/genero-narrativo.htm> . Acesso em 20 de março de 2024.

SOSA, J. **A literatura Infantil**: ensaio sobre a ética, a estética e a psicopedagogia da literatura infantil. Trad. James Amado. São Paulo: Cultrix. Universidade de São Paulo, 1978.

TRAMONTIM, L. E.; PINHEIRO N. A. M.; COSTA, J. D. M. Literatura infantil e o ensino de Matemática: uma prática para o 2º ano do ensino fundamental I. **VIDYA**, v. 42, n. 1, p. 1-20, jan. /jun., 2021 - Santa Maria, 2021. ISSN 2176-4603.

DOI:<https://doi.org/10.37781/vidya.v42i1.3272>. Disponível em:

<<https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/3272>>. Acesso em 01 de maio, 2023.

TREVISAN, E. P. Apreensões, olhares e desconstrução dimensional no processo de construção de provas empíricas e teóricas. **Eventos Pedagógicos**, [S. l.], v. 13, n. 2, p. 357–381, 2022. DOI: [10.30681/rebs.v13i2.6367](https://doi.org/10.30681/rebs.v13i2.6367). Disponível em: <https://periodicos.unemat.br/index.php/reps/article/view/6367>. Acesso em: 3 out. 2024.

APÊNDICES

Apêndice A

Questionário Diagnóstico



Aluno: _____ Turma/Ano: _____

Data: ____/____/____

1- Veja quem veio direto do Minecraft, escreva o que você identifica na figura.

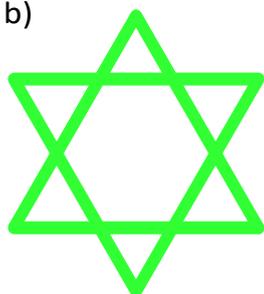
a)



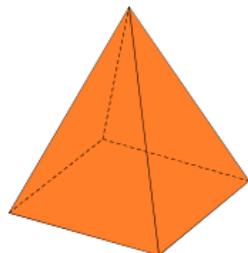
Fonte: pixabay

Faça o mesmo nas letras b e c, descreva o que identifica nas figuras.

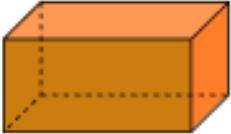
b)



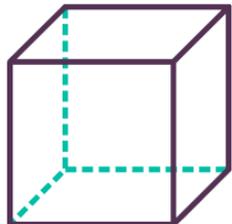
c)



2- Observe e faça comparações das figuras representadas. Utilizamos a Geometria para classificá-las, assim escreva quais são planas (bidimensionais) e quais são não planas (tridimensionais).

<p>a) </p> <p>_____</p>	<p>b) </p> <p>_____</p>	<p>c) </p> <p>_____</p>
<p>d) </p> <p>_____</p>	<p>e) </p> <p>_____</p>	<p>f) </p> <p>_____</p>

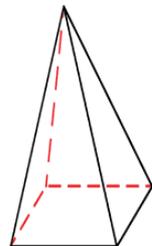
3- Coloque o nome das figuras e numere com a quantidade de elementos de cada uma.



Nome: _____

Arestas: _____

Vértices: _____



Nome: _____

Arestas: _____

Vértices: _____

Apêndice B - Termo de Consentimento Livre Esclarecido (TCLE)



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO/ CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP INSTITUTO DE CIÊNCIAS
NATURAIS, HUMANAS E SOCIAIS – ICNHS
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática- PPGECM

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE - PAIS)

Senhores pais, seu filho(a) está sendo convidado(a) a participar da pesquisa intitulada "**APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA: investigando processos de visualização nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental a partir da Literatura Infantil**", desenvolvida pela mestrandia, Regiane Ferreira da Silva Santos, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática, da Universidade Federal de Mato Grosso, Câmpus Universitário de Sinop. Leia cuidadosamente o que segue e caso tenha alguma dúvida pergunte a responsável pelo estudo. A participação nesta pesquisa não resulta em nenhum tipo de remuneração financeira e não acarretará custos para você ou seu filho(a), a participação será voluntária.

O objetivo do estudo é aplicar uma sequência de atividades, complementares as ações desenvolvidas na etapa escolar do 5º ano e apresentar essas atividades para seu filho em sala de aula de maneira a ensinar conteúdos dos componentes curriculares de forma diferenciada.

A pesquisa será feita na escola, com a turma do (a) seu (sua) filho (a) com duração de 20 horas distribuídas ao longo de 4 semanas conforme horário das aulas de Matemática. A participação dele(a) será na realização das atividades propostas. Saiba que as resoluções das atividades serão digitalizadas para fins da pesquisa. Todos os materiais produzidos têm a finalidade específica de fornecer dados para esta pesquisa. Durante o processo, os momentos de roda de conversa serão gravados obtendo áudio e imagens para posterior análise das contribuições dos estudantes. Os resultados da pesquisa realizada com a participação de seu(sua) filho(a) serão publicados em eventos ou publicações científicas, sem a identificação dele/dela, sendo mantido o sigilo de suas informações e garantida sua privacidade.

Diante das atividades que surgirão consideramos que pode existir o risco mínimo de seu(sua) filho(a) se sentir inseguro, pelo confronto de ideias que possa surgir na sua participação com os demais alunos, na realização das atividades propostas, bem como ao interagir com os demais sujeitos, o professor e a pesquisadora. Esses riscos serão minimizados pela professora (pesquisadora) por meio do diálogo, resgatando sempre que necessário os objetivos e métodos da pesquisa, bem como, deixando claro a seu/sua filho (a), a possibilidade da sua retirada do projeto temporariamente ou total, sem nenhum prejuízo de seu acompanhamento pedagógico.

Lembrando que, na publicação dos resultados da pesquisa, não serão reveladas informações pessoais ou imagem, respeitando a privacidade de seu (sua) filho (a).

Seu (sua) filho (a) não será obrigado (a) a apresentar suas atividades aos demais colegas, sendo somente incentivado a fazer isso, e em relação à insegurança será utilizado abordagens diferenciadas no processo de ensino, levando em consideração a sua necessidade particular. Além disso, caso ocorra erro ao desenvolver a atividade, ele será tratado como um indicativo para o professor/pesquisadora do que precisa ser consolidado no processo de aprendizagem, estabelecendo assim, a construção do conhecimento a partir desse erro. Nesse sentido, o erro será tratado como parte do processo de aprendizagem. Ao participar dessa pesquisa seu(sua) filho(a) poderá aprender conteúdos de Matemática de maneira diferenciada, favorecendo o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Caso queira, é livre a opção de retirar seu(sua) filho(a) da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo.

Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com Regiane Ferreira da Silva Santos, que estará à sua disposição pelo telefone (66) 98115-0598, bem como pelo e-mail: regianef37@gmail.com. Em caso de dúvidas sobre os aspectos éticos da pesquisa você poderá entrar em contato com o Comitê de Ética da UFMT, Câmpus Universitário de Sinop: Avenida Alexandre Ferronato, 1200 - CEP 78550-728, Residencial Cidade Jardim - Sinop-MT telefone (66) 3533-3199 e-mail: cephumanos.cus@ufmt.br Uma via desse documento ficará com você e outra via será arquivada pelos pesquisadores por cinco anos.

De acordo com a Resolução CNS n.º 510, de 2016, Artigo 9º, Inciso VI, todo participante de pesquisa tem direito a indenização caso comprove danos causados em função da pesquisa.

Juara-MT, _____ de 2024.

Regiane Ferreira da Silva Santos
Professora (pesquisadora)

Declaro que li e entendi este termo de consentimento e concordo que meu (minha) filho (a) participe da pesquisa e como responsável legal pelo (a) menor _____ aceito a sua participação na referida pesquisa.

Responsável pelo(a) menor participante da pesquisa

Obs.: Assinar esta página e rubricar a primeira.

Apêndice C - Termo de Assentimento Livre Esclarecido (TALE)



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO/ *CAMPUS* UNIVERSITÁRIO DE SINOP INSTITUTO DE CIÊNCIAS
NATURAIS, HUMANAS E SOCIAIS – ICNHS
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática- PPGECM

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE - ALUNOS)

Prezado (a) estudante, você está sendo convidado (a) para participar da pesquisa intitulada "**APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA: investigando os processos de visualização nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental a partir da Literatura Infantil**", seus pais já permitiram que você participe e agora você também poderá decidir se quer participar ou não. Vamos ler juntos esse texto e caso surgir alguma dúvida poderá perguntar a professora (pesquisadora) responsável pelo estudo. Você não receberá dinheiro e não precisará gastar nada para participar da pesquisa. Este estudo será conduzido pela professora Regiane Ferreira da Silva Santos, mestranda (aluna) da Universidade Federal de Mato Grosso, Câmpus Universitário de Sinop, também professora aqui na Escola Estadual "Luiza Nunes Bezerra".

A pesquisa será feita na sua escola, com sua turma, com duração de 20 horas distribuídas ao longo de 4 semanas conforme horário das aulas de Matemática. Queremos produzir atividades interativas diversas, complementares as ações desenvolvidas em sua turma e apresentar essas atividades para você em sala de aula, de maneira a ensinar conteúdos de forma diferenciada. A sua participação será na resolução das atividades propostas. Saiba que as atividades serão digitalizadas para fins da pesquisa e alguns momentos como os depoimentos e opiniões que farão ao fim das atividades serão gravados obtendo áudio e vídeo. Porém não tenha medo de que seus dados e opiniões sejam expostos; sua fala, imagem ou informações pessoais, assim como sua identidade; não se preocupe, pois, todos esses dados serão preservados, ou seja, somente a pesquisadora terá acesso a estes dados. Além disso caso queira, sua participação pode ser interrompida a qualquer momento da pesquisa. Todos os materiais produzidos têm a finalidade específica de fornecer dados para esta pesquisa. Portanto os resultados serão publicados, preservando a sua identidade, assim ninguém saberá que você está participando dessa pesquisa.

Faremos o possível para que você não se sinta tímido (a) ou inseguro (a) durante o desenvolvimento das atividades propostas. Durante sua participação você não será obrigado (a) a apresentar suas atividades aos demais colegas, somente se quiser poderá apresentá-las. Caso encontre dificuldade em realizar alguma das atividades, não se preocupe, o professor (a) irá lhe auxiliar/ajudar em todas as etapas levando em consideração a sua necessidade particular, de

forma que consiga compreendê-las da melhor forma possível. Além disso, caso ocorra erro ao desenvolver a atividade, não terá problema algum, pois permitirá o professor (pesquisador) observar o que você já aprendeu e o que ainda precisa aprender, possibilitando desenvolver novas formas ou caminhos para construção de seus conhecimentos. Nesse sentido, queremos dizer que errar é normal e faz parte do processo de aprendizagem de todos.

Sempre que se sentir desconfortável ou incomodado em qualquer situação procure imediatamente a professora (pesquisadora) para relatar o ocorrido. Ao participar dessa pesquisa você poderá aprender conteúdos de Matemática de maneira diferenciada.

Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com Regiane Ferreira da Silva Santos, que estará à sua disposição pelo telefone (66) 98115-0598 bem como pelo e-mail: regianef37@gmail.com. Em caso de dúvidas sobre os aspectos éticos da pesquisa você poderá entrar em contato com o Comitê de Ética da UFMT, Câmpus Universitário de Sinop: Avenida Alexandre Ferronato, 1200 - CEP 78550-728, Residencial Cidade Jardim - Sinop-MT telefone (66) 3533-3199 e-mail: cephumanos.cus@ufmt.br. Uma via desse documento ficará com você e outra via será arquivada pelos pesquisadores por cinco anos.

De acordo com a Resolução CNS nº 510, de 2016, Artigo 9º, Inciso VI, todo participante de pesquisa tem direito a indenização caso comprove danos causados em função da pesquisa.

Eu _____ (nome do participante) aceito participar da pesquisa “APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA: investigando os processos de visualização nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental a partir da Literatura Infantil”, entendi as coisas ruins e as coisas boas que podem acontecer. Entendi que posso dizer “sim” e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir e que ninguém vai ficar com raiva de mim. Os pesquisadores tiraram minhas dúvidas e conversaram com meus responsáveis. Recebi uma via deste termo de assentimento, li e concordo em participar da pesquisa.

Juara- MT, _____ de 2024.

Regiane Ferreira da Silva Santos
Professora (pesquisadora)

Assinatura do participante da pesquisa

Obs.: Assinar esta página e rubricar a primeira.

Apêndice D - Questionário percepções do livro de Literatura Infantil

Dialogando sobre o livro: **DESCUBRA O PODER DE RADU E UM NOVO JEITO DE VER: através do olhar fascinantes descobertas**

Registro das percepções

1- Você gosta de ler?

Sim Não

Se não, escreva o motivo, nas linhas abaixo.

2- Você prefere ler sozinho, ou ouvir histórias lidas por adultos?

Ler sozinho Lida por adultos As duas formas

SOBRE O LIVRO

3- Você gostou da história? Se não, descreva o motivo.

Sim Não

4- Você indicaria a leitura deste livro para um amigo (a)? Explique por quê.

Sim Não

5- Qual personagem você achou mais interessante? Fale sobre ele.

6- Você já havia lido livros de literatura infantil em aulas de Matemática?

Sim Não

a) Como foi essa experiência para você? Conte um pouco sobre ela.

7- Você já leu livros de literatura infantil em que a história abordava fatos ou problemas de Matemática? Caso se lembre comente a Matemática abordada na história.

Sim Não

8- Você gostaria que houvesse mais aulas de Matemática envolvendo histórias/ literaturas?

() Sim () Não

9- Você acha que é possível aprender Matemática por meio das histórias contadas nos livros? Conte por quê.

() Sim () Não

10- O que você mais gostou nesse livro? Qual desafio achou mais interessante? O que mais lhe chamou a atenção?

11- Imagine que tenha que explicar a um amigo o que era o superpoder de Radu. Descreva com suas palavras.

12- O que você acha do superpoder de Radu?

13- Você acha que poderia adquirir os superpoderes de Radu também?

Apêndice E - Questionário de Avaliação da Prática Docente Supervisionada (PDS)

Percepção das atividades desenvolvidas na pesquisa com o livro: **DESCUBRA O PODER DE RADU E UM NOVO JEITO DE VER: através do olhar fascinantes descobertas**

1- Você gostou de participar da pesquisa? Descreva o motivo nas linhas abaixo.

() Sim () Não

2- O que achou de estudar Matemática por meio de uma Literatura Infantil? Explique.

3- A história lhe possibilitou aprender algo novo sobre Geometria ou outra temática? Se possível destaque o que aprendeu nas linhas abaixo.

() Sim () Não

4- As atividades desenvolvidas facilitaram a aprendizagem de Geometria? Descreva o motivo.

() Sim () Não

5- Qual atividade você mais gostou ou achou mais interessante?

6- Se você fosse recontar a um amigo a história: **DESCUBRA O PODER DE RADU E UM NOVO JEITO DE VER: através do olhar fascinantes descobertas, como a contaria? Descreva de forma resumida.**

7- Você acha que também adquiriu os poderes de Radu? Explique por quê?

() Sim () Não

Apêndice F - Ficha de Avaliação da Escola


 MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
 UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO - CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
 INSTITUTO DE CIÊNCIAS NATURAIS HUMANAS E SOCIAIS
 MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
AVALIAÇÃO DE PRÁTICA DOCENTE SUPERVISIONADA

Escola da Educação básica: Estadual Luiza Nunes Bezerra	
Mestrando: Regiane Ferreira da Silva Santos	
Professor Orientador: Dr. Eberson Paulo Trevisan	
Semestre: 2024/2	Data do parecer: 24/10/2024

Aspectos relevantes para avaliação

	Adequado	Inadequado	Parcialmente Adequado
1. Assiduidade e responsabilidade	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Motivação e interesse pelo Estágio	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Atividades Executadas	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Criatividade e desenvolvimento de aspectos inovadores na prática pedagógica	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Participação e interação com a Escola	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Nota final (valor entre 0 à 10):	<input style="width: 80px;" type="text" value="10"/>		
7. Caro professor (a), caso considere necessário, o Sr. (a) poderá expor algumas observações:			
<p><i>A professora Regiane, trouxe propostas de Geometria de forma atrativa e significativa para os alunos, tenho a certeza que eles não esquecerão a experiência proporcionada pela professora. Regista muito bem elaborada com propostas de atividades interessantes e dinâmicas.</i></p>			
Assinatura Professor/ supervisor: <i>Renata Dilenberg Delgado</i>			

Apêndice G - Produto Educacional Livro de Literatura Infantil: “DESCUBRA O PODER DE RADU E UM NOVO JEITO DE VER- através do olhar, fascinantes descobertas”

**DESCUBRA O PODER DE RADU E
UM NOVO JEITO DE VER**
Através do olhar fascinantes descobertas

Regiane F. S. Santos
Eberson P. Trevisan

Ilustrações
Jone Tavares



**DESCUBRA O PODER DE *RADU* E
UM NOVO JEITO DE VER**

Através do olhar fascinantes descobertas



**DESCUBRA O PODER DE *RADU* E
UM NOVO JEITO DE VER**

Através do olhar fascinantes descobertas

*Regiane F. S. Santos
Eberson P. Trevisan*

Ilustrador
Jone Tavares

Ilustrações figuras geométricas
Regiane F. S. Santos
Eberson Paulo Trevisan

Capa
Jone Tavares

Leitura Crítica
Andreia Cristina Rodrigues Trevisan
Maria Bezerra Tejada Santos

Diagramação
Regiane F.S. Santos
Eberson Paulo Trevisan

Dados Internacionais de Catalogação da fonte

S237d Santos, Regiane Ferreira da Silva; Trevisan, Eberson Paulo
DESCUBRA O PODER DE RADU E UM NOVO JEITO DE VER:
através do olhar fascinantes descobertas/ Regiane Santos, Eberson Trevisan
– Dados eletrônicos (1 arquivo: 52f., il. color. pdf). – 2025

Produto Educacional (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências
da Natureza e Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso, Campus
Universitário de Sinop, Instituto de Ciências Naturais, Humanas e Sociais,
Sinop, 2025.

Modo de acesso World Wide Web: <https://ri.ufmt.br>

1. Literatura Infantil. 2. Ficção. 3. Geometria. 4. Ensino
Fundamental. I Trevisan, Eberson. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo (a)autor (a).

Permitida a reprodução parcial ou total, desde que citada a fonte.



SUMÁRIO

Apresentação ... 4

1 Na floresta ...5

2 A corrida ...10

3 A caverna ...17

4 Os desafios ...23

5 Descobrimo a saída ...43

Curiosidades ...48

Apresentação

Essa história envolve uma trama de fantasia, aventura e muitos desafios. Transcorre em uma floresta muito tranquila chamada Piaká, localizada lá pelas bandas de Mato Grosso. O livro traz como personagens animais que compõem a fauna matogrossense.

Um intrigante tamanduá chamado Radu, uma loba-guará de nome Cacau e um tuiuiú; este conhecido como Zam.

O enredo revelará fascinantes e geometrizes descobertas. Ao passar pelas páginas que virão, seu olhar nunca mais será o mesmo.

Venha conhecer essa história! Nesse fantástico mundo da Geometria, onde você poderá adquirir poderes de visualização nunca imaginados.

Ah... e ainda ao final da história poderá conhecer curiosidades incríveis sobre os personagens.

Os autores

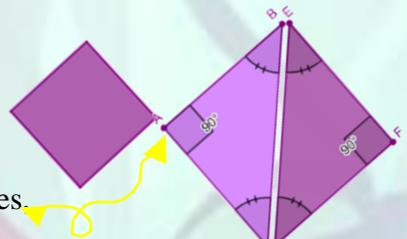
Na floresta...

Em uma floresta muito distante e tranquila chamada Piaká, situada pelas bandas de Mato Grosso, havia três amigos inseparáveis: Cacao, uma loba guará muito astuta e curiosa; Zam um tuiuíú esperto; e Radu, um tamanduá que tinha superpoderes.

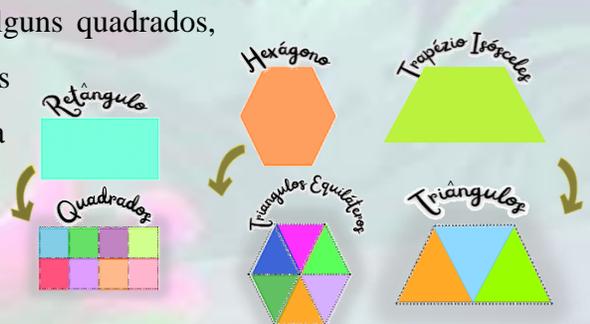
Diziam que Radu era diferente de todos os outros seres que habitavam em Piaká. Os poderes dele nada tinham a ver com capa voadora, teletransportar-se para outros lugares, viajar no tempo, ou atirar lasers, nada disso!

Radu conseguia ver o que ninguém mais via: ele tinha através de seu olhar o poder de outras formas visualizar. Para todos os lados que olhava, Radu via formas geométricas, mas não como todos as viam.

Assim, enquanto os outros visualizavam um quadrado, ele via triângulos, e suas propriedades: vértices, arestas, ângulos, simetrias... identificando formas além do que a figura original lhe mostra de imediato.

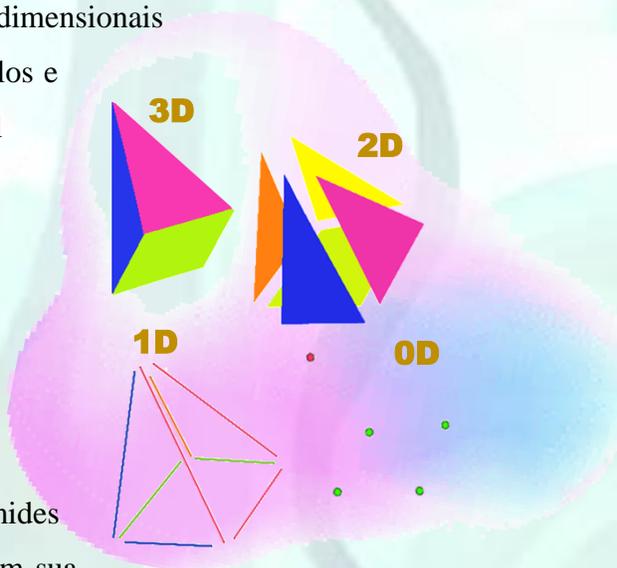


Do retângulo via alguns quadrados, de um hexágono outros triângulos, do trapézio via triângulos, e diversas mais.



Em formas espaciais seu olhar percorria as diferentes dimensões, o que possibilitava explorar sempre novas propriedades.

Em pirâmides tridimensionais (3D), visualizava os triângulos e sua base bidimensional (2D), nos triângulos, os segmentos de reta - unidimensionais (1D), até não haver mais dimensões... os pontos - adimensionais (0D).



Além disso, pirâmides são nomeadas de acordo com sua base, podendo ser de base quadrangular, pentagonal, hexagonal, dentre outras.

Pois bem ...

Radu, não compreendia como ou quando teria surgido tais poderes. Já havia pensado que talvez os teria recebido pela genética de algum de seus antepassados, aos quais não conhecia. Ou talvez o tivesse adquirido quando ainda era um bebê-filhote... sendo atingido por algum tipo de raio a noite enquanto dormia.

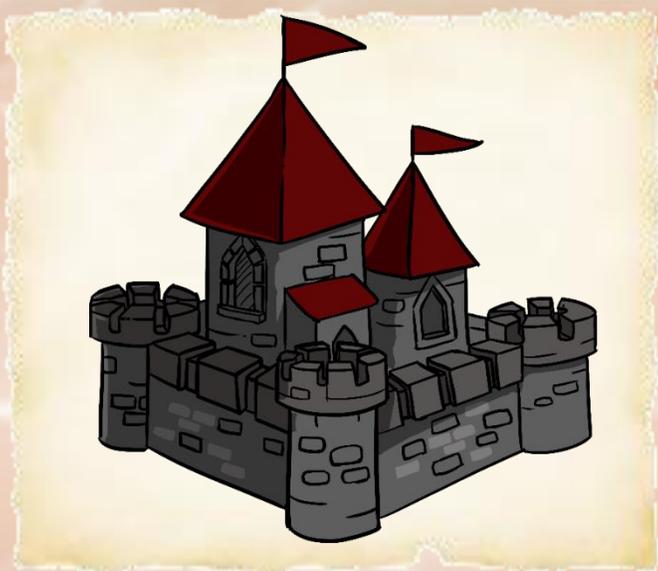
Fato é que, Radu ainda não percebera e nem imaginara que tivesse adquirido seus superpoderes em um recôndito dia na escola, numa meticulosa aula de Geometria.

Mas..., até que essa lembrança ressurgiu de seu subconsciente, vamos continuar essa história. Os três amigos viviam juntos pela floresta, explorando e se aventurando por caminhos desconhecidos.



Cacau além de astuta e curiosa também adorava desenhar, era um de seus talentos. Comandada por sua imaginação, Cacau desenhava coisas incríveis. Adorava exibir seus desenhos na escola, mas principalmente aos amigos Radu e Zam.

Então, mostrou-lhes a produção de sua mais recente arte, um misterioso castelo. Cacau parecia muito apressada em lhes contar algo.



Radu que não perdera tempo já foi logo dizendo:

— Vocês perceberam como a Geometria está em tudo? Me digam... o que visualizam nesse desenho?

— Eu consigo ver retângulos, quadrados e triângulos.
Zam já logo se adiantou.

— Sim! Mas, também vejo pentágonos irregulares nos contornos de algumas janelas das torres. Cacau complementou.

— Vocês ainda não perceberam, mas, para além das figuras planas, é possível vermos mais. Há partes ocultas, que podemos construir mentalmente, assim revelando as figuras tridimensionais que ali estão.

— Os paralelepípedos nos blocos das paredes, os cubos nas extremidades do muro e das torres que parecem cilindros gigantes, e ainda nos telhados, podemos ver pirâmides quadradas e prismas triangulares.



Dispara Radu, imbuído por seus poderes de visualização.

— Incrível, Radu! Só depois que foi falando sobre cada um, fui conseguindo visualizar também. Cacau afirma, e continua a dizer:

— Mas, preciso lhes contar! A imagem desse castelo tem aparecido constantemente em meus sonhos, e não sei o que possa significar.

— Ora, são coisas de sua imaginação, você sempre está imaginando coisas. Respondeu Zam.

— Não sei não, dessa vez está diferente, tem algo muito intrigante e preciso descobrir o que é. Cacau diz com uma voz desconfiada.

A corrida...

Para suavizar aquele clima tenso que havia se instaurado entre os amigos, Zam propõe-lhes fazer uma aposta: uma corrida até o Riacho dos Peixes. Eis que, quem chegasse primeiro seria o vencedor.

Cacau já foi logo avisando ao seu amigo Zam:

— Mas, não vale sair voando hein...

E Zam, rapidamente respondeu com empáfia:

— Vejam só, está me chamando de trapaceiro?

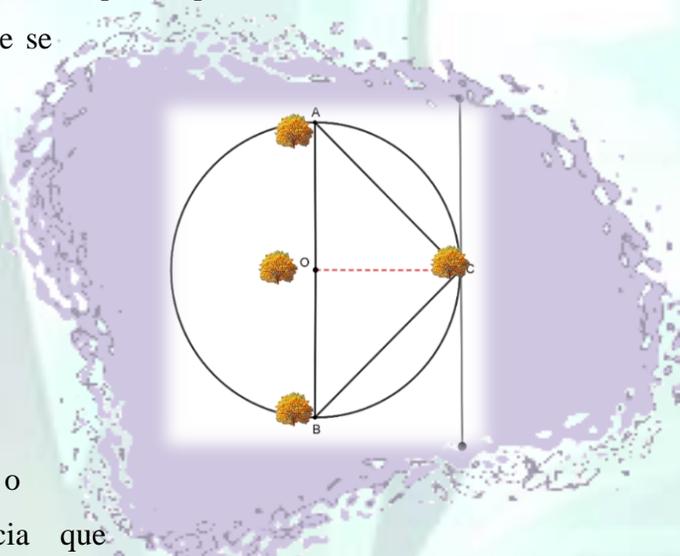
Ora, aquele jaburu já possuía pernas longas demais, o que lhe acrescentava um pouco de vantagem. Apesar disso, Cacau tinha muita autoconfiança em sua velocidade.

Radu, engenhoso como era, queria deixar a brincadeira um pouco mais emocionante, e propôs-lhes traçar um percurso para a corrida.

Então, desenhou no chão da floresta o que para Zam e Cacau parecia um verdadeiro mapa. Pondo-se a explicar as regras, Radu inicia:



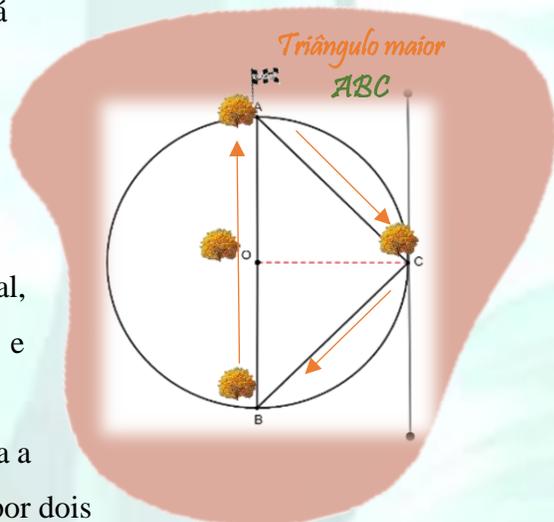
— Bom, observem que o perímetro delimitado está representado neste que se parece com um círculo, mas que é chamado de circunferência. Ela delimita o local, e os triângulos inscritos ao centro representam o trajeto e a distância que percorreremos. Esse traço ou segmento externo ao lado da circunferência representa o Riacho dos Peixes.



Radu já tinha observado, havia quatro ipês amarelos nesse diâmetro, e que possuíam a mesma distância entre si. Essa igualdade pode ser representada pelo raio de uma circunferência. Então, Radu continuou:

— O raio de uma circunferência corresponde: a distância entre o ponto central e um ponto qualquer da extremidade da circunferência. Portanto, os segmentos BO, OA e OC, possuem a mesma distância.

- A primeira volta será feita pelo triângulo maior $\triangle ABC$.
- A partida iniciará no ipê que está no ponto A.
- Na segunda volta poderão escolher entre os dois triângulos menores para percorrer, não importa qual, pois são iguais no percurso e distância.

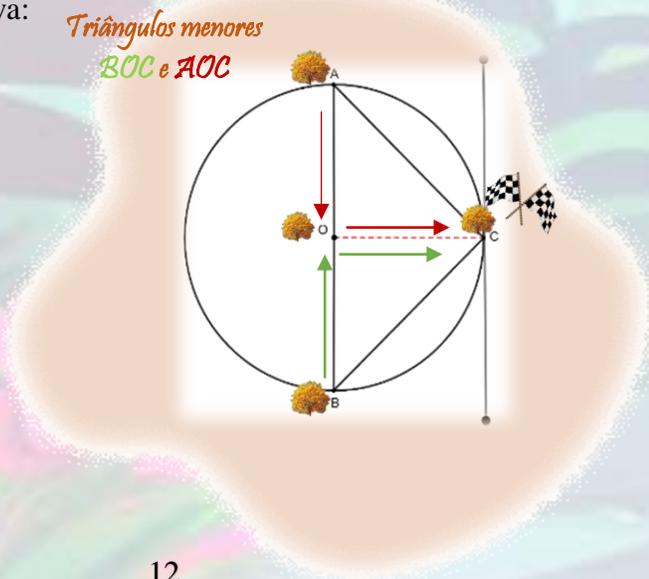


- Mas não será feita a volta completa, e sim, apenas por dois lados de um dos triângulos menores a ser escolhido.

— Se a escolha for o triângulo $\triangle BOC$, iremos pelo seguimento BO, indo para a reta final no seguimento OC.

— Caso a escolha seja o triângulo $\triangle AOC$, iremos pelo seguimento AO, indo para a reta final no seguimento OC.

Zam logo observa:



—Veja Radu! Parece que os três triângulos que desenhou são isósceles.

— Sim, e mais, perceba que todos os três, são triângulos retângulos. Todo triângulo inscrito em uma semicircunferência será um triângulo retângulo.

Afirma Radu.

— Como assim? E o que quer dizer isósceles?

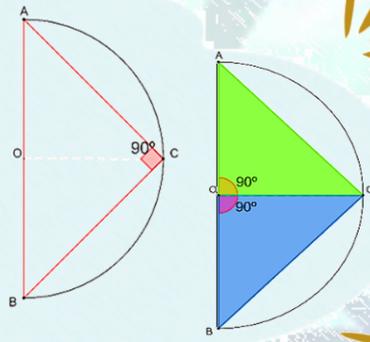
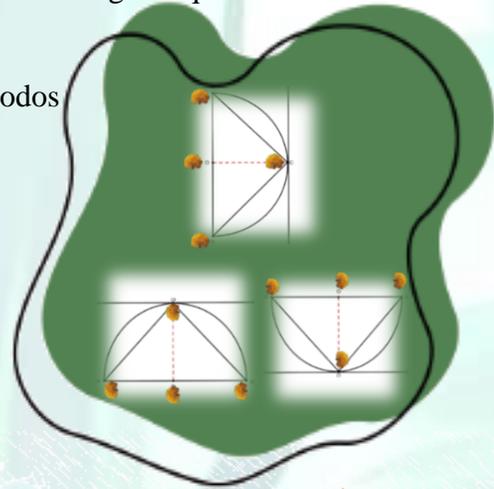
Pergunta Cacau.

— Triângulos isósceles sempre terão dois lados iguais em comprimento e são retângulos por possuírem dois lados perpendiculares, formando um ângulo reto, ou seja, um ângulo de 90° .

— No nosso Triângulo maior $\triangle ABC$, o ângulo reto está localizado no ponto C.

— Já nos triângulos menores, $\triangle BOC$ e $\triangle AOC$, o ângulo reto está localizado no ponto O.

— A área de cada triângulo menor é a metade do $\triangle ABC$, que é o maior. Explica Radu.



Depois daquela insigne aula de Geometria, os três amigos prepararam-se para iniciar a disputa. Radu começa a contagem progressiva, e no três... dá a largada.

Havia muitos obstáculos pelo caminho, como, cipós e troncos de árvores. Ora conseguiam saltar, ora tinham que contornar. Cacau vendo que estavam muito próximos da chegada e com ânsia de vencer a corrida, tirou fôlego de onde já não tinha e acelerou mais que podia.



Mas ela acelerou tanto que não conseguiu parar e acabou passando direto da margem do Riacho, caindo no meio dele.

Bom ..., mas como sabem, grande parte dos animais já nascem sabendo se mexer na água, pelo menos para não afundar, é o que dizem.

Continuando...



Cacau sabia nadar, mas a correnteza estava muito forte e começou a levá-la rio abaixo.

Zam e Radu ficaram desesperados e nesse momento, começaram a seguir Cacau pelas margens do Riacho, enquanto a correnteza decidia para onde levá-la.



A caverna...

Depois de percorrerem um longo caminho, viram Cacau ser arremessada pela correnteza para dentro de uma caverna.

Radu e Zam se entreolharam e ficaram apreensivos, os amigos já tinham ouvido falar naquela misteriosa caverna. Diziam que quem lá entrava ficava por longo período desaparecido e se retornasse nunca mais seria o mesmo.



Zam e Radu sabiam que teriam que enfrentar seus medos e criar coragem, pois tinham que ir atrás de sua amiga Cacau para ajudá-la. Nessa hora Zam disse a Radu:

—Temos que entrar naquela caverna! Seus superpoderes de visualização talvez possam nos ajudar Radu.

Radu já havia visualizado algo diferente na entrada daquela caverna e logo enfatizou.

—Você observou que a entrada parece ter a forma de um triângulo?

— Não havia percebido, mas observando, realmente vejo que se assemelha a um triângulo. Responde Zam.

Radu olhou novamente para a caverna e arquitetou um plano.



— Teremos

que nos lançar no riacho nesse ponto da correnteza para também sermos arremessados para dentro da caverna.

— Esse seu plano não é muito agradável amigo.

Zam respondeu ressabiado.

Mas era o único meio já que parte da entrada estava submersa pela água. Então num ato de maluquice misturado com uma pitada de encorajamento, os dois se lançaram no riacho sendo empurrados pela correnteza para dentro da caverna.



Ao entrarem na caverna não viram Cacau, mas nesse momento, avistaram uma figura que parecia estar desenhada em um imenso muro de pedras.

Radu observou que aquela figura moldava a forma de um retângulo. E acima dele havia uma escritura, ao qual parecia ser uma charada. Eles precisaram fazer um grande esforço para ler, pois estava ao contrário, de cabeça para baixo.

Quer saber o que dizia a charada? Para ler, vire seu livro ao contrário.



Zam diz a Radu:

— Mas como isso é possível, se este é um retângulo e a entrada lá fora é um triângulo?

Radu, com seus superpoderes já havia visualizado uma possibilidade. Avistando que por ali havia pedaços de carvão, começou a desenhar no chão, representando sua visão para Zam.

— Veja Zam, fazendo um corte na diagonal do retângulo, teremos dois triângulos retângulos.

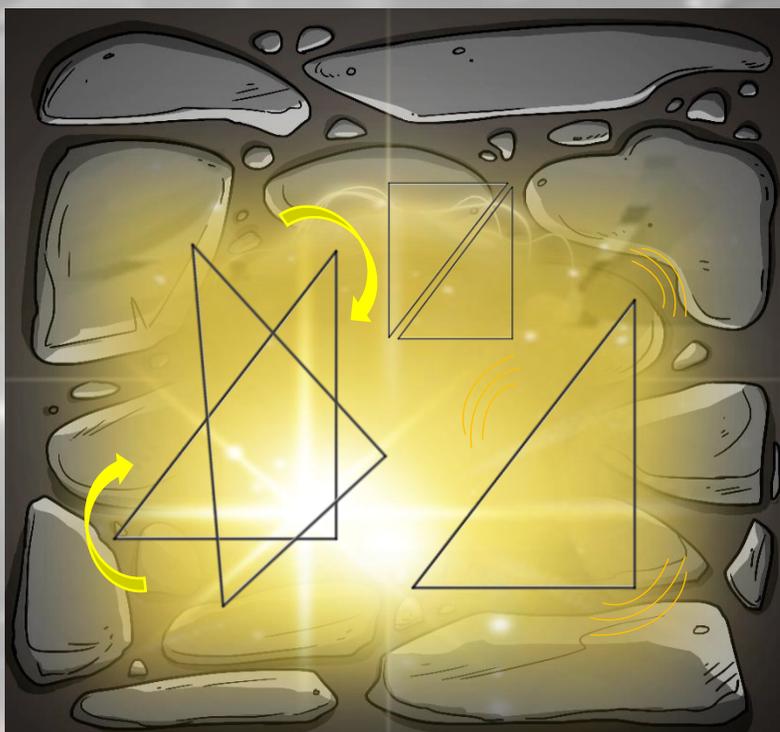
— Se sobrepormos esses dois triângulos veremos que são congruentes, ou seja, possuem a mesma medida nos lados correspondentes, assim como nos ângulos.

Nesse momento, o desenho de Radu surge no portal, e em um rápido movimento os dois triângulos decompostos do retângulo sobrepõem-se.

Então, o portal começa a irradiar uma luz tão forte que quase os cegava.



Zam, já logo vibra entusiasmado.



— Minha nossa Radu! Você conseguiu desvendar a charada.

Os desafios...

Quando se aproximaram, uma voz firme e de tom grave os indagou...

— O que vocês vieram fazer aqui?

Radu, revestido de coragem, respondeu:

— Nós estamos procurando nossa amiga Cacau. Sabes onde ela está?
E quem é você?



E a voz respondeu:

— Sou o guardião desse portal! Sua amiga está além dele. O portal está fechado! Só abre uma única vez a cada seis anos.

Radu e Zam olharam-se, com os olhos arregalados.

— Mas, nossa amiga não pode ficar presa por todo esse tempo, deve haver algum jeito de passarmos, não é? Zam, pergunta.



A voz respondeu:

— Só há uma forma de vocês conseguirem atravessá-lo. Vocês terão que cumprir seis desafios. Um desafio para cada um dos seis anos em que o portal fica fechado.

— Seis? Mas porque seis? Pergunta Radu.

— Ora, porque o seis é um número perfeito! Responde o guardião do portal.

— Zam, intrigado pergunta:

— Não entendi... por que o seis é um número perfeito?

— O seis é um número perfeito porque a soma de seus divisores é igual ao próprio número, com exclusão dele mesmo, é claro. Perceba que somando 1, mais 2, mais 3, o resultado será igual ao próprio número 6.



Aliás, dentre os 4 primeiros encontrados por Euclides, o seis é o primeiro número perfeito.

Responde Radu.

— Nossa que incrível! Zam se pronuncia admirado.

Radu, pergunta a voz do portal:

— E se não conseguirmos cumprir os seis desafios, o que acontece?

— Então o portal não se abrirá, mas para cada desafio cumprido reduzirá um ano do período total para que ele se abra para vocês.

Zam conclui:

— Isso significa que se conseguirmos cumprir apenas quatro desafios, ainda teremos que esperar dois anos para que ele se abra?

A voz concorda dizendo:

— Exatamente isso, meu caro!

— Que tipos de desafios seriam esses, senhor do portal?

Indaga Radu.

— Vocês terão que descobrir e revelar os enigmas que irei lhes propor, através das formas que visualizarão por meio desse portal.

Zam, logo cochichou no ouvido de Radu.

— Use seus superpoderes Radu e conseguiremos cumprir todos os desafios para atravessarmos o portal.

Radu, então disse àquela voz a quem não podiam ver corpo algum.

— Pois bem, que venha então o primeiro desafio!

Nesse momento, eis que surge no portal uma imagem...



A misteriosa voz inicia:

— O que vocês veem...?

Zam logo interrompe e já responde:

— Ora, vemos um hexágono, essa é muito fácil.

Radu diz para Zam:

— Tenha calma meu amigo, se respondermos errado, perderemos a chance de completar os seis desafios para atravessarmos o portal.

Nesse instante a voz soltou uma assombrosa gargalhada e disse:

— Ora seus tolos! Acharam que seria tão fácil assim?

Então continuou...

— A partir dessa forma bidimensional, podemos visualizar também uma figura tridimensional. E ela representa exatamente metade das faces totais visíveis de um sólido geométrico.

— Diga-me! Qual seria essa figura?

Zam e Radu ficam pensativos por alguns instantes...

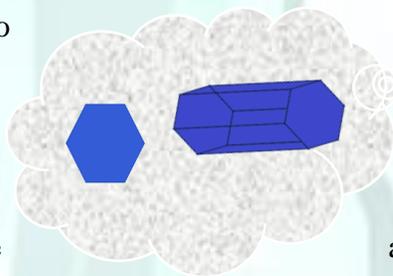
Nesse momento seus pensamentos são interrompidos pela voz do senhor do portal, que diz:

— Vou facilitar um pouco para vocês, já que estamos no primeiro desafio. Imaginem como seria esta figura tridimensional, acrescentando um único vértice e três segmentos de reta, representando suas arestas. Pensem nessa dica e na anterior para revelarem o enigma.

Zam resmungou para Radu:

— Se é um hexágono
então, este, só poderia ser a
base de um prisma hexagonal.

Estamos vendo sua base
olhando de cima, mas imagine



ao
olhá-la sobre outra perspectiva, as faces ocultas se revelariam...

Radu então, diz a Zam:

— Até poderia ser, mas observe os detalhes nas duas
dicas que foram dadas. Principalmente quando diz que temos que
acrescentar um vértice e 3 segmentos.

Radu, responde ao primeiro desafio dizendo:

— Pois bem, devemos acrescentar os 3 segmentos
partindo dos vértices do hexágono. Ligando os segmentos ao
ponto central, assim, revelam-se as três faces de um cubo.
Exatamente metade do total das faces visíveis.

Logo, o guardião do portal lançou uma projeção da visão
de Radu, assim demonstrando a imagem sendo revelada.



— Ora, ora, muito bem! Vocês conseguiram passar pelo primeiro desafio.

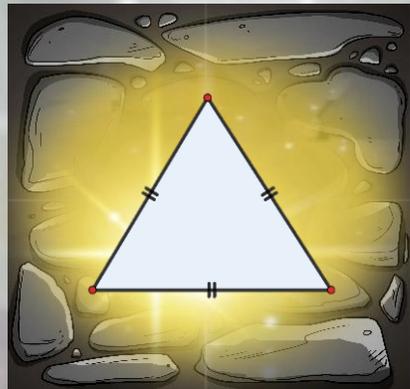
Zam, ficava fascinado com os superpoderes de Radu, sua forma de ver e transformar as figuras de modo tão peculiar. Muito atento, observava cada detalhe. Com uma voz muito empolgada disse:

— Só faltam mais cinco desafios Radu!

— Senhor, guardião do portal, que mande logo o próximo desafio.

Eis que surge então a forma de um triângulo, seguida da voz do portal que lança o desafio.

— Como poderia a partir desse triângulo equilátero obtermos duas figuras, de forma que permaneça uma com os três vértices, mas a outra tenha quatro vértices com um único par de lados paralelos? Quais seriam essas figuras?



Zam, um tuiuíú esperto como era logo adiantou-se a dizer:

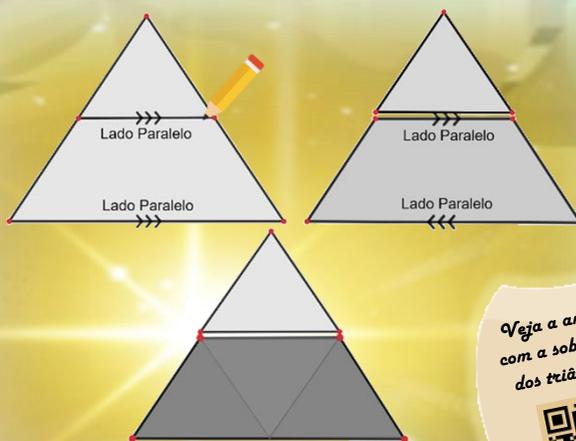
— Bom, já sei que três vértices tem o triângulo. Mas, como seria possível obter ainda outra figura com quatro vértices? Sua vez Radu...

Radu, sorriu e disse:

— Pois bem, uma das maneiras de solucionar esse desafio seria adicionar um traço na horizontal dos pontos médios do triângulo.

— Assim, teremos um triângulo menor na parte superior com seus três vértices e um trapézio na parte inferior, com seus quatro vértices e um par de lados paralelos.

— Ainda é possível vermos que: ao adicionar esse traço nos pontos médios do triângulo, a base do triângulo terá exatamente a metade da base inferior do trapézio. Podemos verificar fazendo a sobreposição desses triângulos.



A voz do portal surpresa observa:

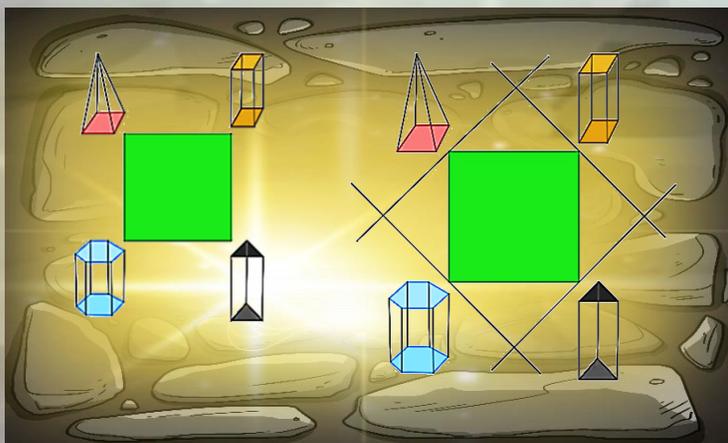
—Vejo que você é muito esperto, senhor Radu. Vamos então ao terceiro desafio.

— Estou construindo meu jardim e tenho uma situação a ser resolvida. Então, diga-me! Como poderia dobrar o tamanho do quadrado da área do meu gramado, de forma que ele ainda permaneça um quadrado? Ah... não se esqueçam de um detalhe, os sólidos geométricos já construídos e posicionados a sua volta não poderão ser removidos do lugar.

— Um jardim feito de figuras geométricas, onde já se viu isso? Zam comenta.

Radu se apressa e responde:

— Vejo uma possibilidade! Ao adicionarmos segmentos de retas paralelas passando pelos vértices do quadrado dobramos o seu tamanho formando um quadrado maior.



Zam tentando compreender, com um tom de voz discreto e baixinho, para que o senhor do portal não ouvisse, pergunta a Radu:

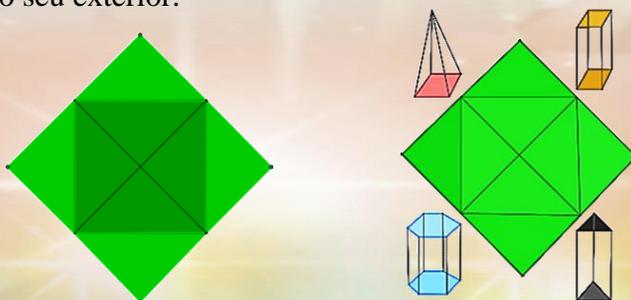
— Mas como saber, se há mesmo o dobro do tamanho?

Radu explica:

— Ao dividirmos o quadrado menor traçando retas perpendiculares, teremos quatro triângulos retângulos isósceles congruentes.

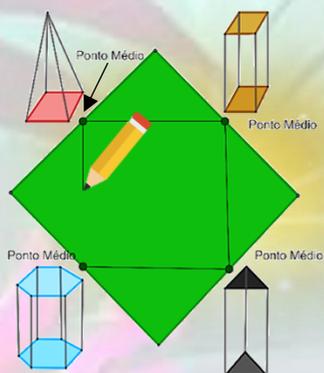


— Podemos duplicar os mesmos triângulos inscritos no quadrado menor e rotacioná-los para o seu exterior.

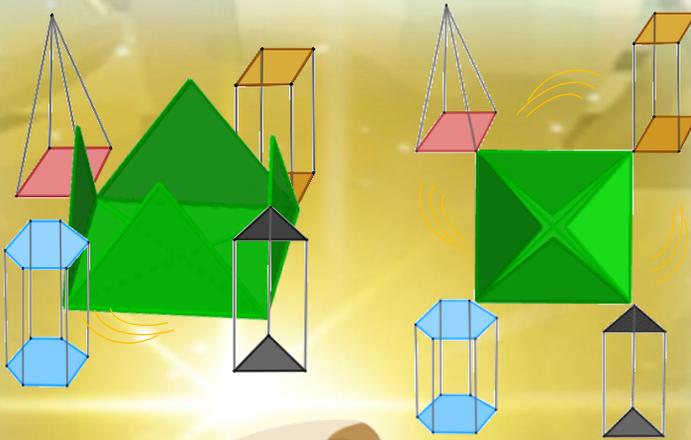


— Dessa forma, passamos a ter oito triângulos iguais, ou seja, o dobro do que tínhamos no quadrado menor.

— Ou ainda, usando segmentos de reta para ligarmos os pontos médios dos lados do quadrado, formando um quadrado menor.



— A partir disso, dobramos os triângulos formados nas extremidades, unindo os vértices no centro do quadrado.



*Veja a animação
das partes
sendo dobradas!!!*



— Ah..., e não podemos esquecer de dizer que os quadrados também são losangos.

— Quadrados e losangos possuem algumas propriedades em comum. Para ser um losango é preciso ser um quadrilátero com quatro lados iguais, dois pares de lados paralelos, e ângulos opostos congruentes, ou seja, com a mesma medida.

— Todo quadrado é um losango, mas não se confunda, nem todo losango é um quadrado. Isso porque o quadrado sempre terá os quatro ângulos retos. Já nos losangos basta que seus lados opostos possuam ângulos congruentes (iguais).

— Estamos chegando lá, só faltam mais dois desafios.

Radu comenta vibrante e ansioso.

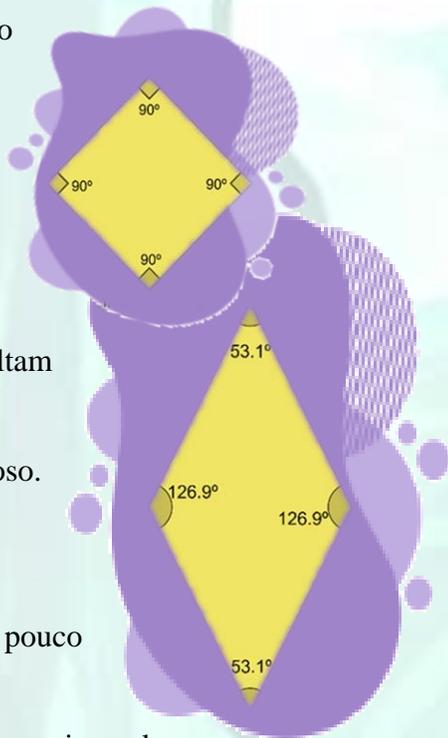
— Quarto desafio.

Diz o senhor do portal.

— Agora vou complicar um pouco mais para vocês.

—Vejam esse paralelepípedo ou prisma de base quadrada. Observem quantas arestas o sólido possui. Construa outro sólido geométrico utilizando os segmentos de reta desse prisma.

— Deverá ter uma única base, mas com a mesma quantidade de arestas. As faces também deverão permanecer planas.



Zam cochicha no ouvido de Radu:

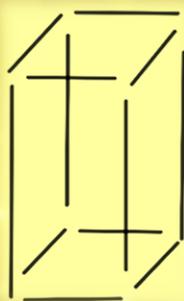
— Mas, quais sólidos tem uma única base?

— Todos os prismas possuem duas bases, os únicos sólidos que possuem uma única base com faces planas são as pirâmides. Responde Radu.

— Nossa! É verdade, não tinha observado essa característica. Exclama Zam.

Então Radu continua:

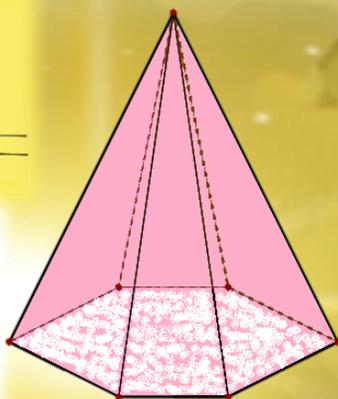
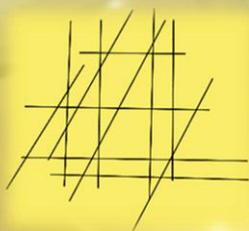
— Certo, primeiro o que temos que fazer é desconstruir esse prisma. Imaginemos todas as arestas visualizando os segmentos de reta e os pontos que o formam. Podemos então prolongar ou reduzir o comprimento dos segmentos.



— Depois basta associarmos as novas propriedades solicitadas, considerando as características e propriedades das pirâmides. A quantidade de lados da base de uma pirâmide definirá o número de faces que ela terá.

— Então, temos para essa resolução uma pirâmide de base hexagonal.

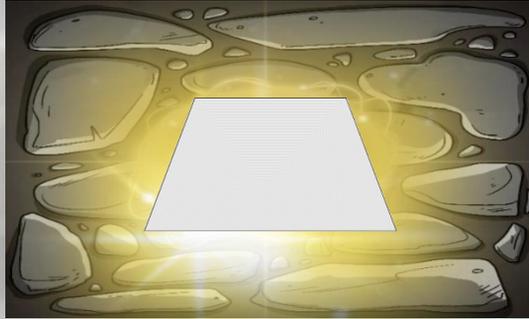
— Uma base com seis lados, e seis arestas unindo as seis faces, totalizando doze arestas. Ou seja, a mesma quantidade de arestas contidas no paralelepípedo. Apenas com mudança no número de vértices, que de oito agora passam a ser sete.



— Muito bem! Vamos ao quinto desafio. Enfatiza o senhor do portal.

— Vamos retomar aquele trapézio isósceles do segundo desafio. Ele não possui nenhum ângulo reto, certo?

— Então, como poderia configurá-lo para que ainda permanecendo um quadrilátero obtenha os quatro ângulos retos?

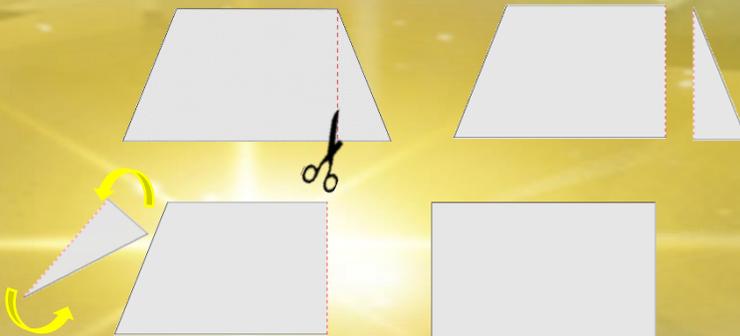


Radu imediatamente inicia:

— Adicionando um traço na vertical, partindo do vértice, ponto direito ou esquerdo que une os segmentos de reta do trapézio. Mas é preciso que o traço forme um ângulo reto, só assim dará certo..., então, teremos um triângulo retângulo.

— A partir daí separamos esse triângulo fazendo um corte e acoplamos essa parte ao lado oposto desse trapézio, fazendo uma reconfiguração da figura.

— Dessa maneira, teremos um quadrilátero com as novas propriedades desejadas: um retângulo e seus quatro ângulos retos.



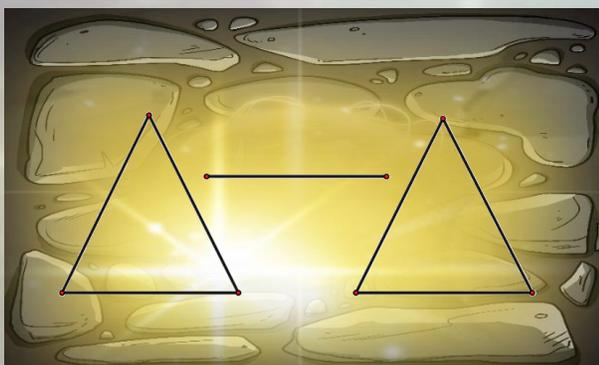
— Incrível, sua perspicácia senhor Radu. Assim sendo, proponho-lhes o último desafio.

Eis que chega o grande momento, estavam muito próximos agora de concluírem os seis desafios e finalmente atravessar o portal.

Radu e Zam com os olhos arregalados, as pernas trêmulas e o coração quase que fugindo pela boca de tão acelerado, ouviram com atenção:

— Diga-me poderoso Radu, usando esses dois triângulos equiláteros iguais, inserindo apenas um traço na figura. Como poderia ter o maior número de triângulos possível e em diferentes tamanhos com pares congruentes?

Radu ficou pensativo por um instante. Zam apreensivo, refletia: como seria possível a partir de duas figuras e apenas um traço visualizar o maior número de triângulos? E ainda, em diferentes tamanhos...

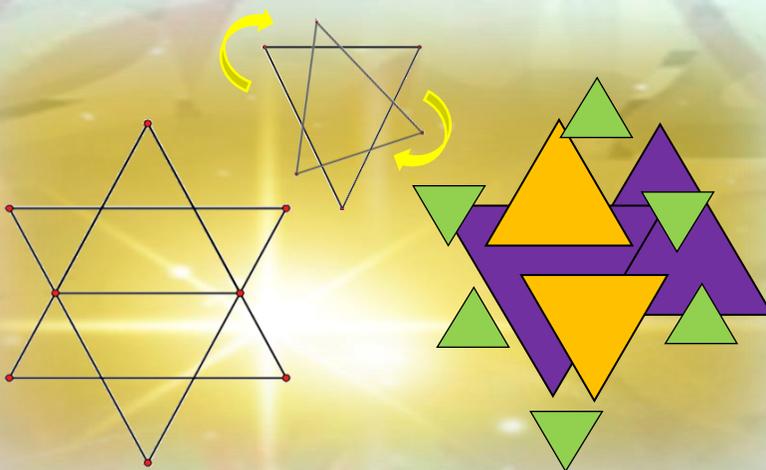


Zam, confiava nos poderes já evidenciados de seu amigo Radu. Radu olha fixamente para os triângulos e começa a explicar sua visão.

— Certo! Vamos sobrepor os dois triângulos, girando o de cima de forma que fique com a ponta para baixo. Ajustando bem a sobreposição, de forma que os lados do triângulo fiquem divididos em 3 partes iguais. Depois basta ...

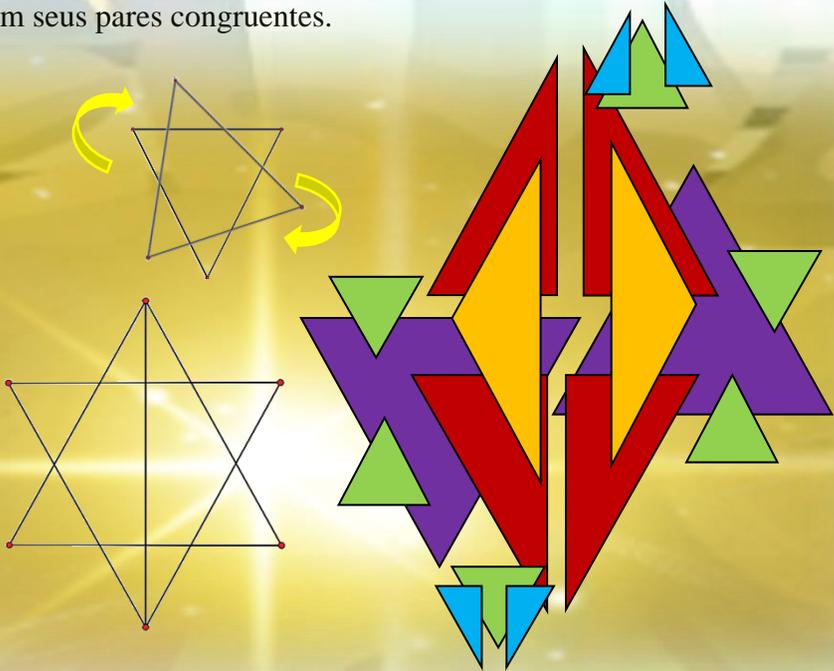
— Inserir o traço na horizontal! Interrompe Zam, que tenta concluir o raciocínio. E continua...

— Assim poderemos ver: os 2 triângulos maiores usados na sobreposição 6 triângulos menores nas extremidades, e ao centro, 2 triângulos médios, totalizando 10 triângulos. O maior número possível como proposto no desafio.



— Surpreendente meu amigo, parece ter adquirido os poderes para visualizar. Mas ainda vejo outra possibilidade. Manifesta-se Radu e conclui.

— Se ao invés de inserirmos o traço na horizontal, inserirmos na vertical, teremos não 10, mas 18 triângulos ainda com seus pares congruentes.



Nesse momento o portal começa a se abrir e aquela voz se manifesta como que em um último contato com Zam e Radu.

— Assim que passarem, o portal se fechará novamente, mas, poderão encontrar o caminho para saída em uma das portas.

— Que porta? Como saberemos qual porta?

Pergunta Zam.

Diz o senhor do portal.

— Terão que descobrir, desvendem a charada...

— Descubra, que Prisma sou eu!

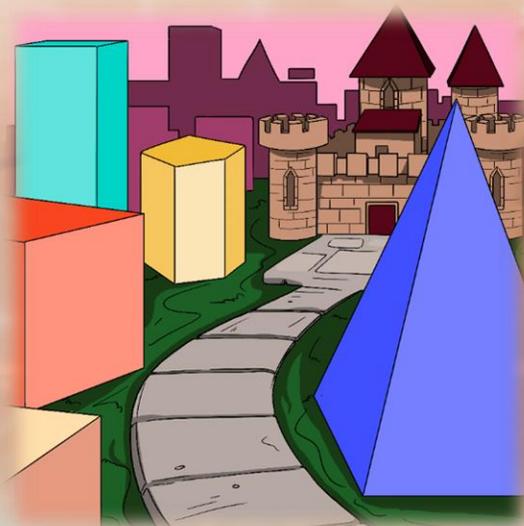
— A quantidade de faces a me rodear, ímpar deve ficar; dos dez algarismos do sistema de numeração decimal devo somar, só os números ímpares que têm lá, cujo resultado terá que dividir, pelo maior divisor do cinco que existir.

— Zam e Radu atravessaram rapidamente o portal e para grande surpresa não acreditaram no que viram.

Parecia uma cidade, mas diferente de qualquer outra já vista. Havia inúmeras formas geométricas tridimensionais, e de todos os tipos que se possa imaginar, de tamanhos e cores variados. Pirâmides quadradas, pentagonais, hexagonais. Paralelepípedos, cubos, prismas quadrados, pentagonais, hexagonais, heptagonais, octogonais... enfim.

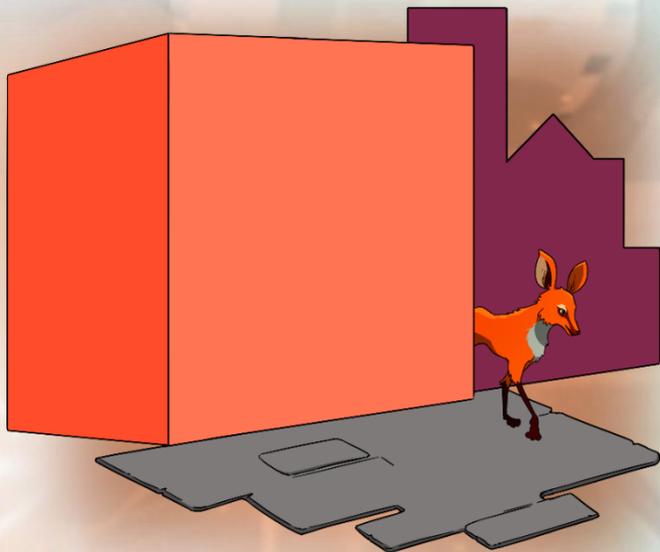
— Como iremos encontrar Cacau?

Zam, pergunta a Radu.



—Teremos que explorar o local até encontrá-la. Vamos com cuidado, pode haver alguns perigos por aqui. Temos que ficar juntos e atentos.

Depois de muito caminharem explorando aquele lugar exótico e misterioso, lá avistaram, Cacau saindo de um dos cubos. Logo que viu seus amigos disparou-se a correr ao encontro deles.



— Meus amigos, como vocês conseguiram entrar? Depois que atravessei pelo portal não consegui retornar. Exclama Cacau.

— É uma longa história, tivemos que cumprir vários desafios para que o portal se abrisse novamente, mas... o que você estava fazendo dentro daquele cubo? Indaga Zam.

— Bom, comecei a procurar um lugar com o caminho de volta e não encontrei, então percebi que havia uma entrada embaixo dos sólidos que dava acesso ao interior deles.

— Assim que entrei no primeiro vi, que em cada lado havia uma porta, então tentei abrir uma por uma para encontrar a saída. Mas não consegui abrir nenhuma delas.

— Vocês não vão acreditar...continua Cacau

— Viram? Aquele é o castelo que aparecia em meus sonhos. Lembra—se do meu desenho? É exatamente igual.

— Mas, você foi até lá? Pergunta Zam.

— Não, fiquei com medo de ir sozinha. Queria voltar rapidamente para encontrá-los para que pudéssemos ir juntos até lá. Responde Cacau.

— Então deve ser lá que mora o senhor do portal! Exclama Radu.

— Contudo, já está ficando muito tarde, temos que encontrar a saída. Talvez possamos voltar em um outro dia.

— Mas como vamos sair? Pergunta Cacau.

Descobríndo a saída...

— Espere um pouco! O senhor do portal nos desafiou com uma charada, só assim veríamos a saída. Ele disse:

— “Descubra que Prisma sou eu! A quantidade de faces a me rodear, ímpar deve ficar, os algarismos que formam o sistema de numeração decimal devo somar, só os algarismos ímpares que têm lá, cujo resultado terá que dividir, pelo maior divisor de cinco que existir”.



Relembra Radu e continua baixinho como se sussurrasse aos seus próprios ouvidos.

— Logo, cinco vértices haverão, em cada base dessa dimensão.

— Mas o que é um prisma?

Zam interrompe...

— São conhecidos como figuras tridimensionais ou sólidos geométricos. Possuem 2 bases iguais e suas faces sempre são paralelogramos, ou seja, os lados opostos das bases são paralelos.

— Cada uma de suas faces sempre terá quatro lados.
Explica Radu.

— Pensem comigo amigos..., vamos analisar por partes. A quantidade de faces é ímpar, depois ele fala de somar os algarismos ímpares e dividir pelo maior divisor de 5 que existir.

— Espere aí! Os algarismos do sistema de numeração decimal ímpares são: 1, 3, 5, 7, e 9.

Somados, teremos o resultado 25.

Zam soluciona.

— Isso mesmo. E o maior divisor de 5 é o próprio 5. Logo, se dividirmos o resultado 25 por 5 teremos o resultado... 5.

— Ora..., só pode ser um prisma pentagonal: cinco faces, duas bases paralelas e congruentes, cada uma com 5 vértices! Exclama Radu.

— Claro! Mas..., e o que são congruentes?

Pergunta Zam, com uma discreta risada.

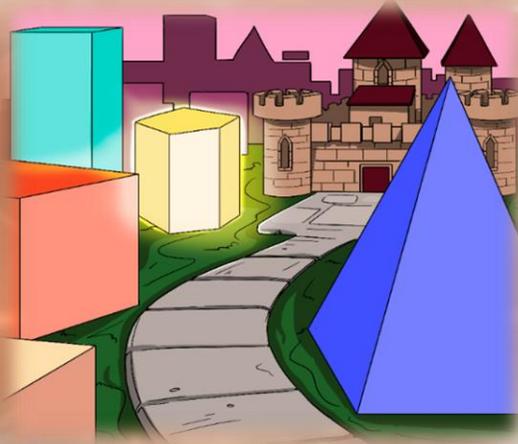
Cacau já logo se antecipa dizendo:

— Significa que são iguais nas medidas dos lados e dos ângulos.

De repente, os três amigos quase que sincronizados, olharam a sua frente, e avistaram um prisma de base pentagonal que brilhava como sol. Perceberam que, ao desvendar a charada o portal havia se revelado.

Então eles correram para lá, e atravessaram o portal, indo direto para a floresta Piaká.





Muito felizes em retornarem ao caminho de volta para casa. Cacau pergunta a seus amigos como conseguiram atravessar o portal para chegarem até ela. Zam inicia a história com todos os detalhes que merecia.

— Pois bem Cacau, vou lhe contar cada desafio a que tivemos que solucionar, quer dizer... que Radu com seus superpoderes de visualizar as formas conseguiu desvendar.

— Eu acho que até captei os poderes de Radu, pois agora também consigo ver em algumas figuras, o que antes não via.

— Então conte-me logo, também quero aprender a visualizar muito além, assim como Radu! Disse Cacau com tamanha satisfação, que se via por meio do brilho que irradiava de seus olhos.

Os três amigos caminharam pela floresta em direção a casa deles, enquanto Zam e Radu foram contando todos os desafios propostos pelo senhor do portal, até chegarem em casa.

Ainda hoje, os três amigos são vistos na Floresta Piaká. Como um trio inseparável e com a mudança de terem sido transformados pela incrível experiência e aventura de aprender o novo jeito de ver as figuras.

Esse novo jeito de ver, vai além da figura imposta em sua frente, ao qual permite modificá-las, fazendo surgir novas e valiosas propriedades e possibilidades de exploração.



Eles sonhavam um dia voltar lá, naquele misterioso lugar, onde ainda teriam muitas descobertas para desvendar.

Mas..., essa nova aventura ficará para uma outra história...

Curiosidades

Tamanduá-bandeira

(*Myrmecophaga tridactyla*)



Fonte: [https:// www.canva.com/](https://www.canva.com/)

O Tamanduá-bandeira possui pelagem cinza acastanhada, com tons brancos e pretos, focinho alongado e fino, além disso não possui dentes. Sua cauda assemelha-se a uma bandeira, por isso o mamífero foi popularmente chamado de tamanduá-bandeira. Pode medir, entre a cabeça e início da cauda, aproximadamente 2 metros de comprimento; e atingir mais de 40 kg de massa corporal. Suas garras são utilizadas para quebrar formigueiros e cupinzeiros. Ele utiliza a língua comprida na captura de mais de 30 mil formigas e cupins, em um único dia.



Conheça um pouco mais.

Lobo-guará

(*Chrysocyon brachyurus*)



Fonte: [https:// www.canva.com/](https://www.canva.com/)

O Lobo-guará destaca-se por suas longas e finas pernas, que o ajudam na locomoção e visualização do ambiente em locais com vegetação mais alta. Podendo chegar a 95 cm e 115 cm de comprimento, cerca de um metro de altura. O peso irá variar entre 20 kg e 36 kg. Sua pelagem, apresenta cores que vão do vermelho-dourado ao laranja. Por isso o nome guará, que, tem origem na língua indígena tupi e significa “vermelho”, referindo-se, à pelagem predominante em seu corpo. Sua refeição é variada, alimenta-se, de animais e vegetais, por isso é classificado como onívoro.



Conheça um pouco mais;

(Fotos, vídeo)

Tuiuiú

(*Jabiru mycteria*)



Fonte: [https:// www.canva.com/](https://www.canva.com/)

O tuiuiú é a ave símbolo do Pantanal, conhecido também por Jaburu, Jabiru, Tuim-de-papo-vermelho, entre outros nomes. Reconhecido pela sua aparência exuberante: apresenta pernas longas, bico comprido, corpo branco, cabeça preta e uma faixa vermelha no pescoço. A ave pode atingir até 1,60 metro de altura, envergadura de 3 metros, e pesa em torno 8 quilos. Seus ninhos são reconhecidos como obras arquitetônicas, ficam nas árvores mais altas. A estrutura do ninho é tão forte que é possível sustentar uma pessoa adulta sobre ele.



Conheça um pouco mais;

(Fotos, áudios)

“A Matemática e a literatura [...] resgatam a ludicidade que deveria permear nossas salas de aula e nossas vidas”.

(Andreia Dalcin)

Caro leitor;

Esta obra é fruto do Produto Educacional produzido para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática-PPGECM, Mestrado Profissional, pela Universidade Federal de Mato Grosso-UFMT.

O projeto idealizado por meu orientador, professor Dr. Eberson Paulo Trevisan, cuja sugestão e proposta para o desenvolvimento de uma Literatura Infantil se tornaram a base do meu trabalho de pesquisa. Expresso minha profunda gratidão a ele, pelo apoio incansável, pela orientação precisa e paciência em cada etapa do processo de pesquisa. Sua sabedoria, rigor intelectual e generosidade não apenas me guiaram, mas também inspiraram profundamente meu crescimento pessoal e profissional.

A Literatura oferece uma narrativa de aventuras e desafios que não apenas cativam, mas também proporcionam oportunidades significativas para a aprendizagem Matemática, especialmente no que diz respeito à Geometria.

Traz uma metodologia permeada sob a perspectiva de elementos para aprendizagem em Geometria presentes na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) do pesquisador francês Raymond Duval. Pesquisas sobre essa teoria tem ganhado destaque no Brasil, sendo reconhecidas como promotoras eficazes do ensino e aprendizagem em Matemática.

Caso queiram conhecer mais elementos da teoria e se aprofundar na pesquisa, poderão acessar por meio do QR Code, os arquivos da dissertação e do Produto Educacional no site do PPGECM. Este último inclui um material de apoio, contendo sugestões de atividades para professores que desejarem trabalhar o livro em sala de aula. Você também poderá acessar o material de Apoio no segundo QR Code disponibilizado nessa página.

*Acesse o site
do programa!*



*Acesse as sugestões de
atividades do Material de Apoio!*



Sobre os autores...



Regiane Ferreira da Silva Santos

Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática- PPGECM pela Universidade Federal de Mato Grosso, polo de Sinop/MT. Especialista em Educação Infantil, Fundamental e Gestão Educacional pela Faculdade São Paulo- FSP, campus Rolim de Moura- RO (2018). Possui graduação em Licenciatura Plena em Pedagogia, pela Universidade Norte do Paraná- UNOPAR (2014) e em Licenciatura em Letras pelo Centro Universitário Internacional- UNINTER (2020). Professora efetiva na rede estadual de educação- Seduc/MT.



Eberson Paulo Trevisan

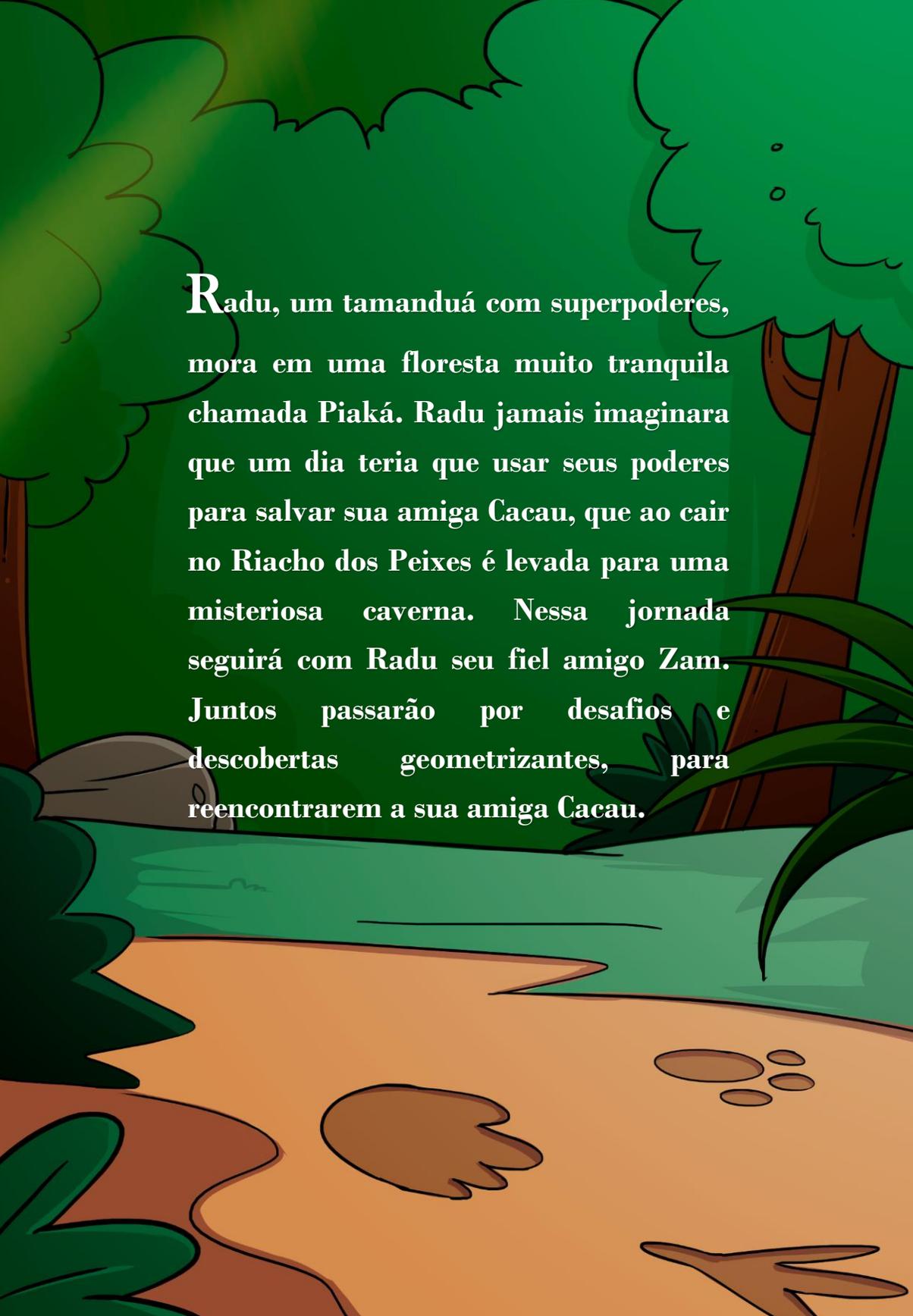
Doutor em Educação em Ciências e Matemática (2016) pela Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC) do polo da UFMT/Cuiabá. Possui Mestrado em Matemática pela UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas (2010). Graduado em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade do Estado de Mato Grosso (2006). Atualmente é professor Adjunto IV da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT) campus universitário de Sinop/MT. Professor e orientador do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática (PPGECM) na linha de pesquisa Ensino de Matemática, atuando também como coordenador do programa na gestão 2021-2023. Membro do Núcleo Interdisciplinar de Pesquisas em Ensino de Ciências e Matemática.

Sobre o ilustrador...



Jone Tavares

“Artista autodidata que começou na infância o amor pela arte, estudou cinema de animação, ministrou aulas de ilustração e trabalhou por anos com publicidade até se afeiçoar com o mundo do 3D, onde se dedicou mais em animação e hoje produz para filmes, séries, jogos e publicidade no Brasil e exterior. Atualmente reside em São Paulo/SP”.



Radu, um tamanduá com superpoderes, mora em uma floresta muito tranquila chamada Piaká. Radu jamais imaginara que um dia teria que usar seus poderes para salvar sua amiga Cacau, que ao cair no Riacho dos Peixes é levada para uma misteriosa caverna. Nessa jornada seguirá com Radu seu fiel amigo Zam. Juntos passarão por desafios e descobertas geometrizes, para reencontrarem a sua amiga Cacau.

Apêndice H - Material de Apoio do Produto Educacional



Universidade Federal de Mato Grosso

Regiane Ferreira da Silva Santos
Eberson Paulo Trevisan

MATERIAL DE APOIO DO **P**RODUTO **E**DUACIONAL

Informações e Sugestões de Atividades para a obra:

DESCUBRA O PODER DE RADU E UM NOVO JEITO DE VER

Através do olhar, fascinantes descobertas

(Regiane F. S. Santos; Eberson P. Trevisan)

**Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da
Natureza e Matemática- PPGECM**





Universidade Federal de Mato Grosso

Regiane Ferreira da Silva Santos
Eberson Paulo Trevisan

*M*ATERIAL DE APOIO DO *P*RODUTO *E*DUACIONAL
Informações e Sugestões de Atividades para a obra:

DESCUBRA O PODER DE RADU E UM NOVO JEITO DE VER
Através do olhar, fascinantes descobertas
(Regiane F. S. Santos; Eberson P. Trevisan)



PPGECM

SINOP-MT
2025



DADOS TÉCNICOS

- ✚ **Instituição:** Universidade Federal de Mato Grosso- UFMT
- ✚ **Programa:** Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática- PPGECM
- ✚ **Modalidade:** Mestrado Profissional
- ✚ **Área de concentração:** Ensino de Ciências da Natureza e Matemática
- ✚ **Linha de Pesquisa:** Matemática
- ✚ **Título:** Descubra o poder de Radu e um novo jeito de ver: através do olhar, fascinantes descobertas
- ✚ **Mestranda:** Regiane Ferreira da Silva Santos
- ✚ **Orientador:** Dr. Eberson Paulo Trevisan
- ✚ **Produto Educacional (PE):** Livro de Literatura Infantil
- ✚ **Categoria:** Produto Técnico-Tecnológico (PTT1)- Material didático/instrucional- Livro
- ✚ **Nível de Ensino:** Educação Básica
- ✚ **Público- Alvo da pesquisa:** Anos Iniciais do Ensino Fundamental com especificidade para o 5º Ano do Ensino Fundamental
- ✚ **Área de conhecimento:** Matemática



SUMÁRIO

SEÇÃO I

- Apresentação.....4
- Geometria ensino e aprendizagem.....6
- Matemática e Literatura.....7
- Conhecendo um pouco sobre a TRRS.....7

SEÇÃO II

- Elementos da teoria nos desafios.....9
- Desafio 1-** Descobrindo o cubo 3D/2D a partir do hexágono 2D/2D.....10
- Desafio 2-** Decomposição do triângulo equilátero e surgimento de novas descobertas.....11
- Desafio 3-** Duplicando o tamanho do quadrado sem alterar sua forma ou posição.....12
- Desafio 4-** Descobrindo um novo sólido a partir das mesmas 12 arestas do paralelepípedo.....13
- Desafio 5-** Reconfiguração do trapézio isósceles para composição de um novo quadrilátero.....14
- Desafio 6-** Visualização de pares de triângulos congruentes a partir da superposição.....15

SEÇÃO III

- Organização e sugestões de atividades a serem exploradas a partir da leitura do livro.....16
- Bloco I,** Atividades, 1, 2.....17
- Bloco II,** Atividades 3, 4, 5, 6, 7, 8.....23
- Bloco III,** Atividades 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15.....28
- Bloco IV,** Atividades, 16, 17, 18, 19, 20, 21.....34

SEÇÃO IV

- Considerações.....38
- Apêndices.....39
- Referências.....55

APRESENTAÇÃO

"A utilização de narrativas de ficção, tanto orais como escritas, para o ensino da Matemática pode constituir num recurso que favoreça a construção de significados para os conteúdos matemáticos a medida que 'der vida' a esses conteúdos, colocando-os num contexto, numa realidade mesmo que fantástica, valorizando elementos como observação, intuição e capacidade de análise e síntese"

(Andreia Dalcin)

Caro leitor;

A obra intitulada- Descubra o poder de Radu e um novo jeito de ver: através do olhar fascinantes descobertas, apresenta-se como o Produto Educacional produzido para o Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática- PPGECM, Mestrado Profissional, pela Universidade Federal de Mato Grosso-UFMT.

Trata-se de uma literatura infantil inédita, produzida especificamente para a pesquisa. O livro busca contemplar um método de ensino e aprendizagem desenvolvido por um teórico francês, e tem por intencionalidade apresentar aos leitores um novo jeito de ver e aprender Geometria.

Para isso pautamos nossa pesquisa com fundamentação na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (TRRS), que apresenta alguns elementos ditos como essenciais para aprendizagem em Geometria.

Buscamos ilustrar no livro formas de visualização das figuras geométricas apresentadas pela TRRS , por meio de uma narrativa ficcional. A história é envolvida por um enredo de fantasia e aventura. Tem por principal objetivo, oportunizar a melhoria dos processos de visualização e exploração de figuras geométricas em um contexto de ensino e aprendizagem nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, mas nada impede que seja explorada em outras etapas escolares.

A história traz desafios que vão 'desenhando' elementos da teoria, por meio de imagens, figuras e linguagem. A partir de figuras geométricas, vão surgindo situações a serem resolvidas, que propõem possibilidades de visualização para outras figuras, com isso o surgimento de novos elementos e propriedades. O formato e abordagem utilizado, possibilita ainda, ampliar e enriquecer a linguagem Matemática, e o vocabulário do leitor, trazendo informações e curiosidades que vão além da Geometria.

Com uma trama divertida e intrigante, a história tem por cenário uma floresta, com



Figura 1- Capa do livro

personagens da fauna matogrossense. O protagonista da história, Radu, é um personagem dotado de “superpoderes”, esses voltados a maneira de visualizar as figuras.

Inferimos que a criança/leitor, ao ler o livro e conhecer esse novo modo de visualizar as figuras geométricas, adquirindo essa habilidade de visualização pensará ter adquirido também os “superpoderes” do personagem.

Para conhecerem a pesquisa e se aprofundar um pouco mais na teoria recomendamos a leitura da dissertação intitulada - **“Aprendizagem de Geometria no Ensino Fundamental: investigando processos de visualização por meio da elaboração de uma Literatura Infantil”**. Ao qual está disponível no site do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática -PPGECM e pode ser acessado pelo *Qr Code* disponibilizado ao final dessa página. O livro de Literatura Infantil, concorreu a edital de publicação da Editora da UFMT (EdUFMT), sendo aprovado para publicação em versão impressa e on-line, o qual poderá ser acessado na página do programa ou diretamente no site da editora, pelo link <https://www.edufmt.com.br/>.

Além disso, também elaboramos uma versão em vídeo da obra, preocupados com possíveis limitações por parte do público leitor e no âmbito de promover maior inclusão. Esse formato oportuniza não apenas a escuta da narrativa, mas também possibilidade de pausas e retomadas, conforme as necessidades dos leitores. O *link* segue abaixo da imagem, ao final desta página.

Quanto a esse Material de Apoio, além de servir como um guia, tem por intencionalidade apresentar aos professores uma nova abordagem para o ensino e aprendizagem em Geometria. Na seção II, é disposta uma análise cognitiva de cada desafio proposto na história, com base nos elementos para aprendizagem em Geometria da TRRS. Também traz o alinhamento das habilidades contempladas na Base Nacional Comum Curricular- BNCC integrados aos elementos da TRRS. As sugestões de atividades podem ser desenvolvidas e aplicadas no âmbito de explorar os elementos da TRRS para aprendizagem através da Literatura, oportunizando o pleno desenvolvimento das habilidades que envolvem a unidade temática de Geometria ao longo dos bimestres letivos.

Isto posto, desejamos um bom uso da Literatura Infantil, bem como deste Material de Apoio, e nos colocamos a disposição para quaisquer dúvidas ou esclarecimentos, assim, poderão entrar em contato pelo seguinte e-mail: regianef37@gmail.com.

<https://www.youtube.com/watch?v=Ob-RsrgXV7o>



Regiane F. Silva Santos
Eberson P. Trevisan



PPGECM

A GEOMETRIA ENSINO E APRENDIZAGEM...

O estudo de Geometria define-se como parte importante a constituir o currículo de Matemática. Por meio dele, o aluno desenvolve uma forma própria de pensamento que lhe permite uma melhor compreensão, descrição e representação do mundo em que vive, além de desenvolver o raciocínio lógico.

Essa concepção está presente em documentos oficiais que regem a educação brasileira, bem como as diretrizes curriculares do estado de Mato Grosso. “Uma das possibilidades mais fascinantes do ensino de Geometria consiste em levar o aluno a perceber e valorizar sua presença em elementos da natureza e em criações do homem” (Brasil, 1997, p. 82).

Na prática cotidiana percebemos as dificuldades dos educandos quanto a aprendizagem de Geometria. Essas dificuldades perpassam diversas ocorrências, que vão desde o reconhecimento de algumas figuras e diferenciação de suas dimensões, quanto aos elementos e propriedades que as compõem. No âmbito de auxiliar na prática diária dos professores, indicamos a leitura dos livros “Desenho Geométrico” de Levy e Ramos (2012), que dispõe ampla explicação dos conceitos, definições e propriedades das figuras geométricas. Além de “Figuras Planas” de Smole e Diniz (2016).



Diante da necessidade de avanços na aprendizagem dos educandos, o Produto Educacional visa contribuir com o ensino por meio de novas abordagens metodológicas, buscando favorecer a aprendizagem. Dalcin (2007, p.26) corrobora ao dizer que a Matemática “pode ser ensinada por meio da capacidade imaginativa e criativa de contar histórias”.

Observamos por meio dos estudos realizados a baixa ocorrência de pesquisas na área de Matemática que utilizam a TRRS no ensino e aprendizagem de Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Aliado a esse fato, nenhuma pesquisa brasileira foi encontrada sob o viés da utilização de uma Literatura Infantil voltada para a aprendizagem em Geometria que contemplasse a TRRS de Raymond Duval. O que gera um caráter de ineditismo a nossa pesquisa e Produto Educacional. A próxima seção abordará de forma concisa, possíveis contribuições da relação entre Matemática e literatura para o ensino e a aprendizagem, embasados nas autoras Smole (2007) e Dalcin (2004).

MATEMÁTICA E LITERATURA

Um ensino pautado em metodologias tradicionais, com resolução de exercícios de repetição e fixação pode tornar o ensino desinteressante aos olhares dos educandos. Ao mesmo tempo torna-se mais difícil para a assimilação cognitiva dos alunos. Dito isso, Smole et al. (2007, p. 2) afirma que englobar literatura e Matemática “representa uma substancial mudança no ensino tradicional da Matemática, pois, em atividades deste tipo, os alunos não aprendem primeiro a Matemática para depois aplicar na história, mas exploram a Matemática e a história ao mesmo tempo”.

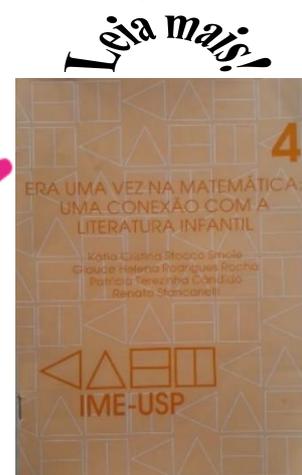
Além disso, as literaturas infantis encantam não só as crianças, mas jovens e adultos, promovem uma viagem por um mundo mágico, com lugares e personagens que inspiram e fazem fluir a imaginação e a criatividade. Esse encantamento oportuniza uma aprendizagem lúdica, prazerosa, além de fazer-se mais atrativa e envolvente.

Dalcin (2004) afirma que aprender com prazer sem a excessiva preocupação do pragmático é um dos grandes desafios do ensino. Isso se faz cada vez mais necessário na educação atual e incorre na busca por conexões nas diferentes áreas de ensino e aprendizagem.

Diante do exposto percebemos que o ensino de Matemática associada a utilização da literatura como ferramenta, pode trazer contribuições significativas para a aprendizagem. Pois ampliam as possibilidades metodológicas, envolvendo a interdisciplinaridade, a capacidade de interpretação, e a curiosidade por parte dos educandos.

Capazes de desenvolver o raciocínio-lógico e a linguagem, essa inter-relação pode promover estímulos que desafiam o aluno, trazendo mais significado aos conteúdos estudados.

Isto posto, indicamos aos professores a leitura do livro “Era uma vez Matemática uma conexão com a Literatura Infantil” de Kátia Smole et al. Este, apresenta proposta de ensino com indicação de diversos livros literários e sugestões de atividades com problemas matemáticos, além de indicações para os anos em que podem ser utilizados.



CONHECENDO UM POUCO SOBRE A TRRS

Raymond Duval, é filósofo, psicólogo de formação e professor emérito da *Université du Littoral Côte d'Opale* em *Dunquerque* na França. Desenvolve pesquisas em psicologia cognitiva desde os anos 1970, oferecendo importantes contribuições para a área de Educação Matemática.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica -TRRS “tem sido divulgada em diversos países e publicada em várias línguas. No Brasil é explícito o crescimento do número de pesquisas em Educação Matemática que se fundamentam nos trabalhos de Duval” (Freitas; Rezende 2013, p.13).

A TRRS revela-se como intimamente ligada a face oculta da atividade Matemática, em outras palavras, uma visão que não obtemos à primeira vista do objeto, este pode ser algébrico, fracionário ou figural. Esse modo de ver dependerá do desenvolvimento semiocognitivo que está implícito no pensamento matemático, “sem o desenvolvimento deste não podemos nem compreender e nem conduzir uma atividade Matemática” (Duval, 2013, p.18).

Dessa forma é necessário que o professor faça a mediação para um ensino que possibilite ‘ver’, essa ‘face oculta’, promovendo atividades que favoreçam o revelar para esse outro modo de ‘olhar’. Quanto a essa maneira de “olhar”, Duval (2014) destaca ser necessário:

ensinar os alunos a verem figuras como os matemáticos as veem, pois esta condição é essencial para a aquisição de conhecimentos em Geometria e para torná-los capazes de utilizá-los em outra situação. Concretamente isso significa que é necessário, primeiramente, fazer com que os alunos passem da maneira natural de ver as figuras, que consiste em um reconhecimento perceptivo imediato de contornos fechados em 2D, à maneira Matemática de olhá-las que, ao contrário, focaliza retas e segmentos 1D e pontos de intersecção 0D (Duval, 2014, p. 15).

Contudo, desenvolver essa habilidade cognitiva de visualização não é fácil, nessa perspectiva Trevisan (2022, p. 366-367) corrobora ao dizer que: “tal ação pode ser potencializada a partir do reconhecimento da necessidade de se buscar atividades que visem proporcionar alternativas para avançar até essa forma de olhar”.

No âmbito da TRRS Raymond Duval propõe três elementos, considerados essenciais para a aprendizagem em Geometria; os olhares, as apreensões e a desconstrução dimensional

das formas. Dessa maneira encerramos essa seção com o Quadro 1, que expõe de forma sintética o conceito de cada um desses elementos.

Quadro1- Elementos da TRRS

Olhares	Icônico	Botanista	Reconhecimento das formas, faz comparações, diferencia contornos das figuras, quadrados, triângulos, dentre outros.
		Agrimensor	Faz comparação de medidas sem a utilização de instrumentos de medida, representação em desenho, assumindo estatuto plano.
	Não Icônico	Inventor	Construção de figuras com utilização de instrumentos de medida, ex.: réguas, compassos.
		Construtor	Adiciona traços na figura modificando-as para resolução de problemas, explora propriedades não dadas de imediato as figuras.
Apreensões	Perceptiva	Reconhece de imediato o contorno das figuras, comparando-os com objetos.	
	Operatória	Opera sobre as figuras, modificando-as para novas reconfigurações.	
	Discursiva	Compreende, interpreta figuras com auxílio de enunciados, teoremas, proposições.	
	Sequencial	Construção de figuras a partir de instruções, comandos, passo a passo.	
Desconstrução Dimensional Relação nD/mD	O denominador mD, refere-se ao espaço em que as figuras são construídas e nD, refere-se ao espaço real que as figuras ocupam no espaço, marcam o transitar entre as diferentes dimensões da figura. Assim temos: um cubo representado em uma folha de papel 3D/2D, na desconstrução o olhar transita por entre as diferentes dimensões da figura, assim: visualiza o cubo 3D, suas faces 2D, suas arestas (segmentos) 1D, e os pontos (vértices) 0D.		

Fonte: elaborado pelos autores.

Na próxima seção, apresentamos os seis desafios elaborados para livro de Literatura Infantil, seguidos sinteticamente da análise cognitiva e elementos contemplados em cada um. Além disso selecionamos as principais habilidades e objetos de conhecimento, ao qual podem ser desenvolvidos em concomitância aos elementos da TRRS.

ELEMENTOS DA TEORIA NOS DESAFIOS

Importante enfatizar que, em qualquer atividade de Geometria proposta sob a perspectiva da TRRS, os elementos não aparecem de forma isolada, eles relacionam-se, percorrendo por entre os diferentes olhares, apreensões e a desconstrução dimensional das formas. Esses elementos “se referem a um modo de conceber o processo de aprendizagem da Geometria, uma forma de adentrar nas maneiras de raciocinar em Geometria” (Hillesheim; Moretti, 2020, p.15).

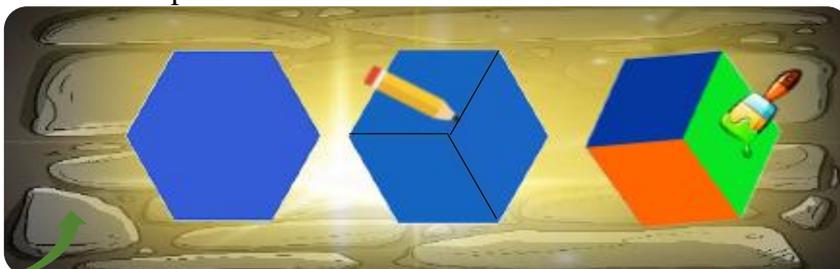
Nessa seção destacamos os desafios propostos ao longo da história na Literatura Infantil. Uma breve abordagem com indicação dos elementos da TRRS contemplados em cada desafio. Logo abaixo deste, segue um quadro, com indicação também das habilidades referenciadas, para o contexto da unidade temática.

DESAFIO 1

Figura de partida



Desafio cumprido



Elementos da TRRS mobilizados

Olhares	Icônico	Botanista
	Não Icônico	Inventor
Apreensões	Perceptiva	
	Discursiva	
	Operatória	
Desconstrução dimensional das formas		

No desafio 1, os olhares perpassam desde o icônico botanista, ao não icônico inventor. As apreensões perceptiva, discursiva e operatória relacionam-se. O desafio mostra uma possibilidade, partindo de uma figura bidimensional- o hexágono regular 2D/2D, é possível fazer modificações para visualizar os contornos e faces visíveis de uma figura tridimensional- o cubo 3D/2D. Essa modificação ocorre ao adicionar um vértice 0D/2D no centro da circunferência que circunscreve o hexágono e três segmentos 1D/2D, representando as arestas, para resolução do problema. Dessa forma, surgem novos elementos e propriedades com a transformação da figura. A visualização marca o transitar entre as diferentes dimensões. No desafio, o polígono 2D/2D, a desconstrução é dada para formar o cubo 3D/2D, nessa passagem ocorre a transição 2D→0D→1D→3D.

Habilidades identificadas e que mais se aproximam

Habilidades

(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.

Objetos de Conhecimento

Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características.

Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.

Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.

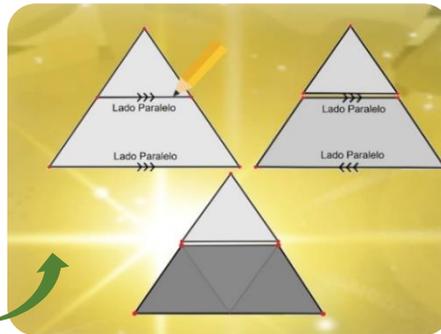
A proposta do **Desafio 1** e a possibilidade de resolução encontram-se na Literatura Infantil, p. 26 a 28.

DESAFIO 2

Figura de partida



Desafio cumprido



Elementos da TRRS mobilizados

Olhares	Ícônico	Botanista
	Não Ícônico	Inventor Construtor
Apreensões	Perceptiva	
	Discursiva	
	Operatória	
Desconstrução dimensional das formas		

Nesse desafio as apreensões perceptiva, discursiva e operatória articulam-se, mobilizando o olhar botanista que evolui para olhar inventor e construtor. Na proposta é preciso adicionar um segmento na horizontal 1D/2D, mobilizado pelo olhar inventor, para surgir um novo triângulo equilátero 2D/2D e um trapézio isósceles 2D/2D, a partir da inserção do segmento nos pontos médios 0D/2D do triângulo, é possível verificar que a base do triângulo terá exatamente a metade da base inferior do trapézio. Surge a possibilidade de verificação fazendo a sobreposição dos triângulos. A desconstrução ocorre a partir da inserção de novos elementos, formando o triângulo menor e o trapézio, perpassando as dimensões: 2D→1D→2D. A figura inicial dada pelo triângulo maior, decompõe-se para um triângulo equilátero menor e um trapézio isósceles, ao final ainda é possível ver não quatro triângulos quaisquer, mas, quatro triângulos equiláteros.

Habilidades identificadas e que mais se aproximam

Habilidades

- (EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
- (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.
- (EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.
- (EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.

Objetos de Conhecimento

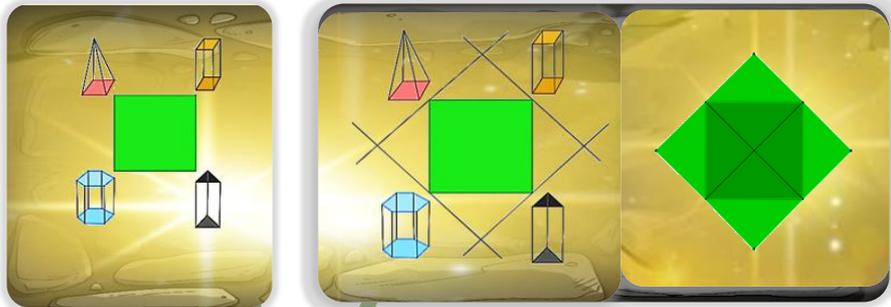
- Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.
- Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes
- Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.
- Congruência de figuras geométricas planas

A proposta do **Desafio 2** e a possibilidade de resolução encontram-se na Literatura Infantil, p. 29-30.

DESAFIO 3

Figura de partida

Desafio cumprido



Elementos da TRRS mobilizados

Olhares	Ícônico	Botanista Agrimensor
	Não Ícônico	Inventor Construtor
Apreensões	Perceptiva	
	Operatória	
Desconstrução dimensional das formas		

Os olhares mobilizados vão, desde o botanista e agrimensor ao inventor e construtor. Adicionando segmentos paralelos nos vértices do quadrado menor 2D/2D, ampliando-o para o dobro de seu tamanho, perpassando as apreensões perceptiva e operatória. Para provar que a ampliação ocorre

para o dobro do tamanho, algumas possibilidades são mostradas, divide-se o quadrado traçando segmentos de retas 1D/2D perpendiculares, configurando quatro triângulos isósceles 2D/2D congruentes, estes poderiam ser duplicados e rotacionados para os lados externos do quadrado menor. Outra possibilidade mostrada, mobiliza o olhar agrimensor, marcando os pontos médios 0D/2D nos lados do quadrado inicial, traçam-se segmentos ligando os pontos, no movimento 1D/0D, a partir deste é possível dobramos os triângulos formados nas extremidades, unindo os vértices no centro do quadrado. A visualização marca o transitar entre as dimensões $2D \rightarrow 0D \rightarrow 1D \rightarrow 2D$, a desconstrução é dada por diferentes formas, além da decomposição e sobreposição.

Habilidades identificadas e que mais se aproximam

Habilidades

- (EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
- (EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.
- (EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.

Objetos de Conhecimento

- Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.
- Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.
- Congruência de figuras geométricas planas

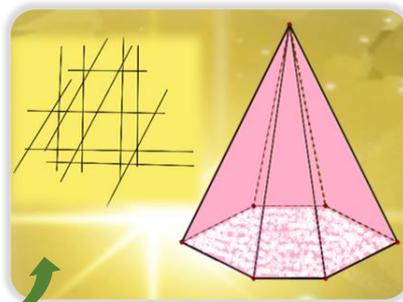
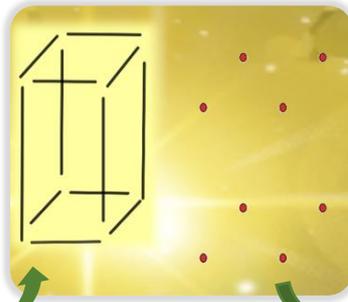
A proposta do **Desafio 3** e a possibilidade de resolução encontram-se na Literatura Infantil, p. 31 a 33.

DESAFIO 4

Figura de partida



Desafio cumprido



Elementos da TRRS mobilizados

Olhares	Ícônico	Botanista
	Não Ícônico	Inventor
Apreensões	Perceptiva	
	Discursiva	
	Operatória	
Desconstrução dimensional das formas		

As apreensões perceptiva, discursiva e operatória articulam-se promovendo o avanço do olhar botanista ao inventor. O desafio leva a refletir sobre a possibilidade de reconfiguração/modificação da figura, mantendo as características de alguns elementos e a dimensão 3D/2D.

Os elementos e propriedades que compõe a figura inicial e a figura reconfigurada possibilitam análises, comparações, com percepção de similaridades e diferenças. O leitor perceberá que manteve a quantidade de arestas 1D/2D, com redução de um vértice 0D/2D, as faces mantiveram-se planas, mas mudaram seus contornos, de retângulos e quadrados 2D/2D para triângulos e hexágono 2D/2D. A desconstrução do paralelepípedo 3D/2D pela transição $3D \rightarrow 1D \rightarrow 0D$, é reconfigurado para surgir na mesma dimensão, a pirâmide hexagonal 3D/2D, nessa construção as dimensões transitam entre $0D \rightarrow 1D \rightarrow 2D \rightarrow 3D$.

Habilidades identificadas e que mais se aproximam

Habilidades

(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.

(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.

Objetos de Conhecimento

Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.

Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características.

Figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides): reconhecimento, representações, planificações e Características.

Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.

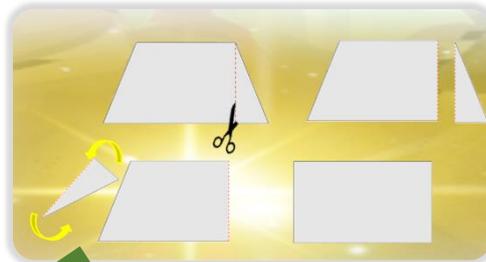
A proposta do **Desafio 4** e a possibilidade de resolução encontram-se na Literatura Infantil, p. 34 a 36.

DESAFIO 5

Figura de partida



Desafio cumprido



Elementos da TRRS mobilizados

Olhares	Icônico	Botanista
	Não Icônico	Inventor Construtor
Apreensões	Perceptiva	
	Discursiva	
	Operatória	
Desconstrução dimensional das formas		

A desconstrução ocorre pela decomposição, que transita nas dimensões $2D \rightarrow 1D \rightarrow 2D$ e na reconfiguração $2D \rightarrow 2D$. A partir do trapézio isósceles $2D/2D$, mobilizando o olhar inventor traça-se um segmento $1D/2D$ na vertical que parte de um dos vértices $0D/2D$ formando um ângulo reto. É possível fazer a reconfiguração a partir do triângulo retângulo $2D/2D$ formado, rotacionando-o para seu lado oposto, surgindo a figura do retângulo. Além de visualizar a possibilidade de reconfiguração, ainda possibilita fazer análises sobre as mudanças ou permanência nos elementos e surgimento de novas propriedades. Como exemplo ao fazer o corte no trapézio isósceles é possível visualizar também o surgimento de um trapézio retângulo. Inicialmente o trapézio, um quadrilátero com um único par de lados paralelos, dá forma a outro quadrilátero, com mudança nos ângulos, estes passam a ser retos (90°), além disso, agora com dois pares de lados paralelos (paralelogramo).

Habilidades identificadas e que mais se aproximam

Habilidades

- (EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
- (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.
- (EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.

Objetos de Conhecimento

- Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.
- Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes
- Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.

A proposta do **Desafio 5** e a possibilidade de resolução encontram-se na Literatura Infantil, p. 37.

DESAFIO 6

Figura de partida



Desafio cumprido



Elementos da TRRS mobilizados

Olhares	Ícônico	Botanista
	Não Ícônico	Inventor
Apreensões	Perceptiva	
	Discursiva	
	Operatória	
Desconstrução dimensional das formas		

As apreensões articulam-se, mobilizando o olhar inventor, há transição entre as dimensões $2D \rightarrow 1D \rightarrow 2D$. Mobilizando os triângulos equiláteros $2D/2D$ e o segmento $1D/2D$ na horizontal e vertical, originam-se novos triângulos com pares congruentes. Com a reconfiguração de dois triângulos e a inserção de apenas um segmento na horizontal passamos a visualizar 10 triângulos, na primeira resolução, sendo todos os pares triângulos equiláteros (iguais nas medidas dos lados e ângulos 60°). Na segunda resolução, com o segmento na vertical, visualizamos 18 triângulos, pela decomposição poligonal $2D/2D$ é possível visualizar os pares de triângulos congruentes para: oito triângulos equiláteros, dois triângulos isósceles e oito triângulos retângulos. A mudança na posição do segmento além de aumentar o número de visualização de triângulos, possibilitou também o surgimento de diversificados triângulos, com novas e diferentes propriedades.

Habilidades identificadas e que mais se aproximam

Habilidades

(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.

F03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.

Objetos de Conhecimento

Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.

Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes

Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.

Congruência de figuras geométricas planas

A proposta do **Desafio 6** e a possibilidade de resolução encontram-se na Literatura Infantil, p. 38 a 40.



Organização e sugestões de atividades a serem exploradas a partir da leitura do livro

Nesta seção, disponibilizamos além das atividades utilizadas na Prática Docente Supervisionada, outras ideias de atividades.

Na página que antecede as atividades é possível verificar as principais habilidades, e objetos de conhecimento a serem desenvolvidas. Em conjunto aos elementos da TRRS mobilizados.

Devido a algumas habilidades se repetirem para grande parte das atividades, pensamos na otimização de espaço, isto posto, organizamos as atividades separada por blocos.



Bloco I
Atividades
1 e 2



Bloco II
Atividades
3- 4- 5-
6 -7- 8



Bloco III
Atividades
9- 10- 11-
12- 13- 14- 15



Bloco IV
Atividades
16- 17- 18-
19 -20-21

Bloco I Atividades: 1 e 2

OBJETIVOS: estimular a percepção do aluno sobre a presença de formas geométricas nos espaços do seu cotidiano, Propiciar momento de reflexão, compreender a importância de estudar e aprender Geometria. Estimular a visualização cognitiva para os elementos que formam as figuras por meio da construção e desconstrução dimensional das formas. Retomar conceitos básicos para os elementos (vértices, arestas, segmentos de reta, faces) que formam as figuras geométricas planas e não planas reconhecendo, identificando suas propriedades. Mobilizar olhares, apreensões e a desconstrução dimensional das formas (elementos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica-TRRS).

MATERIAIS: livro de Literatura Infantil (Produto Educacional), papel sulfite (fichas impressas), lápis, borracha, massinhas de modelar, palitos de dente.

Habilidades	Objetos de conhecimento
Componente Curricular: Matemática	
<i>(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.</i>	<i>Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.</i>
<i>(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.</i>	<i>Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características.</i>
<i>(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.</i>	<i>Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.</i>
Componente Curricular: Língua Portuguesa	
<i>(EF15LP02) Estabelecer expectativas em relação ao texto que vai ler (pressuposições antecipadoras dos sentidos, da forma e da função social do texto), apoiando-se em seus conhecimentos prévios sobre as condições de produção e recepção desse texto, o gênero, o suporte e o universo temático, bem como sobre saliências textuais, recursos gráficos, imagens, dados da própria obra (índice, prefácio etc.), confirmando antecipações e inferências realizadas antes e durante a leitura de textos, checando a adequação das hipóteses realizadas.</i>	<i>Estratégia de leitura.</i>
<i>(EF15LP09) Expressar-se em situações de intercâmbio oral com clareza, preocupando-se em ser compreendido pelo interlocutor e usando a palavra com tom de voz audível, boa articulação e ritmo adequado.</i>	<i>Oralidade pública/Intercâmbio conversacional em sala de aula.</i>
<i>(EF15LP10) Escutar, com atenção, falas de professores e colegas, formulando perguntas pertinentes ao tema e solicitando esclarecimentos sempre que necessário.</i>	<i>Escuta atenta.</i>

Elementos da TRRS mobilizados nas atividades

Olhares	Icônico	Botanista
	Não Icônico	Agrimensor Construtor
Apreensões	Perceptiva	
	Discursiva	
Desconstrução dimensional das formas	0D→1D→2D	
	3D→2D→1D→0D	
	0D→1D→2D→3D	
	2D→1D→0D	

Atividade 1

Desenhar as formas observadas e descrever onde foram visualizadas. Ao retornar à sala de aula, socializar as formas visualizadas.

 **Promover uma discussão acerca das seguintes perguntas:**

- ❖ Já haviam percebido essas formas geométricas nesses espaços?
- ❖ E em outros espaços?



Escolha um espaço na escola (fora da sala de aula) e peça que observem as formas geométricas presentes na natureza, objetos e construções.

Dica

Antes de realizar a leitura do livro junto aos alunos é importante que o professor estimule a percepção sobre a presença de formas geométricas na natureza, nas artes, nos objetos e construções do homem, nos espaços escolares e fora dele. Essa contextualização é importante para que o aluno compreenda a importância de aprender Geometria, como ela está presente em quase tudo, e sua utilidade em nosso cotidiano.

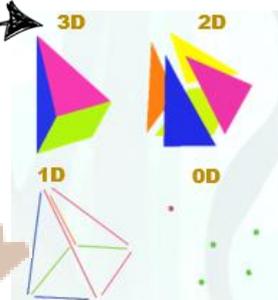
Peça-os que façam essa observação em casa e outros espaços que costumam frequentar, façam os registros e tragam para socializar em sala.

Nessa atividade o professor poderá analisar as formas visualizadas sob a perspectiva e compreensão dos alunos, além das dimensões reconhecidas (tridimensionais 3D, bidimensionais 2D, unidimensionais 1D e adimensionais (0D)).

Atividade 2 (A, B, C, D, E F, G, H)

Nome: _____ Data: ____/____/____

A figura da pirâmide de base quadrada ao lado, destaca a forma como Radu visualiza uma figura geométrica. Assim vemos a desconstrução que seu olhar faz, percorrendo as diferentes dimensões. Na pirâmide tridimensional (3D) visualiza suas faces triangulares e a base quadrada bidimensional (2D), suas arestas (segmentos de reta) unidimensionais (1D) e os vértice (pontos) adimensionais (0D).



Desconstrução da pirâmide⁴⁸



Agora é sua vez! Vamos lembrar! Responda à pergunta e depois resolva a atividade proposta. O que Radu tinha que o fazia diferente de seus amigos?

Faça a representação de cada figura com os palitos e massinhas de modelar.

Observe e depois registre na ficha como ficou a desconstrução de cada figura, desenhando os elementos que compõem cada uma: vértices, lados (segmentos de reta), faces e arestas quando houver.

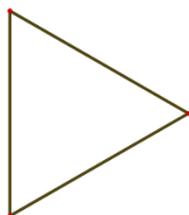
A) Quadrado



O QUE SÃO QUADRADOS?

São figuras **Planas (bidimensionais- 2D)**, esses polígonos também pertencem a família dos quadriláteros por terem quatro lados, nos quadrados em especial todos os seus lados são iguais no comprimento e medida dos ângulos também são iguais, sendo ângulos retos (90°), possui dois pares de lados paralelos (paralelogramos).

B) Triângulo Equilátero



O QUE SÃO TRIÂNGULOS EQUILÁTEROS?

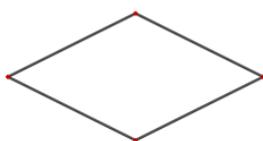
Esse polígono é chamado assim por ter três lados iguais e três ângulos com a mesma medida (60°), a soma dos ângulos de um triângulo sempre terá 180° . É uma figura **Plana (bidimensional- 2D)**.



Quadrados e losangos são polígonos que possuem características em comum. São quadriláteros, possuem quatro lados iguais, quatro vértices, dois pares de lados paralelos (paralelogramos), quatro ângulos. Por isso todo quadrado é um losango, mas nem todo losango é um quadrado...

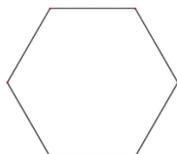
Mas, por que nem todo losango é um quadrado? Para lembrar volte na história, no capítulo - Desafios, vá até a página 34 e pesquise. Veja o que disse Radu.

C) Losango

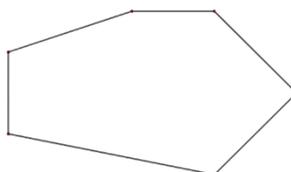


LOSANGOS
São figuras **Planas** (**bidimensionais - 2D**), são polígonos quadriláteros, todos os seus lados são iguais no comprimento possui dois pares de lados paralelos.

D) Hexágono Regular



Hexágono irregular

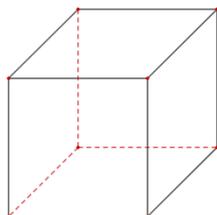
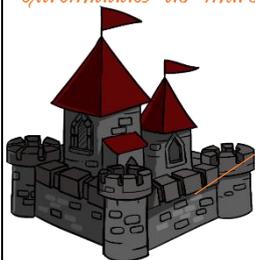


HEXÁGONOS
São polígonos que podem ser regulares (todos os lados e ângulos com a mesma medida, cada um medindo 120°) ou irregulares (medidas diferentes nos lados). São chamados hexágonos pois possuem seis lados. Além de seis vértices e seis ângulos.

E) Após a construção utilizando o material concreto (massinha e palitos) desenhe todas as faces, vértices e arestas utilizadas na construção do cubo.

Cubo

O castelo desenhado por Cacau, nos possibilita ver cubos nas extremidades do muro e das



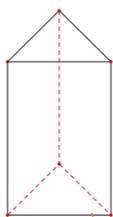
CUBO
É uma figura **Não-Plana** (**tridimensional- 3D**). Também é chamado de prisma, pois possui duas bases congruentes (iguais). Com seis faces, oito vértices, e doze arestas (segmentos que une as faces), todas as suas faces são quadradas.



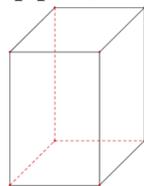
Os primas são figuras **Não-Planas (tridimensionais-3D)**, sempre possuem duas bases congruentes (iguais na forma e tamanho) e paralelas. Suas faces laterais são planas e retangulares (paralelogramos). Os prismas recebem seu nome de acordo com a quantidade de lados de sua base. Podem ser: prisma triangular (3 lados), prisma quadrangular (4 lados), prisma pentagonal (5 lados), prisma hexagonal (6 lados), prisma heptagonal (7 lados), prisma octogonal (8 lados), dentre outros. Veja alguns exemplos abaixo.

F) No quadro acima, Cacau explica o que são prismas e cita suas características. Alguns deles estão presentes no castelo desenhado por Cacau. Construa o **prisma triangular** e o **paralelepípedo**. Depois desenhe aqui todas as faces, vértices e arestas dos dois sólidos construídos.

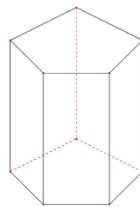
Prisma Triangular



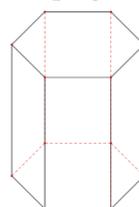
Prisma Quadrangular (paralelepípedo)



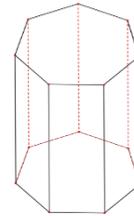
Prisma Pentagonal



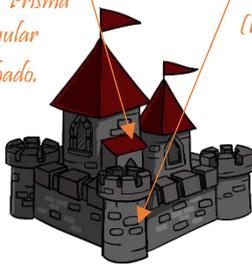
Prisma Hexagonal



Prisma Heptagonal



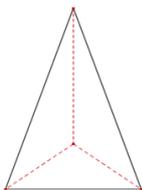
Veja o Prisma Triangular no telhado.



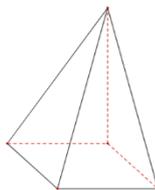
Veja os paralelepípedos (blocos) nas paredes.

G) As pirâmides são figuras **Não-Planas (tridimensionais – 3D)**. Veja alguns exemplos abaixo. Depois escolha 2 para construir.

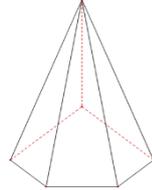
1-Pirâmide Triangular



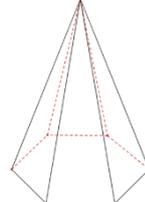
2- Pirâmide Quadrangular



3-Pirâmide Pentagonal



4- Pirâmide Hexagonal



No castelo desenhado por Cacau, Radu mostra a possibilidade de visualizar pirâmides nos telhados. Qual das pirâmides acima podemos ver no telhado?

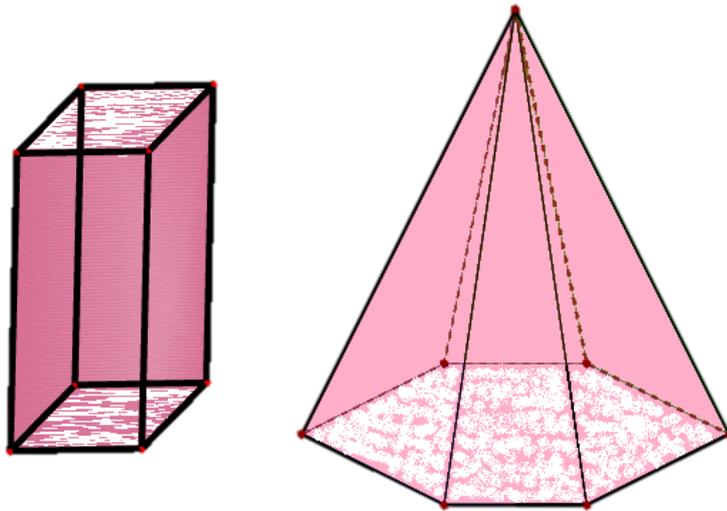


PIRÂMIDES

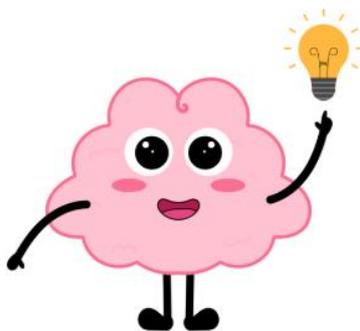
possuem uma única base e tem faces triangulares, um de seus vértices fica isolado na parte superior da pirâmide, distante dos vértices de sua base. Também são nomeadas de acordo com sua base: pirâmide triangular (ou de base triangular), pirâmide quadrangular (ou de base quadrada), pirâmide pentagonal (ou de base pentagonal), pirâmide hexagonal (ou de base hexagonal), dentre outras.

Volte e relembre o quarto desafio (pag. 34) onde Radu e seu amigo Zam tiveram que construir um outro sólido geométrico a partir das mesmas 12 arestas do prisma quadrangular (paralelepípedo).

H) Utilizando o material disponível, separe 12 arestas e construa o paralelepípedo, depois, desconstrua-o e utilize as mesmas peças (vértices e arestas) para construir a pirâmide de base hexagonal. Veja o que aconteceu! Comente com seus colegas, o que possuem de semelhanças e diferenças.



DESAFIO



Qual outro sólido ainda seria possível construir com as mesmas 12 arestas?

Separe mais 12 arestas, experimente, descubra a construção de um novo sólido.

Dica

Pode ou não haver bases.

Bloco II

Atividades: 3- 4- 5 -6 -7- 8

OBJETIVOS: desenvolver , estimular a visualização cognitiva e o pensamento espacial (percepção, raciocínio, memória), ampliar, decompor e compor formas por diferentes estratégias. Mobilizar olhares, apreensões e a desconstrução dimensional das formas (elementos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica-TRRS).

MATERIAIS: papel sulfite (ficha de registro, moldes do material de suporte), papel *Color Plus*, lápis, borracha, régua, cola, tesoura, papelão *Holler* (ou qualquer tipo de papelão para base da maquete), livro de Literatura Infantil (Produto Educacional).

Habilidades	Objetos de conhecimento
<i>Componente Curricular: Matemática</i>	
(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.	Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.
(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características.
(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.	Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes.
(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.	Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.
(EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.	Congruência de figuras geométricas planas.
<i>Componente Curricular: Artes</i>	
(EF15AR04) Experimentar diferentes formas de expressão artística (desenho, pintura, colagem, quadrinhos, dobradura, escultura, modelagem, instalação, vídeo, fotografia etc.), fazendo uso sustentável de materiais, instrumentos, recursos e técnicas convencionais e não convencionais.	Materialidades.

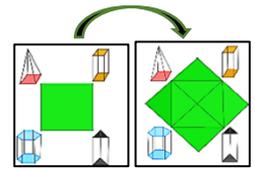
Elementos da TRRS mobilizados nas atividades

Olhares	Icônico	Botanista
	Não Icônico	Agrimensor
Apreensões		Construtor
		Inventor
		Perceptiva
		Discursiva
Desconstrução dimensional das formas		Operatória
		Sequencial
		0D→1D→2D→3D
		2D→3D
	2D→0D→1D→2D	
	2D→2D	

Atividade 3

Data: ____/____/____

No terceiro desafio Radu e Zam teriam que dobrar o tamanho do gramado do senhor do portal sem mover os sólidos já construídos no lugar. Vamos reproduzir a ampliação feita no gramado. Siga o passo a passo descrito e as orientações do (a) professor (a). Utilize o material de suporte em anexo (p. 40).



Passo 1- Você usará dois quadrados, vamos decompô-los em triângulos, primeiro trace retas perpendiculares (dois segmentos de reta ligando os vértices do quadrado).

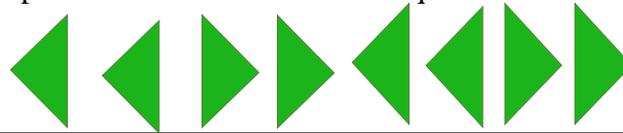


Passo 3- Forme o quadrado novamente.

Passo 2- Depois recorte os triângulos isósceles formados no quadrado, faça a sobreposição dos triângulos e confira a congruência (igualdade) entre eles. Todos os lados possuem medidas iguais? Observe e comente.



Passo- 4 Faça o mesmo processo com o segundo quadrado que recebeu. Depois, usando as oito partes (triângulos isósceles) forme o quadrado maior. Observe a ampliação feita pela junção de todas as partes. Quantos triângulos (partes) a mais foi preciso para ampliar o dobro do tamanho do quadrado? Comente com seus colegas.



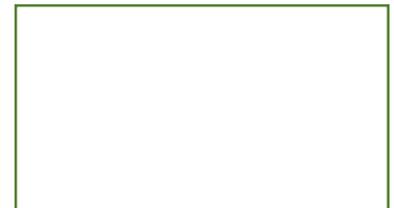
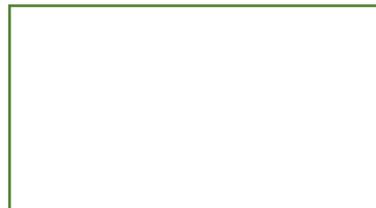
Atividade 4

Agora use as oito partes (triângulos isósceles) para formar outros polígonos, siga as dicas e aguarde a professora antes de passar para o próximo desafio. Use os quadros abaixo para desenhar os polígonos formados.

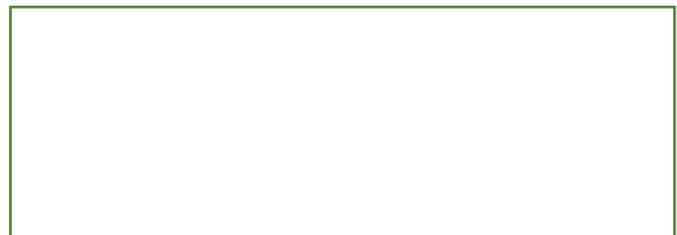
C) Forme um polígono com 2 partes. Qual o nome desse polígono?

B) Forme um polígono com 3 partes. Qual o nome desse polígono?

A) Além do quadrado, qual outro polígono podemos formar com 4 partes? Qual o nome desse polígono?

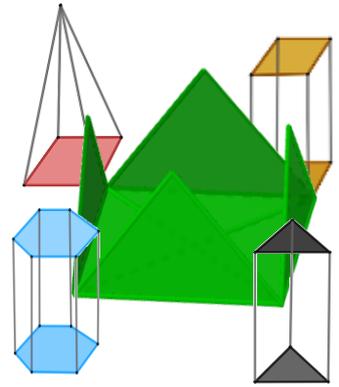


D) Forme polígonos com 5 e depois 6 partes. Como são chamados esses polígonos?



Atividade 5

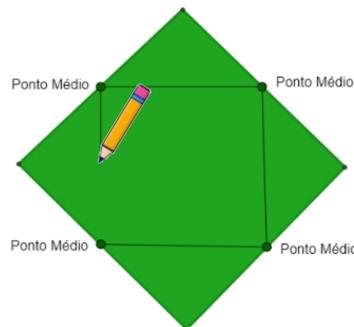
Construa uma maquete representando o jardim do senhor do portal com a ampliação do gramado por meio da dobradura. Para representar o terreno, ou gramado, utilize uma folha de *Color Set* ou *Color Plus* no formato quadrado, com dimensões (14 x 14cm). Utilize o material de suporte, disponível em anexo (p. 41).



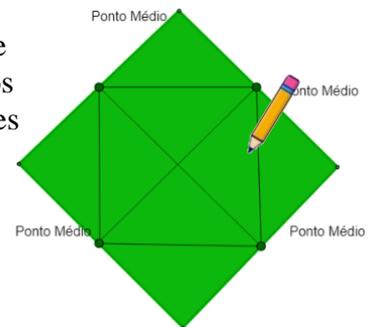
MATERIAIS

Utilize papelão para base, tamanho 21 x 21 cm, os sólidos (pirâmide base quadrada, prismas hexagonal, quadrangular e prisma triangular) podem ser montados a partir de planificações previamente impressas (papel *Color Set* ou *Color Plus*), moldes disponíveis no material de suporte (apêndices p. 42- 45). Siga o passo a passo e as instruções do (a) professor (a).

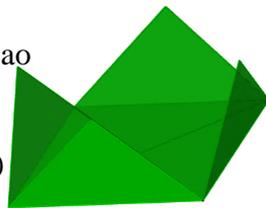
Passo 1. Para verificação da ampliação do gramado por meio da dobradura, vamos marcar os pontos médios do quadrado e depois traçar segmentos de reta ligando os pontos (vértices).



Passo 2. Trace dois segmentos perpendiculares ligando os vértices do quadrado menor.



Passo 3. Agora basta dobrar as 4 pontas do quadrado maior unindo ao centro do quadrado menor. Perceba a congruência (igualdade) dos oito triângulos isósceles decompostos no quadrado.



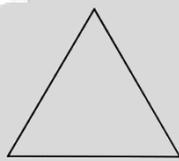
Passo 3. Monte as planificações dos sólidos geométrico. Fixe o quadrado com a dobradura (gramado ampliado) no centro da base (papelão), depois cole os sólidos nas quatro extremidades. Assim estará pronta sua maquete.



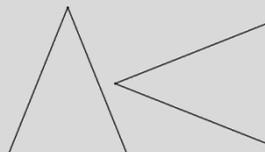
Atividade 6

Data: ___/___/___

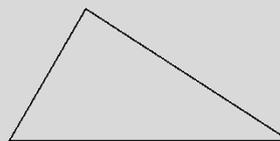
Assim como os trapézios são classificados de acordo com as medidas dos lados em: **escaleno**, **isósceles** e **retângulo**, também os triângulos recebem essa mesma classificação, mas os triângulos ainda recebem uma classificação a mais, o **equilátero**. Veja os exemplos.



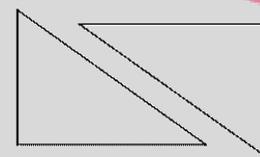
Triângulo **Equilátero**
(todos os lados com medidas iguais).



Triângulos **Isósceles**
(dois lados com medidas iguais).

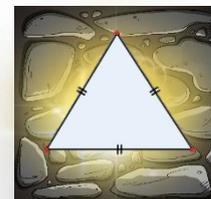


Triângulo **Escaleno**
(todos os lados com medidas diferentes).



Triângulos **Retângulos**
(um dos ângulos é reto, ou seja, mede 90°).

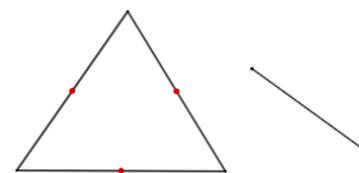
Agora que você conhece os diferentes tipos de triângulos vamos ao 5º desafio solucionado por Radu e Zam. Nesse desafio eles tiveram que a partir do triângulo equilátero obter duas figuras diferentes, uma com 3 vértices e outra com 4 vértices.



Se precisar volte no capítulo 4 (pág. 30) e lembre como foi solucionado.

Siga as orientações, represente as figuras descobertas no desafio. Utilize o material de suporte em anexo (p.46).

- ✓ Recorte o triângulo e depois trace um segmento de reta na horizontal nos pontos medianos, observe as figuras que surgirão.
- ✓ Na base maior do trapézio adicione um ponto mediano, ligue aos dois vértices da base do triângulo com dois segmentos de reta e revele os demais triângulos
- ✓ Recorte e faça a sobreposição verificando a congruência (igualdade) entre eles.
- ✚ Seria possível obter as mesmas figuras com os outros tipos de triângulos? Explique por quê?



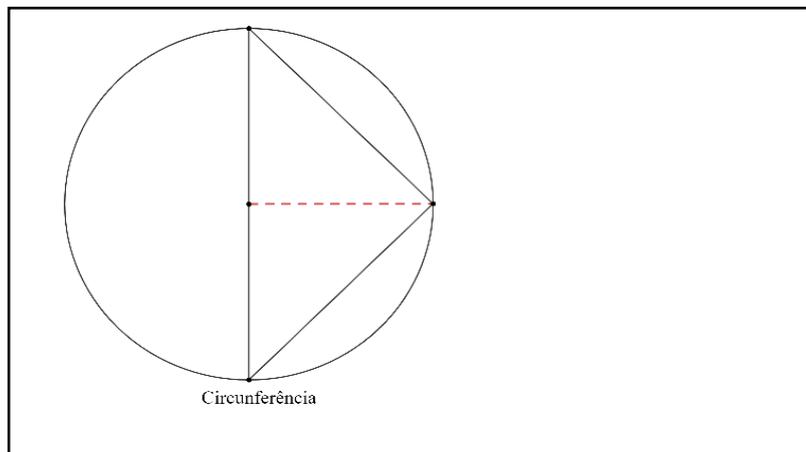
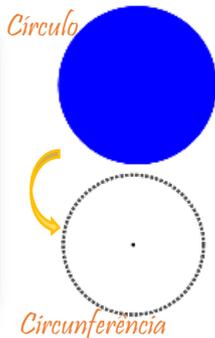
Utilize o triângulo isósceles, o triângulo escaleno e o triângulo retângulo do material de suporte (p.46). Faça as mesmas experiências! Será que haverá os mesmos resultados? Socialize com os colegas

Atividade 7

O que os três amigos resolveram fazer logo no início da história?

Desenhe quais figuras e elementos você visualiza no percurso feito por Radu a partir de uma circunferência.

*Círculo é uma figura **Plana**, já seu contorno é chamado de **circunferência**, formada por um conjunto infinito de pontos, todos a uma mesma distância do ponto fixado no centro da circunferência.*

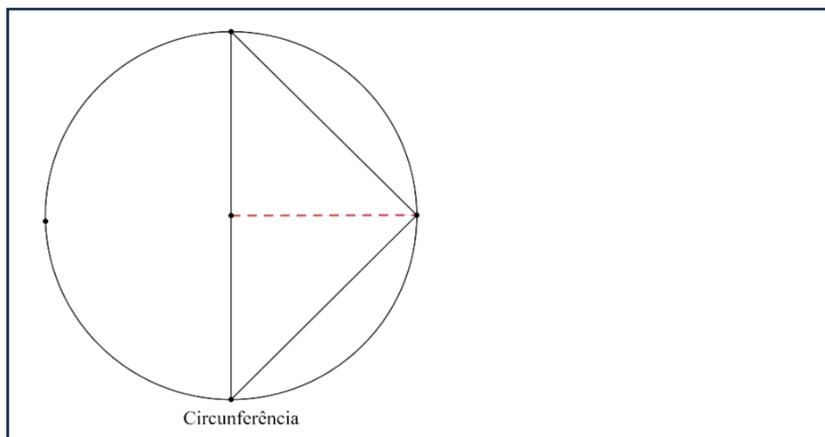


Atividade 8

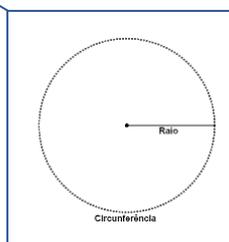
A) As figuras se mantiveram as mesmas? Desenhe as figuras que você visualiza?

B) Escreva o nome de cada figura desenhada.

Trace o mesmo percurso de Radu no lado oposto da circunferência ligando os pontos correspondentes e veja o que acontece. Utilize a régua, e após concluir responda as letras A e B:



Você sabia?
O **raio** de circunferência é a distância entre o **ponto central** da figura, a qualquer ponto localizado em sua extremidade.



Acesse e conheça mais!



Bloco III

Atividades: 9- 10- 11- 12 -13 -14- 15

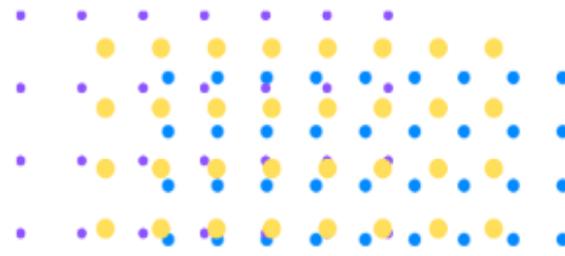
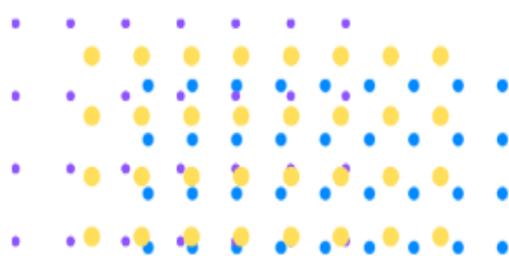
OBJETIVOS: desenvolver , estimular a visualização cognitiva e o pensamento espacial (percepção, raciocínio memória), identificar congruências dos polígonos, decompor polígonos em outras formas poligonais. Mobilizar olhares, apreensões e a desconstrução dimensional das formas (elementos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica-TRRS).

MATERIAIS: papel sulfite (ficha de registro), papel *Color Plus*, lápis, borracha, régua, clipe, lápis de cor, livro de Literatura Infantil (Produto Educacional).

Habilidades	Objetos de conhecimento
Componente Curricular: Matemática	
(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.	Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.
(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.	Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes.
(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características.
(EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.	Congruência de figuras geométricas planas.
(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.	Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.
Componente Curricular: Artes	
(EF15AR04) Experimentar diferentes formas de expressão artística (desenho, pintura, colagem, quadrinhos, dobradura, escultura, modelagem, instalação, vídeo, fotografia etc.), fazendo uso sustentável de materiais, instrumentos, recursos e técnicas convencionais e não convencionais.	Materialidades.

Elementos da TRRS mobilizados nas atividades

Olhares	Icônico	Botanista
	Não Icônico	Agrimensor
Apreensões		Construtor
		Inventor
		Perceptiva
		Discursiva
Desconstrução dimensional das formas		Operatória
		Sequencial
		0D → 1D → 2D → 3D
		2D → 3D
	2D → 0D → 1D → 2D	
	2D → 2D	



Atividade 9

Agora vamos desenhar o hexágono e o cubo inscritos na circunferência, utilize a ficha do material de apoio. Vamos precisar de: 2 lápis, uma régua e um clipe. Siga o passo a passo junto as explicações do (a) professor (a).

1º Desenhe a circunferência usando o clipe e os dois lápis. Coloque o clipe no centro da folha e posicione os dois lápis nas extremidades do clipe. Depois basta girar o lápis da extremidade de fora formando a linha até que as pontas se

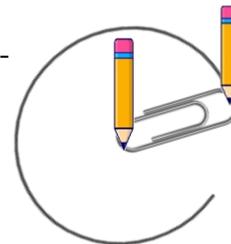
2º Vamos fazer as marcações dos pontos. Após a circunferência pronta desenhe um segmento de reta na horizontal dividindo o meio, para isso posicione a régua no ponto central.

3º Continuando com as marcações. Vamos fazer as marcações usando o clipe e os dois lápis. Agora posicione os lápis novamente nas extremidades do clipe, mas o lápis que estiver no ponto central é que irá desenhar fazendo a marcação dos dois lados direito e esquerdo da circunferência.

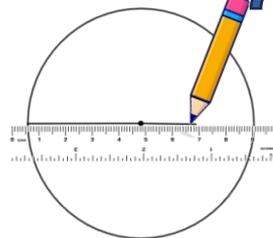
4º Agora iremos fazer as marcações dos vértices do hexágono regular, nomeie cada vértice com uma letra (A, B, C, D, E, F) no sentido horário.

5º Apague as marcações do centro da circunferência.

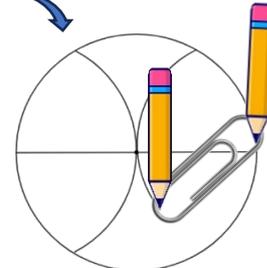
Passo 1-



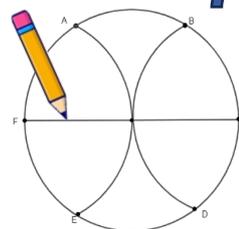
Passo 2-



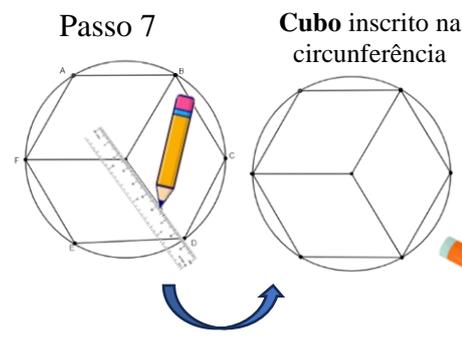
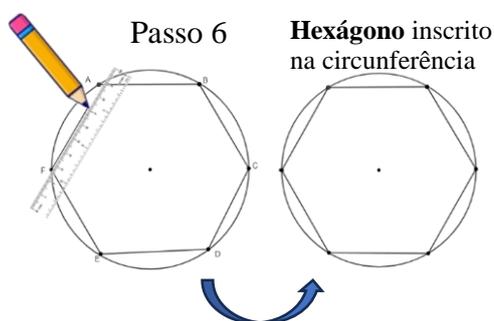
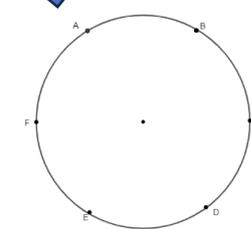
Passo 3-



Passo 4



Passo 5



6º É hora de representar o hexágono. Utilizando a régua insira segmentos de reta ligando os pontos AB, BC, CD, DE, EF, FA. Veja aí está seu hexágono regular inscrito na circunferência.

7º Para construir o cubo insira três segmentos de reta utilizando a régua, para ligar os vértices (pontos) B, F, C no ponto central da circunferência. Logo, terá o cubo mostrando suas três faces visíveis. Para concluir faça a pintura em suas faces.

Acesse o QR Code e assista o vídeo mostrando o passo a passo.



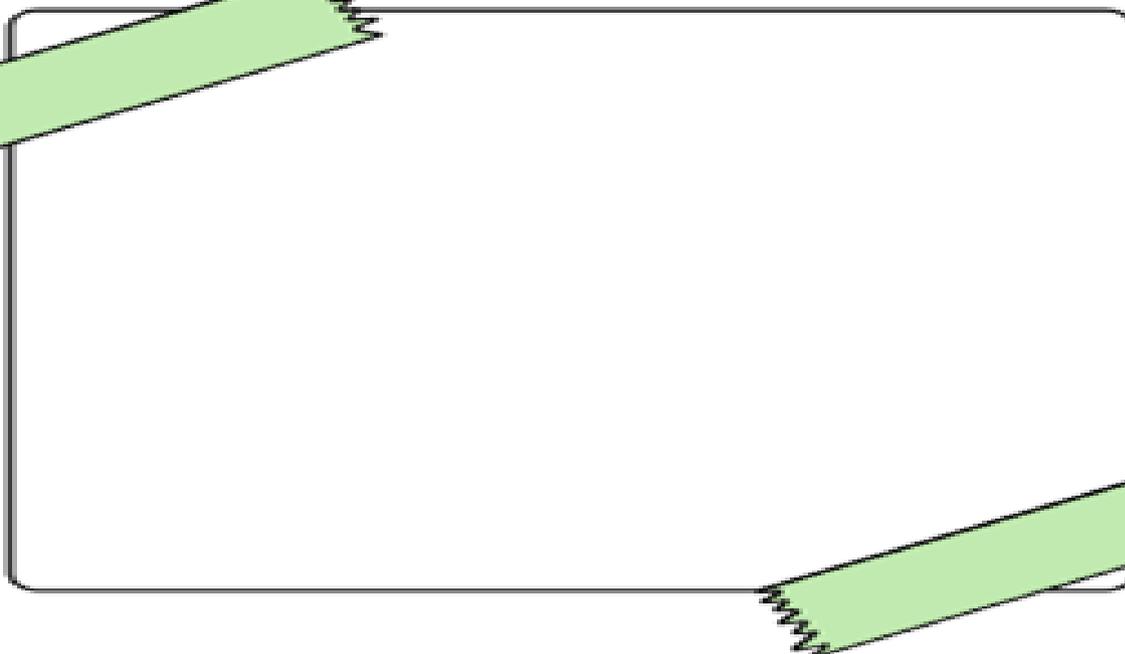
Atividade 10

Você sabe o que é um logotipo?

Trata-se de um símbolo que representa a marca de uma empresa, pode vir ou não acompanhada de um nome ou suas iniciais. São importantes para comunicação, publicidade e identidade visual. Afinal ao visualizarmos um logotipo já identificamos de qual marca, empresa, ou produto se trata. Uma infinidade de logotipos é construída a partir de formas geométricas: quadrados, triângulos, círculos, linhas curvas, retas, dentre outros. Mas na escolha de cada forma leva-se em consideração vários fatores que favoreçam também a imagem da empresa, por isso cada forma possui conceitos e significados que os definem. As formas triangulares representam emoções e ideias que inspiram estabilidade e poder. Os quadrados e retângulos representam, força, eficiência e profissionalismo. Os círculos representam a modernidade, perfeição, comunidade, amizade, inclusão e força.

Agora que já sabe o que é um logotipo desenvolva as atividades conforme as instruções.

- A) Para a primeira atividade façam uma pesquisa e conheça vários logotipos representantes de marcas ou empresas. Socializem e comentem quais encontraram.
- B) Crie o seu logotipo representando uma empresa ou marca fictícia ou até mesmo o nome da sua escola. Primeiro desenhe a circunferência utilizando o clipe e os dois lápis. Se desejar, poderá acrescentar outras formas junto a circunferência, como quadrados, triângulos, retângulos, trapézios, dentre outros. Coloque as iniciais ou nome da empresa/marca, poderá usar cores variadas, inspire-se em sua imaginação e criatividade.



Atividade 11

O que os amigos Radu e Zam tiveram que fazer logo que entraram na caverna para que o portal se revelasse?

A) Observe os elementos/propriedades que o retângulo possui e responda.

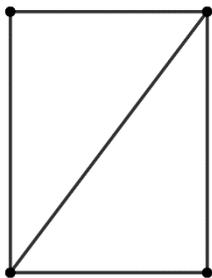


Retângulo

- Há quantos lados (segmentos de reta)? _____
- Há quantos vértices? _____
- Todos os lados do retângulo possuem a mesma medida? _____
- Todos os ângulos são iguais? _____

Quais figuras Radu visualizou ao modificar o retângulo? _____

B) Radu com seus poderes de visualização modificou a figura de modo que ela obtivesse a mesma forma da entrada da caverna, para isso Radu inseriu um traço na diagonal do retângulo.

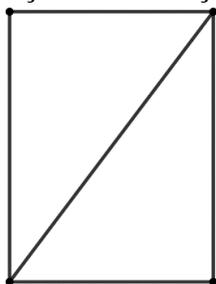


Triângulos Retângulos

- Pinte os triângulos, cada um com uma cor diferente.
- Modificando o retângulo ainda é possível visualizar ele e suas propriedades? _____
- E os triângulos obtidos, que propriedades trazem do retângulo e tem em comum? _____
- Há quantos vértices em cada triângulo? _____
- Quantos lados o triângulo possui? _____
- Todos os lados do triângulo possuem a mesma medida? _____

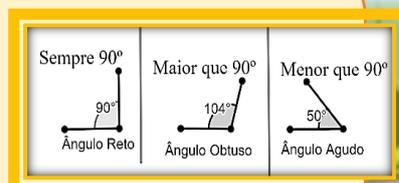
C) Agora imagine que você está vivendo a aventura de Radu e seus amigos, e o senhor do portal lhe proponha outro desafio. Como Radu, visualize a possibilidade para resolver o desafio.

Como poderia a partir desses dois triângulos inserir elementos e fazer surgir mais dois triângulos? Faça a modificação na própria figura.



- A partir da sua modificação, ainda há algum triângulo que permaneceu com ângulo reto? _____
- Todos os triângulos são iguais em medidas? _____
- Recorte os triângulos e faça as sobreposições, descubra se há igualdade nas medidas dos lados (socializar a experiência). Utilize o material de suporte para recorte (anexo p.47). _____

Ângulos, são a abertura entre duas semirretas que se originam do mesmo ponto. Os ângulos retos sempre possuem 90° com retas perpendiculares (retas que se cruzam formando um ângulo reto \perp).



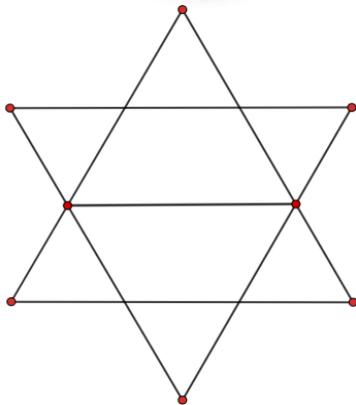
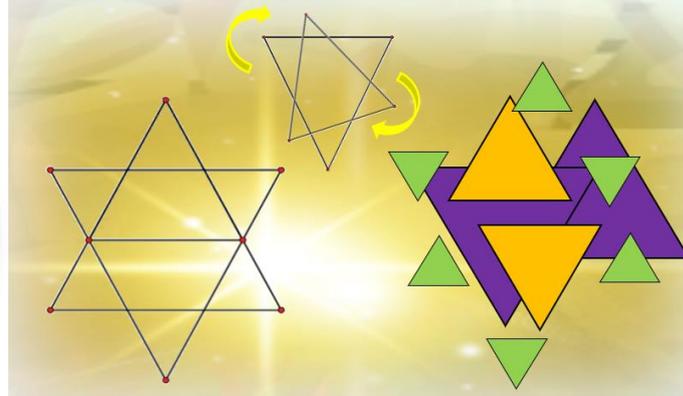
Saiba mais!



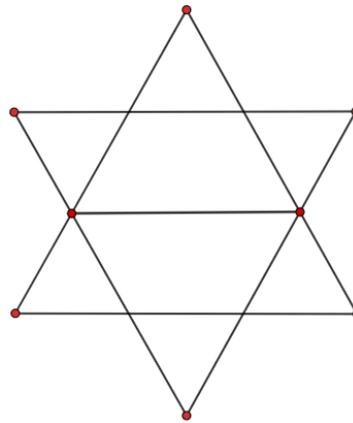
Atividade 12

No último desafio da história Radu e Zam mostram diferentes soluções para visualizar o maior número de triângulos possível em pares congruentes (iguais). Observando as soluções, visualize você também cada triângulo que surgiu. Para isso pinte os triângulos de acordo com as cores definidas para os diferentes tamanhos (pares congruentes).

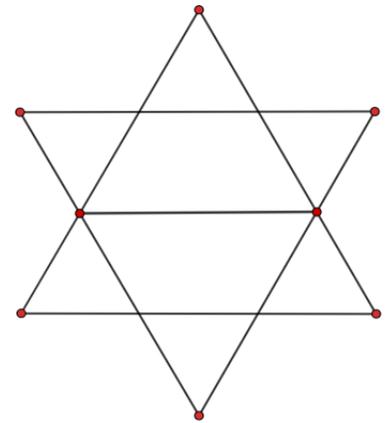
4º Desafio - Solução apresentada por Zam, inserindo o segmento na horizontal, visualizando dez triângulos.



Só os triângulos roxos.



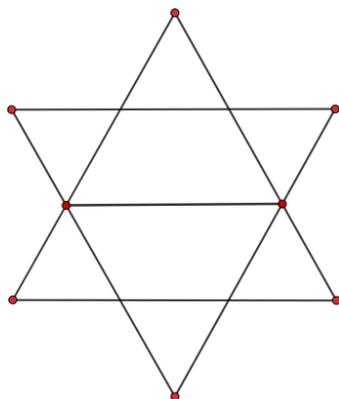
Só os triângulos verdes.



Só os triângulos amarelos.

Atividade 13

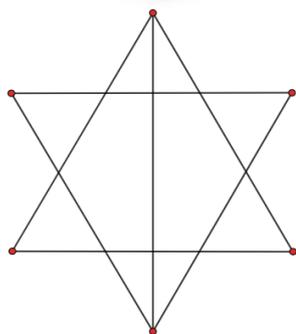
Agora, com os poderes de Radu adquiridos por você, observe bem a figura e desenhe ao lado quais outras figuras são possíveis visualizar além dos triângulos (outras formas). Socializar as figuras visualizadas.



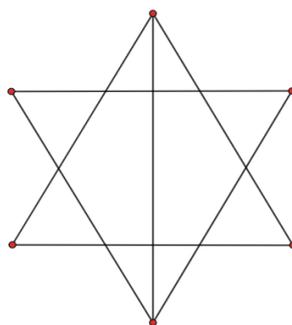
Atividade 14

Agora faça o mesmo com a solução apresentada por Radu. Observe e visualize cada triângulo que surgiu. Para isso pinte os triângulos de acordo com as cores de cada um dos pares congruentes (iguais).

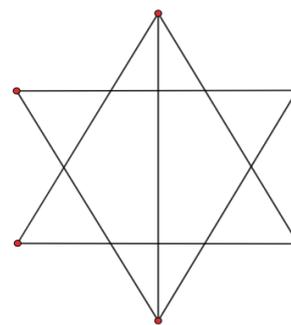
4º Desafio - Solução apresentada por Radu, inserindo o segmento na vertical, visualizando 18 triângulos.



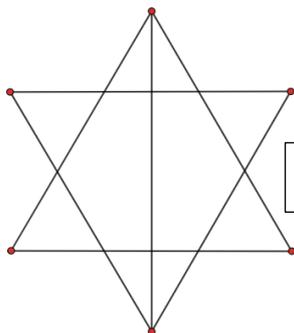
Só os triângulos roxos.



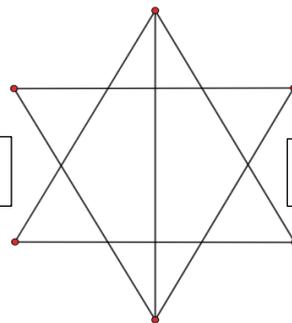
Só os triângulos verdes.



Só os triângulos vermelhos.



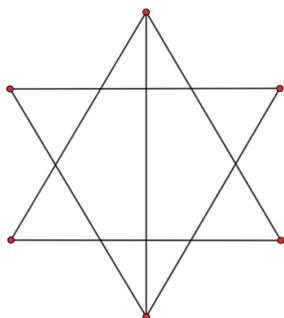
Só os triângulos azuis.



Só os triângulos laranjas.

Atividade 15

Agora com os mesmos poderes de Radu observe bem a figura e desenhe ao lado quais outras figuras são possíveis visualizar além dos triângulos (outras formas). Socializar as figuras visualizadas.



Bloco IV

Atividades: 16- 17- 18- 19- 20- 21

OBJETIVOS: desenvolver , estimular a autonomia, criatividade, a visualização cognitiva e o pensamento espacial (percepção, raciocínio memória), propiciar reflexão crítica. Perceber e verificar as aprendizagens adquiridas/consolidadas por meio das atividades propostas. Mobilizar olhares, apreensões e a desconstrução dimensional das formas (elementos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica-TRRS).

MATERIAIS: papel sulfite (fichas impressas, material de suporte), lápis, borracha, livro de Literatura Infantil (Produto Educacional).

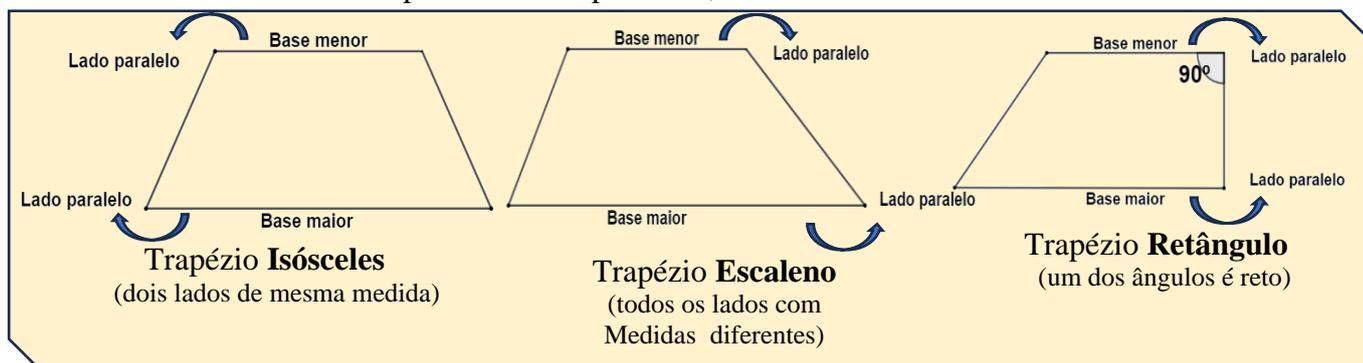
<i>Habilidades</i>	<i>Objetos de conhecimento</i>
Componente Curricular: Matemática	
(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.	Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.
(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento ,representações, planificações e características.
(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.	Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes.
(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características.
Componente Curricular: Língua Portuguesa	
(EF05LP14) Identificar e reproduzir, em textos de resenha crítica de brinquedos ou livros de literatura infantil, a formatação própria desses textos (apresentação e avaliação do produto).	Forma de composição do texto
(EF05LP24) Planejar e produzir texto sobre tema de interesse, organizando resultados de pesquisa em fontes de informação impressas ou digitais, incluindo imagens e gráficos ou tabelas, considerando a situação comunicativa e o tema/assunto do texto.	Produção de textos
(EF35LP03) Identificar a ideia central do texto, demonstrando compreensão global.	Compreensão
(EF15LP09) Expressar-se em situações de intercâmbio oral com clareza, preocupando-se em ser compreendido pelo interlocutor e usando a palavra com tom de voz audível, boa articulação e ritmo adequado.	Oralidade pública/Intercâmbio conversacional em sala de aula.
(EF15LP10) Escutar, com atenção, falas de professores e colegas, formulando perguntas pertinentes ao tema e solicitando esclarecimentos sempre que necessário.	Escuta atenta.

Elementos da TRRS mobilizados nas atividades

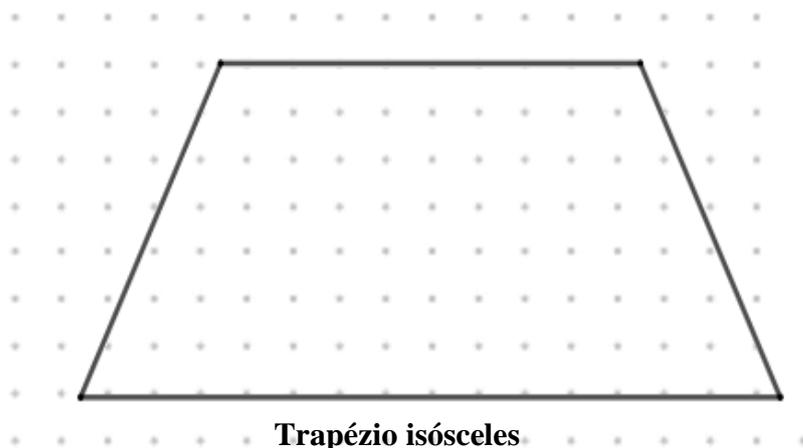
Olhares	Icônico	Botanista Agrimensor
	Não Icônico	Construtor Inventor
Apreensões		Perceptiva
		Discursiva
		Operatória
Desconstrução dimensional das formas		0D→1D→2D→3D
		2D→3D
		2D→0D→1D→2D
		2D→2D

Atividade 16

No quinto desafio, o senhor do portal propõe a modificação de uma figura, o trapézio isósceles é transformado em retângulo. Veja as características para os três tipos de trapézio: são quadriláteros formados por dois lados paralelos, uma base menor e a outra maior.



A partir do trapézio isósceles, Radu fez a reconfiguração para outra forma. Inserindo um segmento de reta e fazendo um único corte, montou a figura revelando um retângulo. Solucione o mesmo desafio proposto para Radu e seu amigo Zam.



Para o recorte, utilize o material de suporte (anexo p. 47). Se precisar relembrar do desafio, vá até o capítulo 4, páginas 36 e 37.

Atividade 17

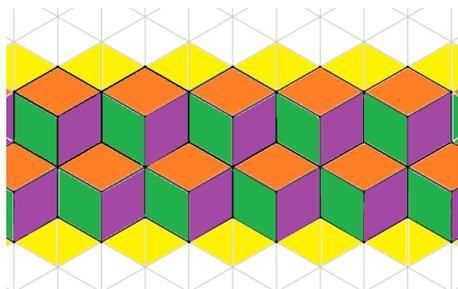
Além da forma de solução apresentada por Radu para reconfiguração do trapézio isósceles, ainda é possível obter o mesmo retângulo de outras formas. Recorte o trapézio e tente outras possibilidades. Verifique se é possível a mesma reconfiguração com os outros dois trapézios (escaleno e retângulo).

Compartilhe sua experiência e descobertas.

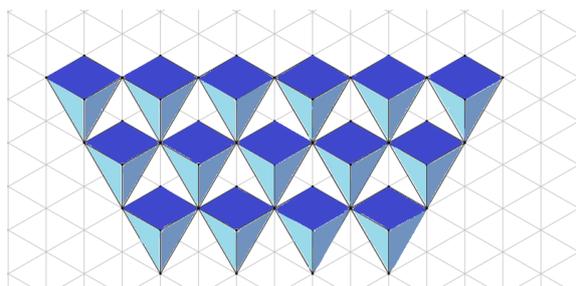
Para o recorte utilize o material de suporte em anexo (p. 48). Observe, quais outras formas são possíveis visualizar após a decomposição (recorte), desenhe-as aqui e escreva o nome delas.

Atividade 18

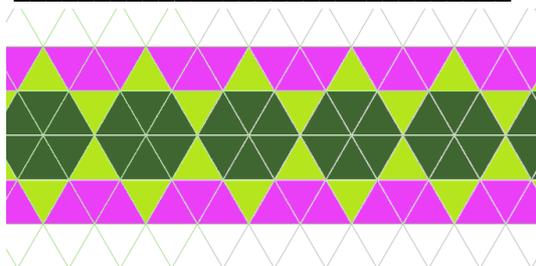
Você sabe o que é um mosaico? Mosaico é um conjunto de figuras coloridas que possuem várias relações umas com as outras. Por meio de um padrão utilizado nas cores e traços é possível compor e decompor uma diversidade de figuras. Veja alguns exemplos de mosaico feitos na malha triangular.



Descreva o nome das figuras visualizadas e classifique suas dimensões (3D, 2D, 1D, 0D).



Descreva o nome das figuras visualizadas e classifique suas dimensões (3D, 2D, 1D, 0D).



Descreva o nome das figuras visualizadas e classifique suas dimensões (3D, 2D, 1D, 0D).

A) Quais figuras você consegue visualizar nesse mosaico? Represente todas as figuras geométricas que conseguiu visualizar.

B) Quais figuras você consegue visualizar nesse mosaico? Represente todas as figuras geométricas que conseguiu visualizar.

C) Quais figuras você consegue visualizar nesse mosaico? Represente todas as figuras geométricas que conseguiu visualizar.

Atividade 19

Escolha um dos mosaicos que mais gostou e represente-o na malha triangular. Para os mosaicos A e B use a régua e trace os segmentos definindo as formas antes de fazer a pintura. Para o mosaico C, basta pintar os triângulos conforme o padrão das cores. Depois use a outra parte da malha para criar seu próprio mosaico.

Não se esqueça de padronizar as figuras e cores para gerar diferentes formas. Utilize o material de suporte para a atividade (em anexo, p. 49).

Atividade 20

Nome: _____ (Dupla desafiante)
Data: ____/____/____
Agora que você aprendeu como Radu uma nova forma de visualizar as figuras geométricas, inspire-se nos personagens da história e escreva/ proponha um novo desafio. Poderá usar figuras e elementos, se possível dê dicas. Use as linhas para descrever o desafio e o quadro ao lado para colocar figuras ou elementos. Nessa parte da folha além de propor você terá que resolver seu próprio desafio.

Figuras ou elementos	Resolução do desafio

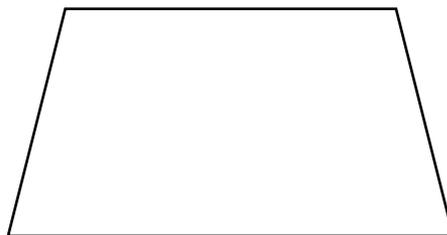
Nome: _____ (Dupla desafiada)
Data: ____/____/____

Destaque essa parte da folha na linha demarcada. Aqui você irá escrever o mesmo desafio proposto acima, mas não irá resolvê-lo, você desafiará seus colegas a resolverem, aguarde a professora recolher para fazer a distribuição.

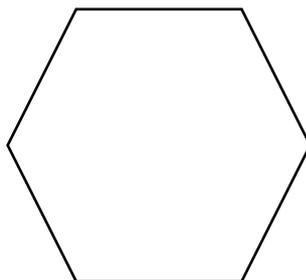
Figuras ou elementos	Resolução do desafio

Atividade 21

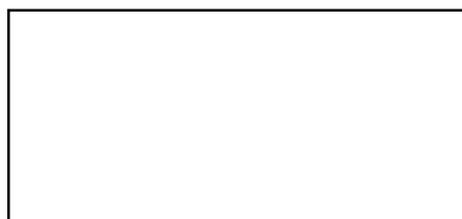
A) Veja o trapézio isósceles. Como poderia a partir dele inserir novos elementos (segmentos de reta) decompondo-o em três triângulos?



B) Como seria possível surgir dois trapézios no hexágono, inserindo apenas 1 segmento de reta?

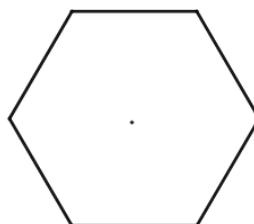


C) O retângulo possui 4 segmentos de reta e quatro vértices, quais outros quadriláteros (figura com 4 lados) poderiam ser construídos com os mesmos elementos? Desenhe-os ao lado.



Retângulo

D) Consegue visualizar o cubo no centro do hexágono (2D)? Insira 3 segmentos de reta e revele a figura do cubo (3D/2D).



E) O triângulo isósceles, não possui ângulos retos (90°), como poderia com a inserção de um único segmento de reta revelar dois triângulos retângulos, ou seja, com um ângulo reto. Demonstre na própria figura.





Algumas Considerações



Como já havíamos mencionado, este material visa auxiliar os professores em atividades que podem ser desenvolvidas, no âmbito de explorar elementos da teoria dos Registros de Representação Semiótica a partir da Literatura Infantil, elaborada para a pesquisa. Não abrangemos outras possibilidades de uso do livro, devido ao período curto da Prática Docente Supervisionada. No entanto diversas outras atividades podem ser realizadas a partir da literatura. Explorando também outros campos de aprendizagem e conhecimento.

Diante desse contexto, podemos afirmar que a obra tem potencial para ser utilizado ao longo do ano letivo, a partir de outras atividades, como: elaboração de quizzes pelos próprios alunos, gincana, apresentação de teatro, jogos, produção de novos desafios para continuidade da história, exposição com ilustrações sobre personagens e cenas, pesquisas e elaboração de cartazes para explorar a fauna mato-grossense, dentre outros.

Isto posto, produzimos um Jogo de Cartas temático (Desafios de Radu), com desafios inspirados aos propostos na literatura. O material produzido apresenta-se como mais uma possibilidade de trabalhar e explorar os elementos da TRRS a partir da leitura do livro. O jogo está disponível no apêndice do Material de Apoio do Produto Educacional, junto ao material de suporte das atividades (p. 50). A seguir, destacamos a descrição com as regras do jogo.

Jogo de cartas- Desafios de Radu
Regras de como jogar

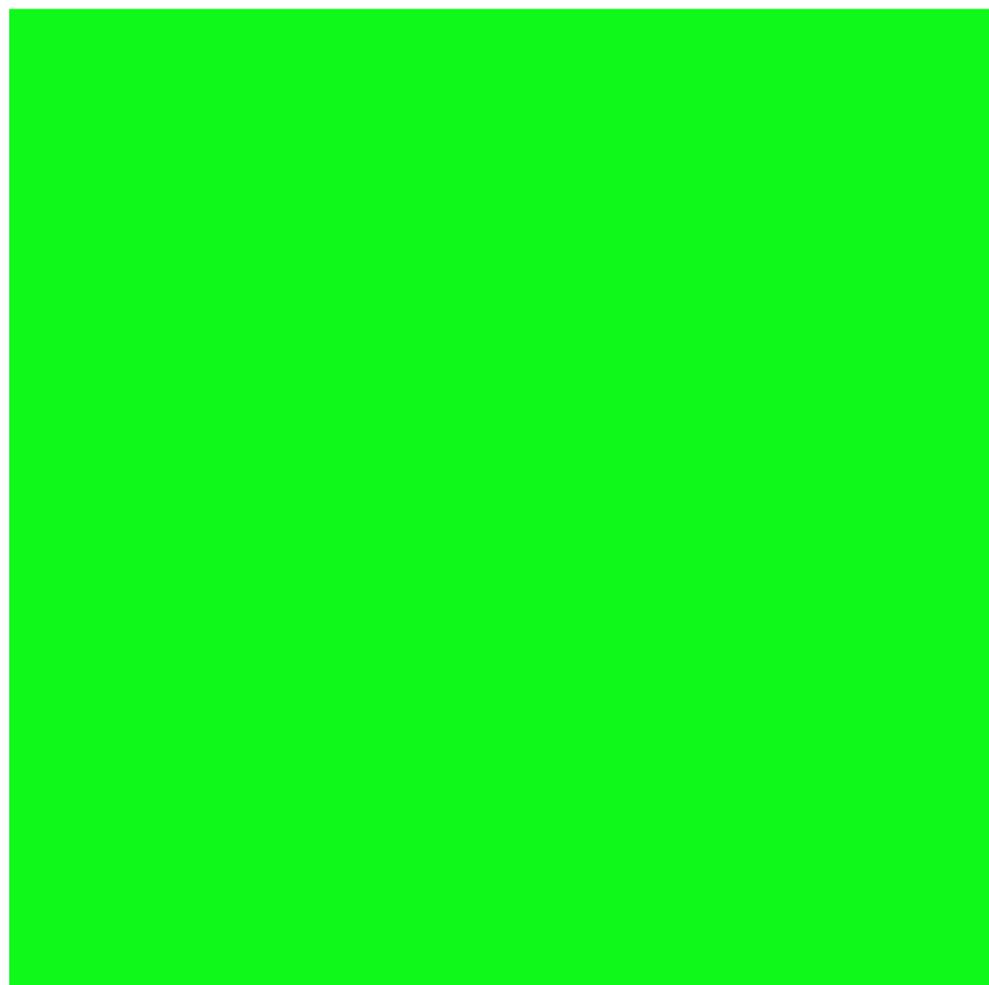
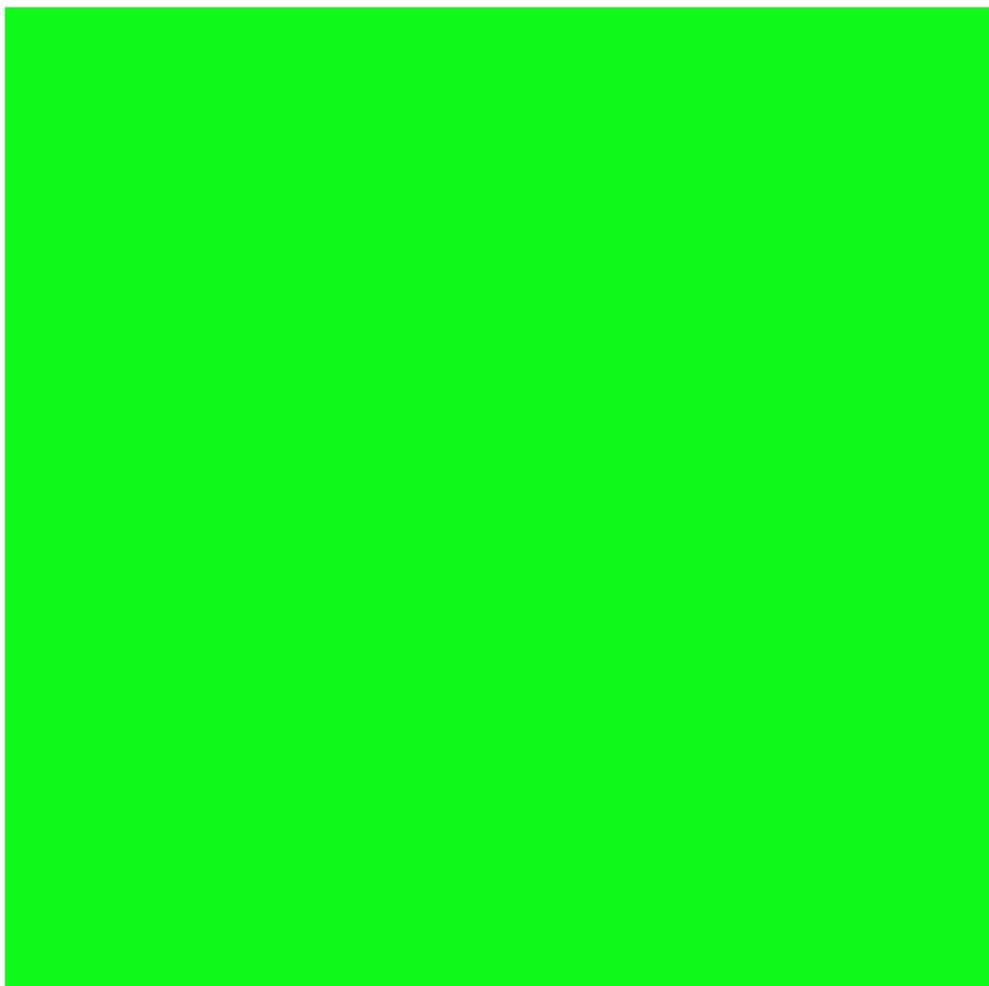
Participantes: duplas

- As cartas numeradas e com a escrita **-Desafio-**, devem ficar viradas para cima (Anverso das cartas). Os jogadores não poderão ver as perguntas.
- As cartas com a escrita **-Solução?** - Devem ficar com o lado do verso para cima (respostas visíveis).
- Para saber quem começa poderão definir entre par ou ímpar.
- Cartas que tem o desenho do pincel, o desafio será solucionado na própria carta.
- Há desafios que terão mais de uma carta como resposta, assim poderá pegar todas, correspondentes a pergunta.
- Vence quem ao final tiver o maior número de cartas.**
- Caso o jogador não saiba a resposta e seu adversário sim, poderá pegar as repostas (cartas) para si.

SUGESTÃO: plastifique as cartas para favorecer o uso do pincel e ter o jogo como material permanente.

Material de Suporte✂

Atividade 3





Atividade 5

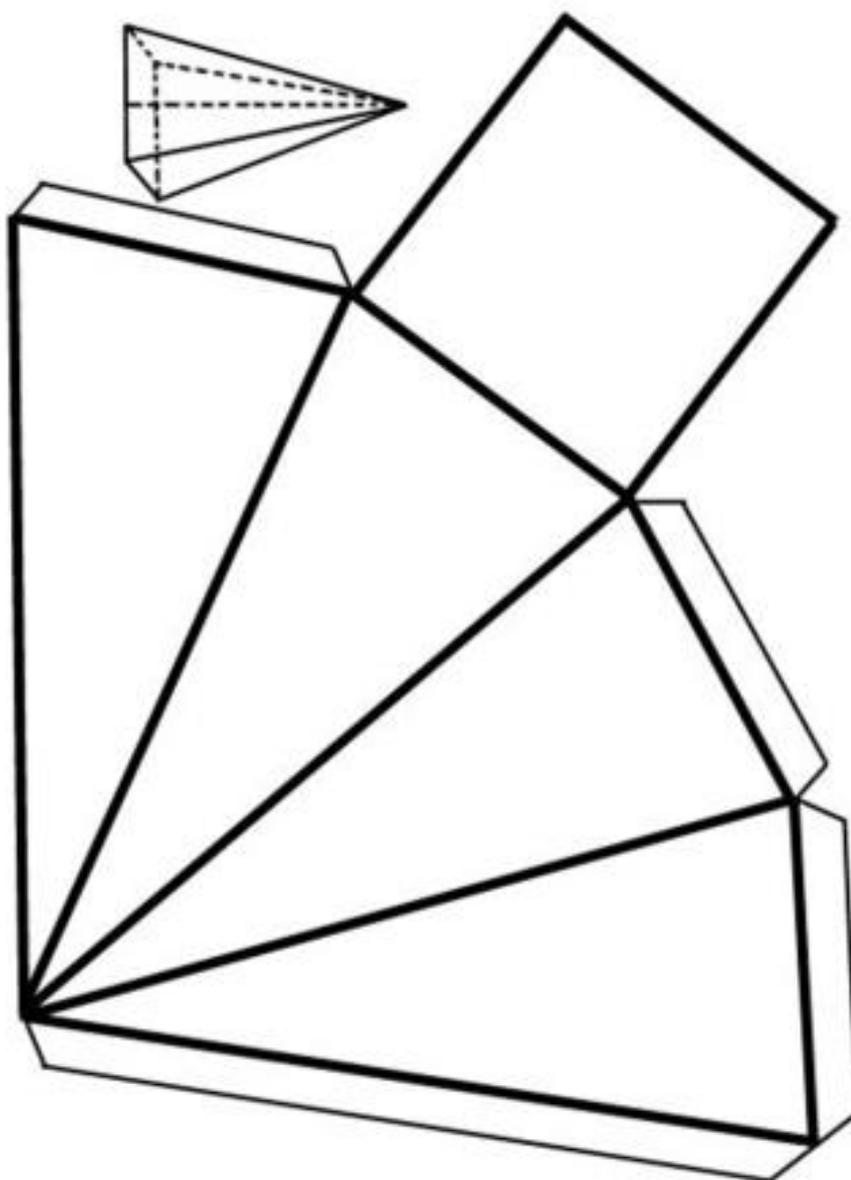
Quadrado para dobradura





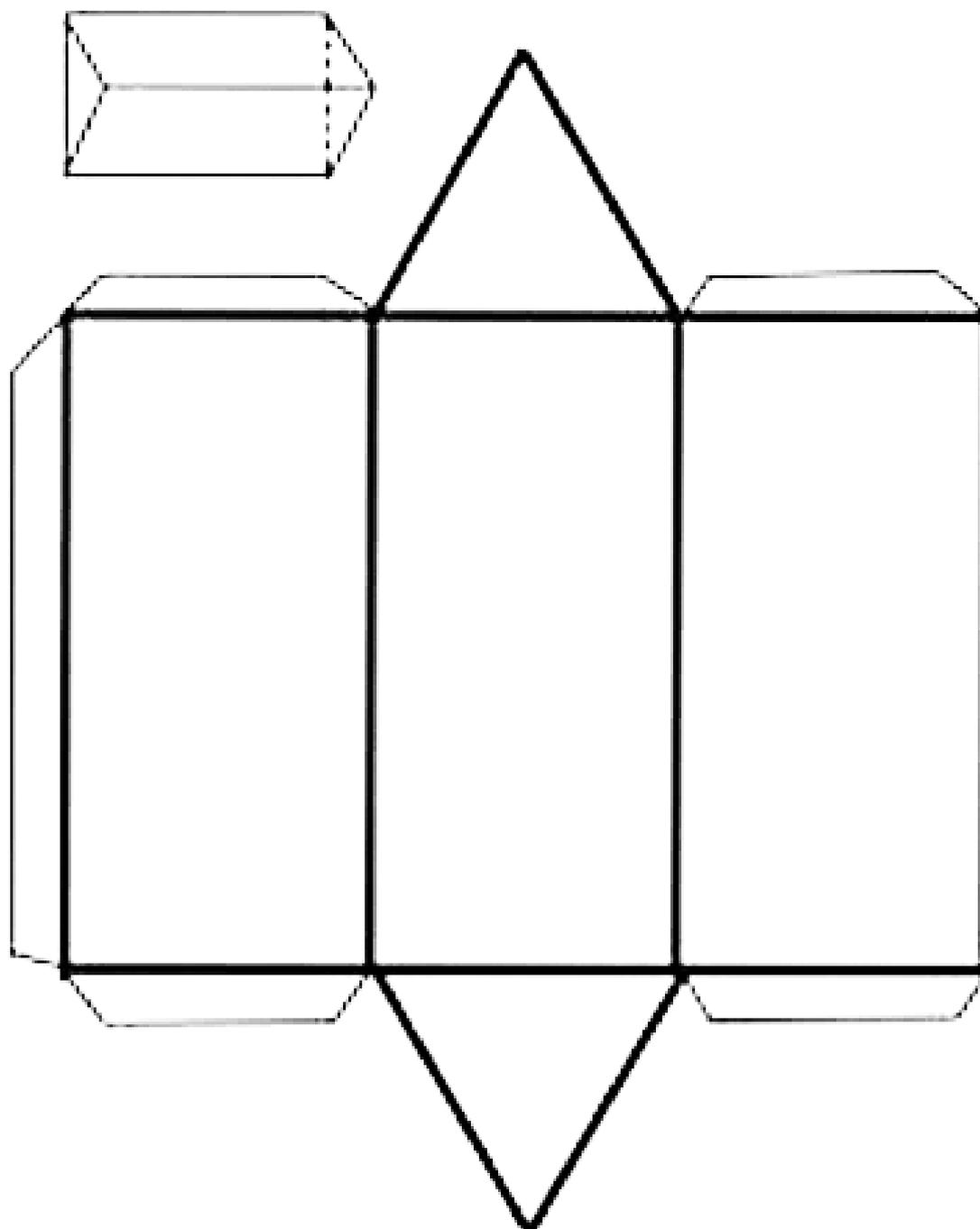
Atividade 5

Pirâmide de base quadrada



Atividade 5
Prisma triangular

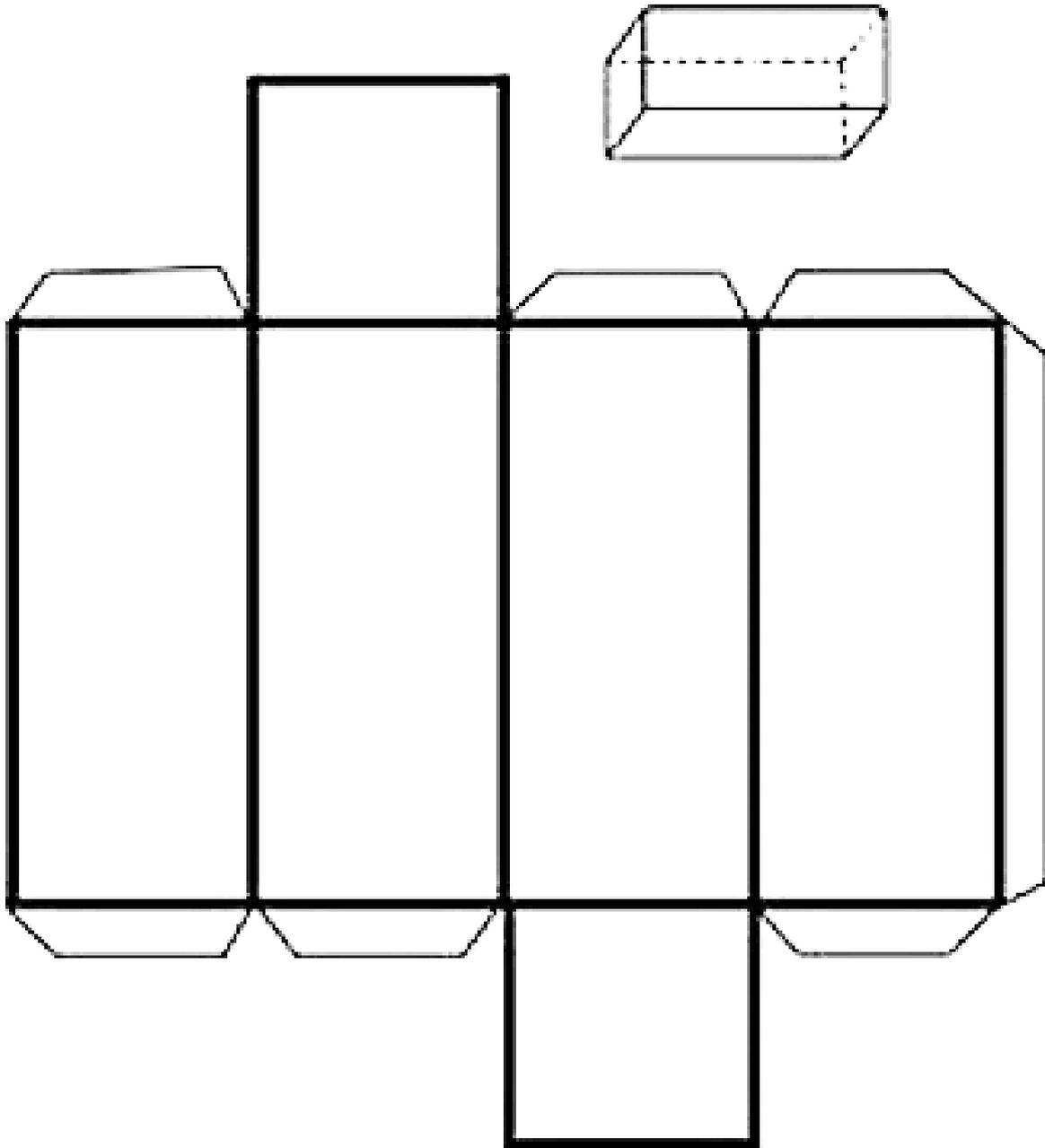
Material de Suporte





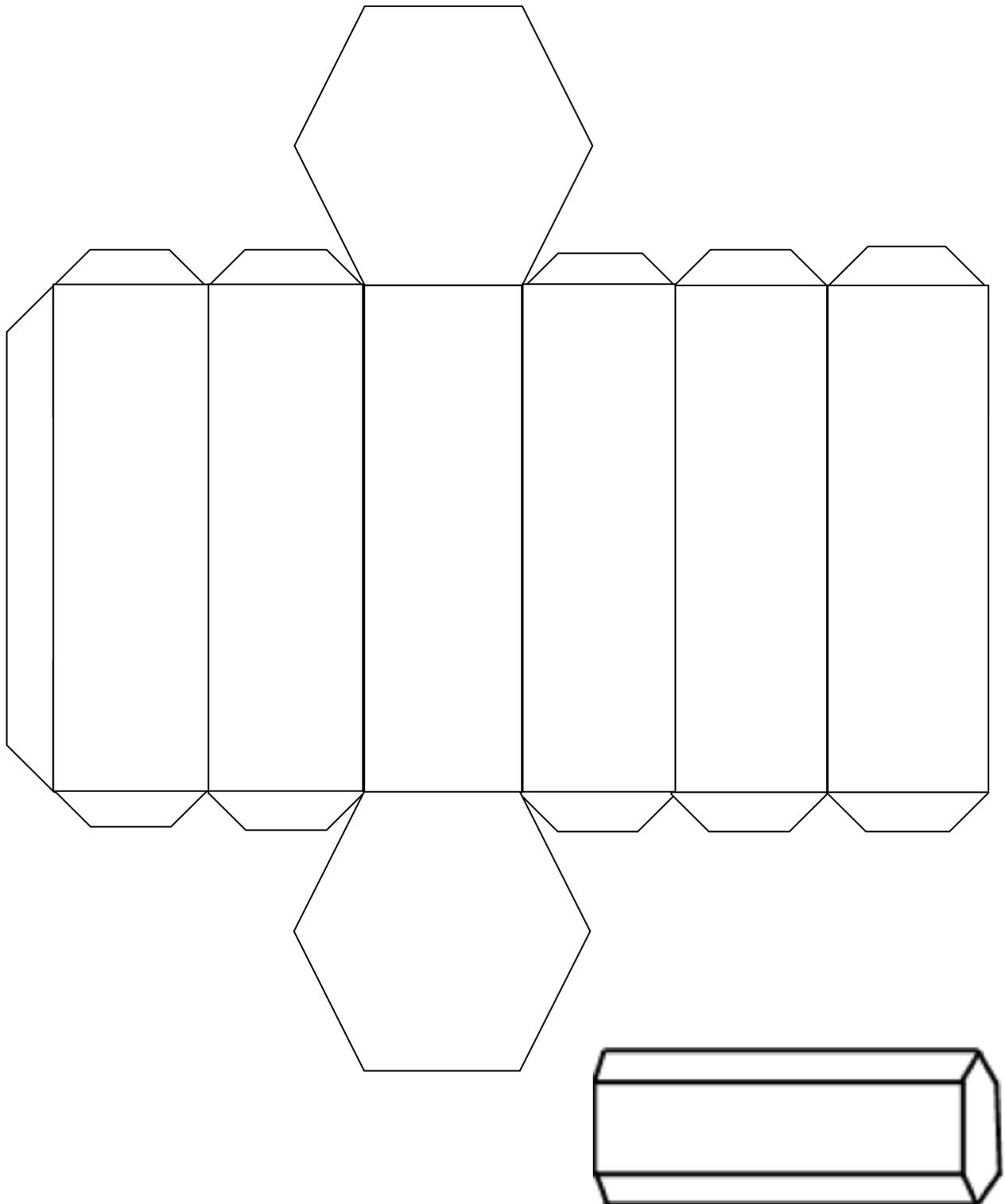
Atividade 5

Prisma Quadrangular (paralelepípedo)



Atividade 5
Prisma hexagonal

Material de Suporte

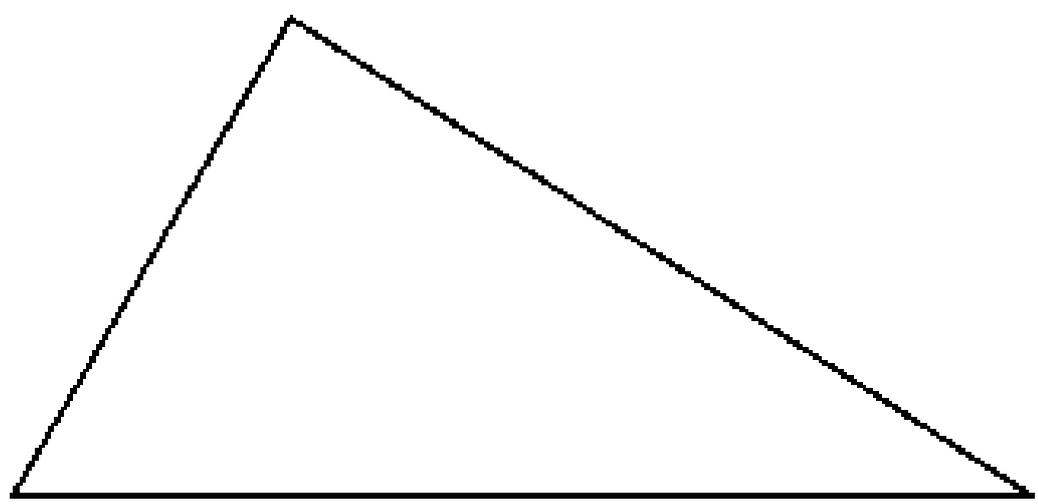
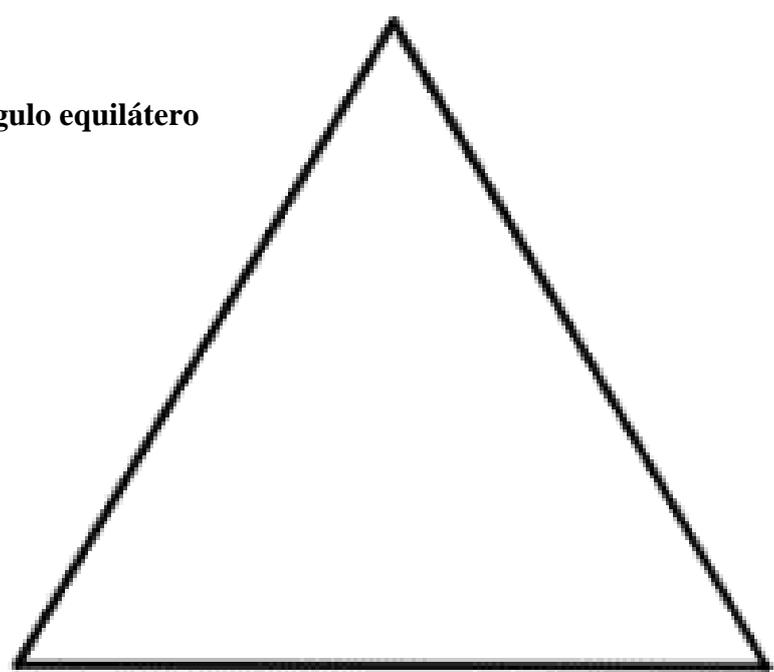


Material de Suporte

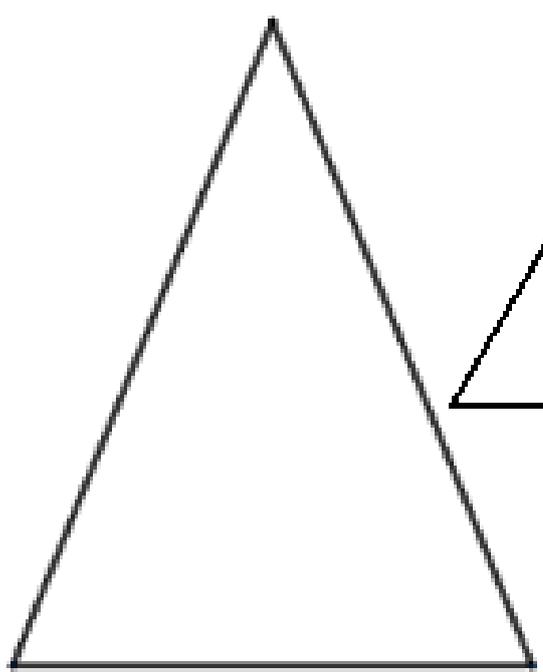


Atividade 6

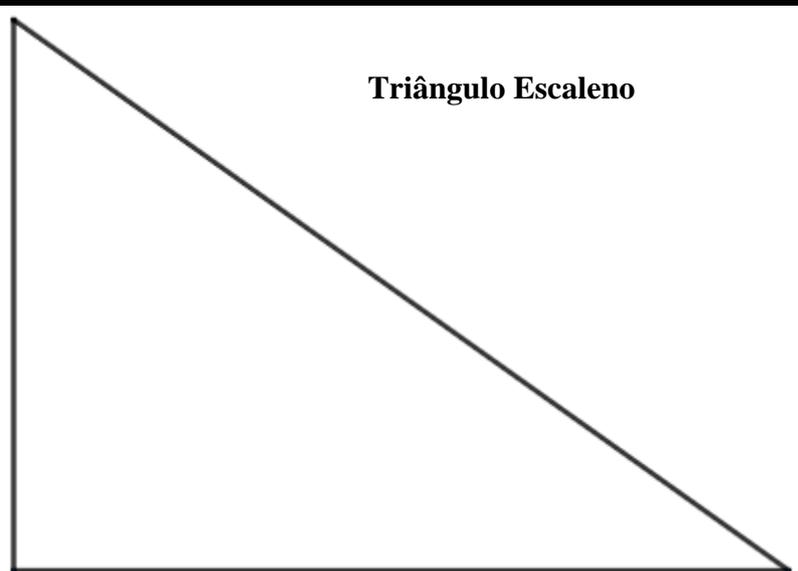
Triângulo equilátero



Triângulo Escaleno



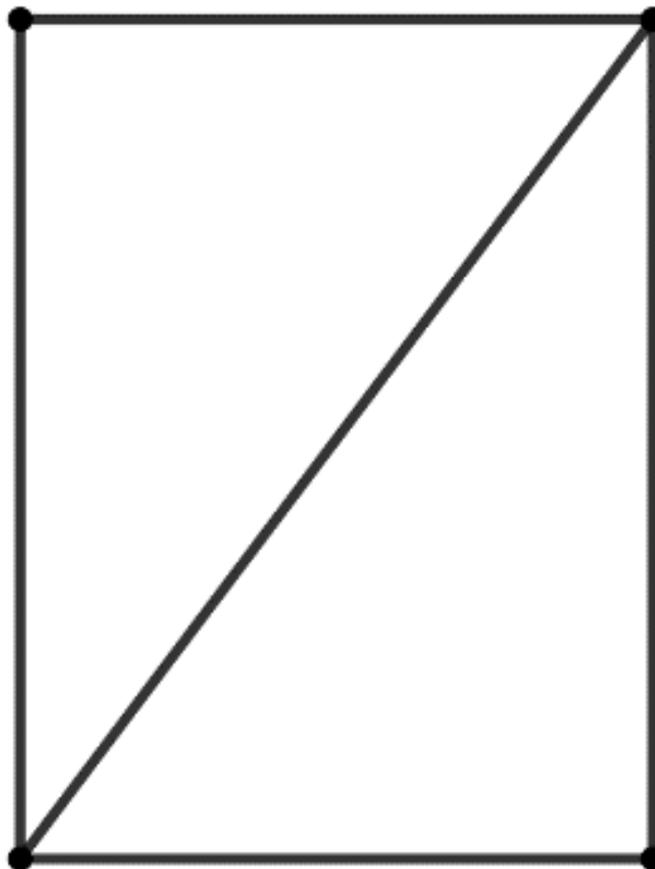
Triângulo Isósceles



Triângulo Retângulo

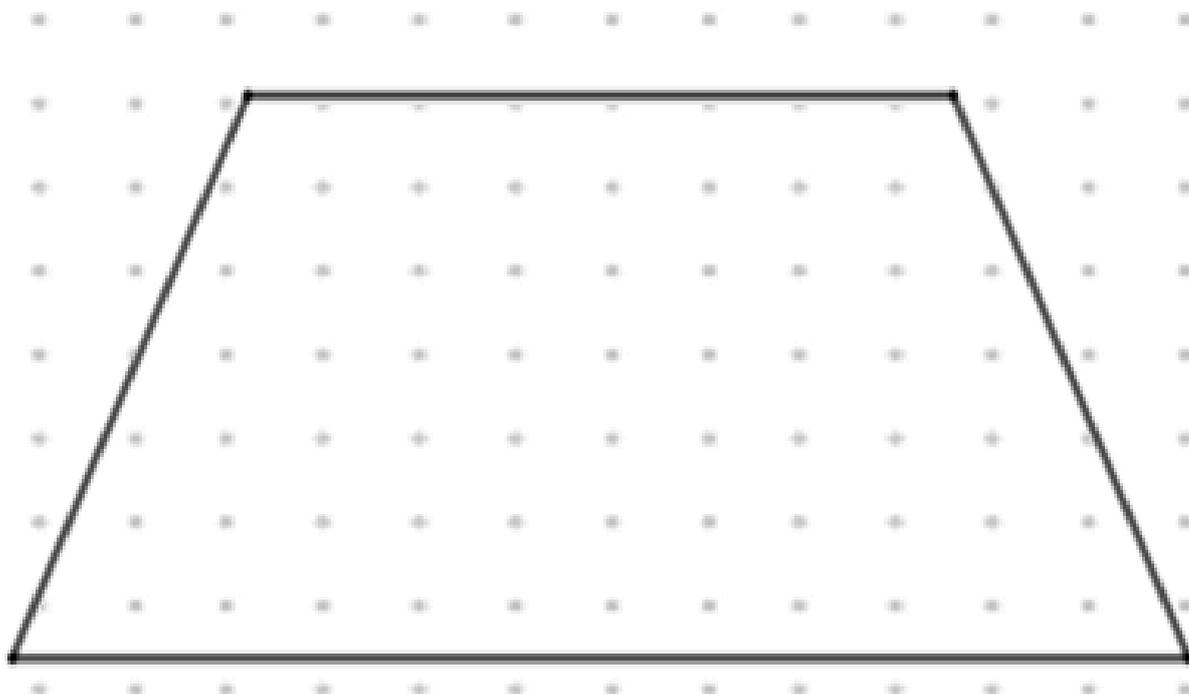


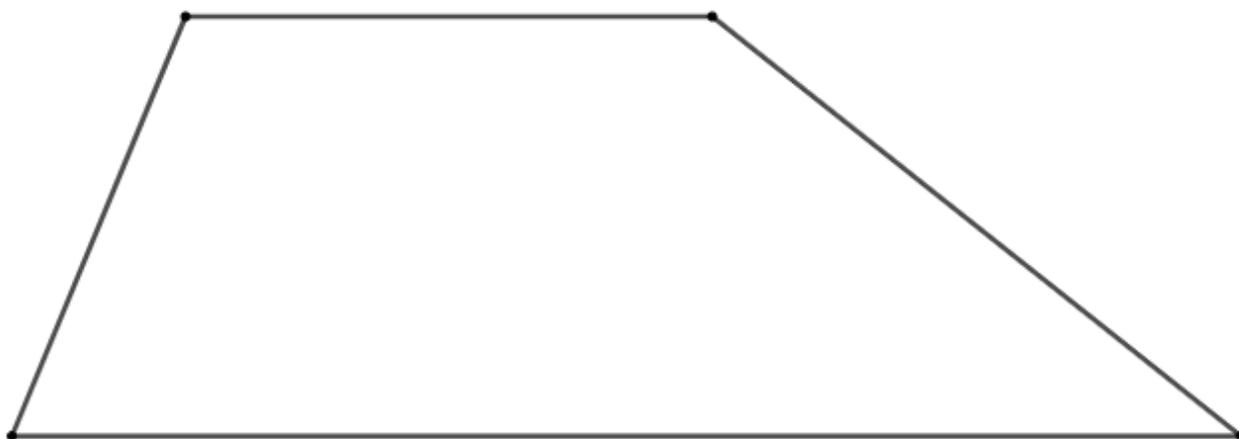
Atividade 11- c)



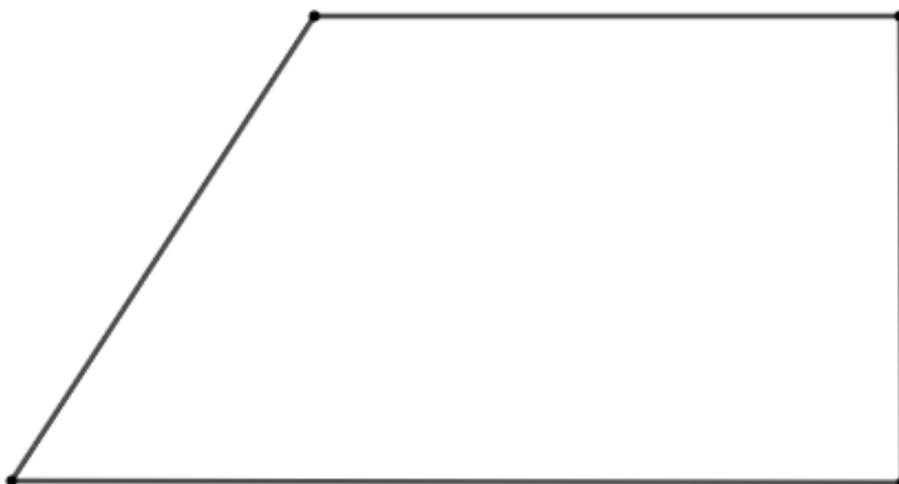
Atividade 16

(Trapézio Isósceles)





Trapézio Escaleno



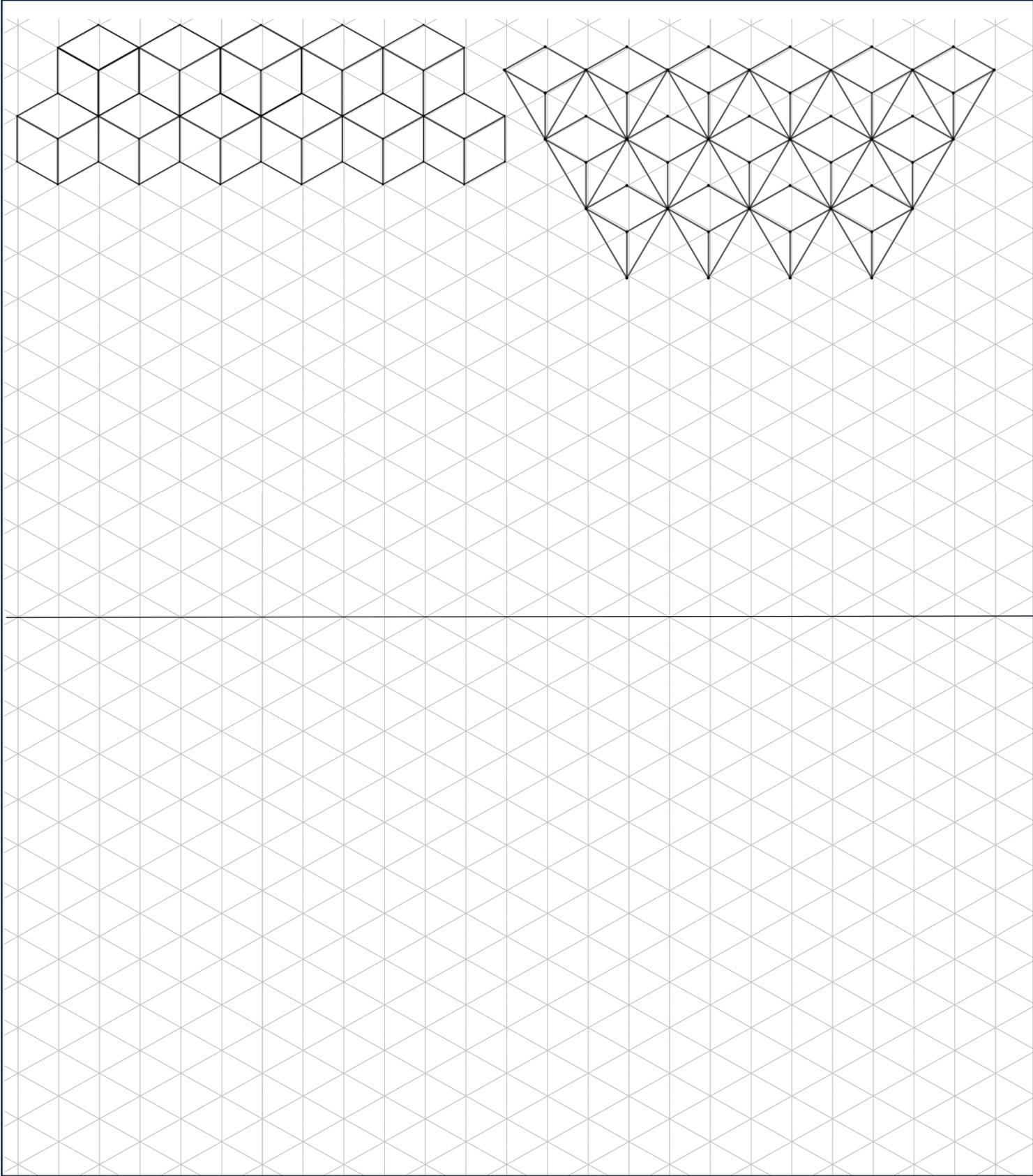
Trapézio Retângulo



Trapézio Isósceles



Atividade 19 –
Malha Triangular



Jogo de Cartas: Desafios do Radu

Para fazer a impressão do Jogo de Cartas do Radu acesse o link: <https://drive.google.com/file/d/1C5CjDoGvO90aKv4MQm7Y-U4ePJFZ18cm/view?usp=sharing>

Use o pincel!



QUADRADO



Quais figuras poderei ver se adicionar 1 segmento de reta na posição vertical?

Use o pincel!



RETÂNGULO



A partir desse retângulo, como poderia obter dois triângulos retângulos (ângulos retos 90°)?

Dica: basta adicionar 1 segmento de reta.



Quais figuras você vê? Qual sólido geométrico formaria com todas essas figuras?

Dica: este sólido terá apenas uma base.



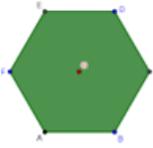
Qual figura plana poderia construir a partir dos três segmentos de reta e dos três vértices?



Quais figuras você vê? Qual o nome do sólido geométrico formado apenas por essas 4 figuras?

Dica: este sólido possui apenas uma base, observe que ela terá a mesma forma de suas faces.

Use o pincel!



Qual figura você vê? E se adicionar três segmentos de reta, ligando os vértices no ponto G, qual sólido geométrico você visualizaria?



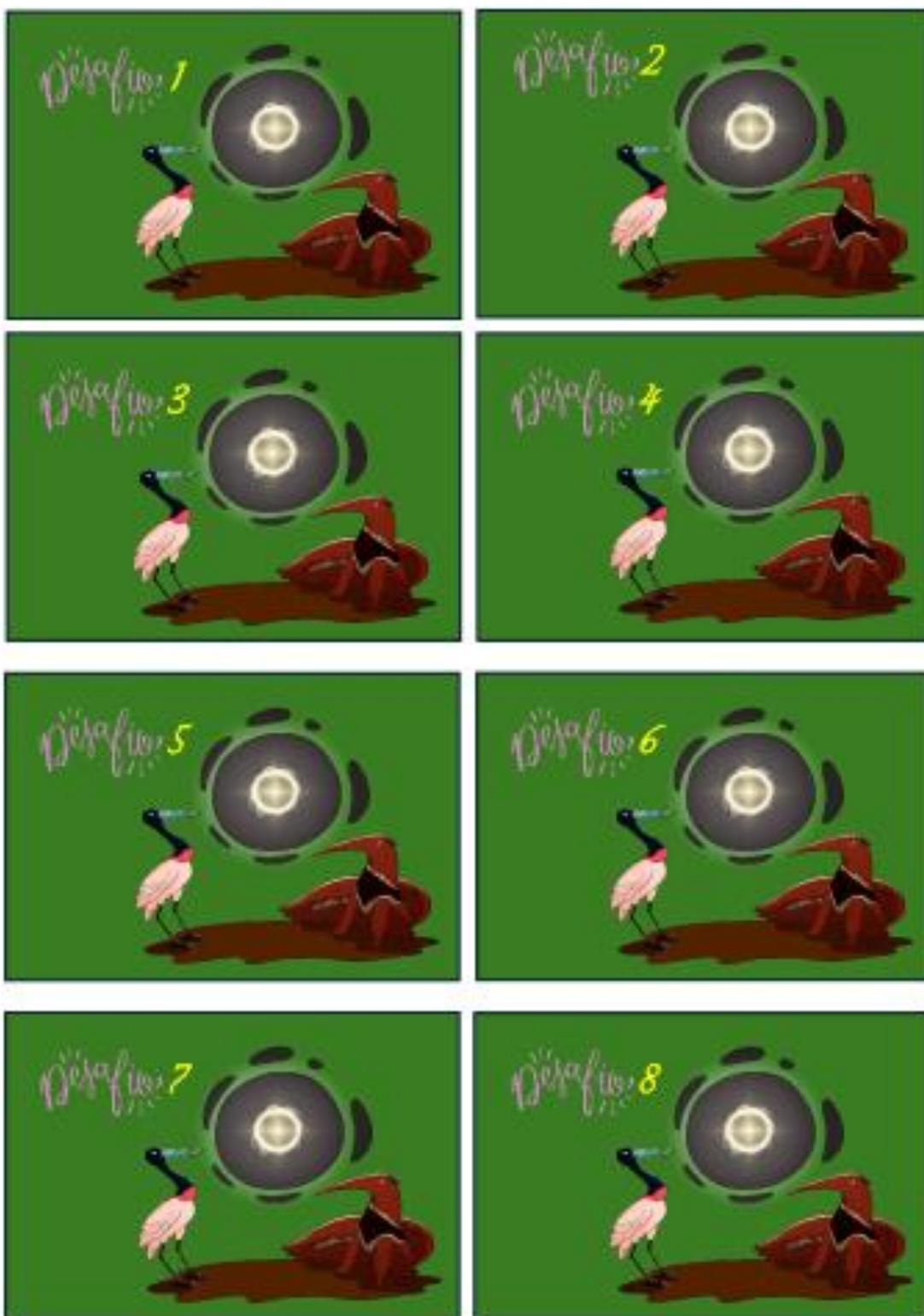
Sou um quadrilátero, portanto tenho: quatro lados, quatro vértices, quatro ângulos. Posso ser um...?



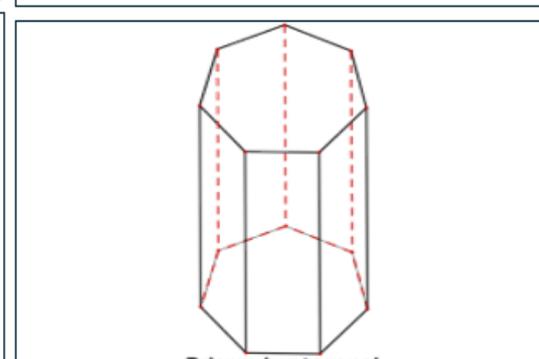
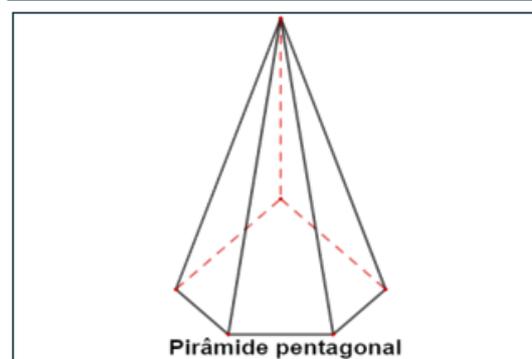
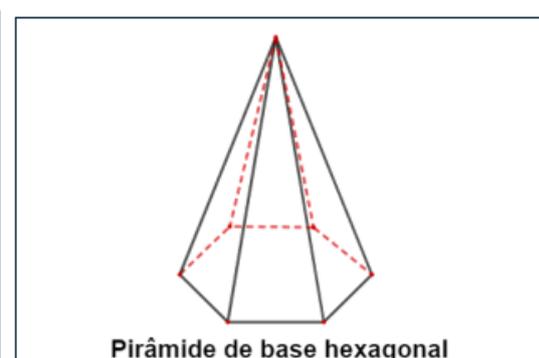
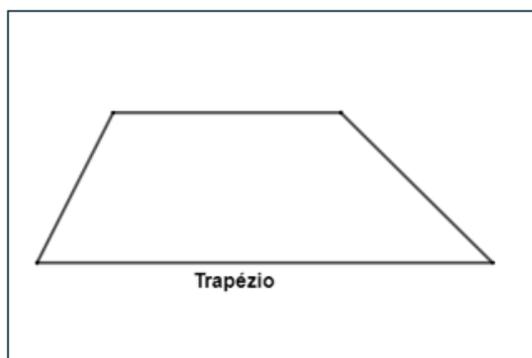
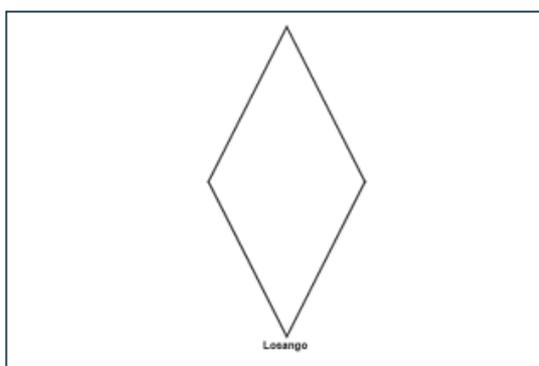
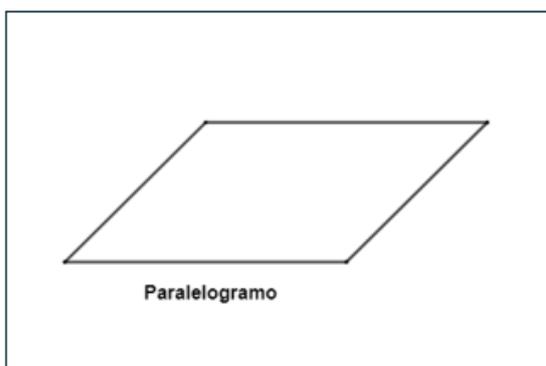
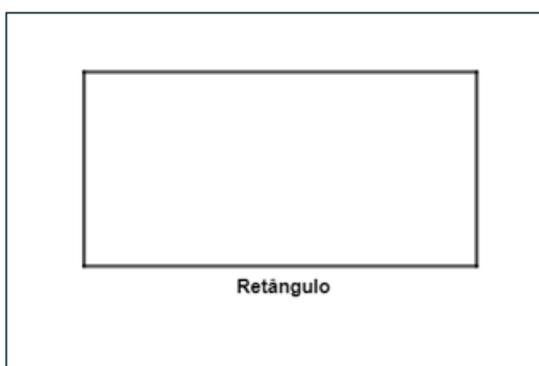
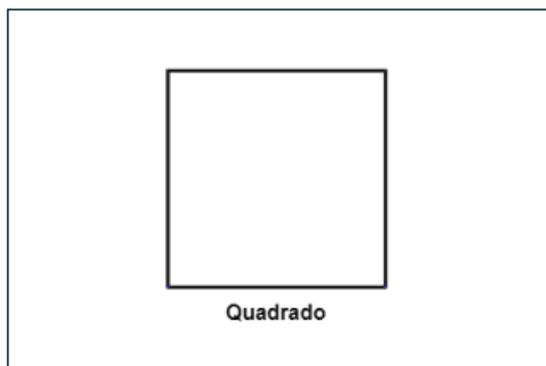
Sou um sólido geométrico e essa é minha base. Só faltam seis faces para me completar. Quem sou eu?

Dica: esse sólido possui uma única base, a forma de suas faces possui apenas três lados.

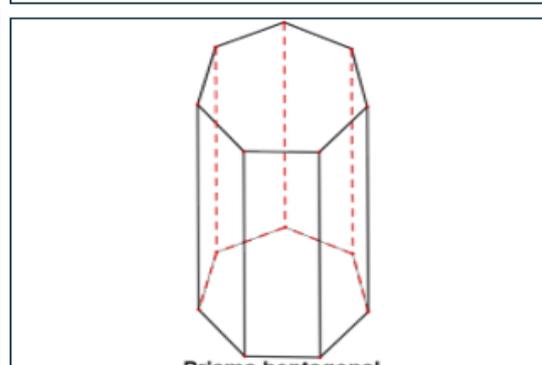
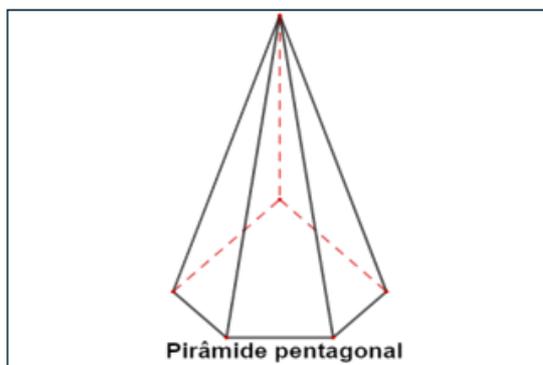
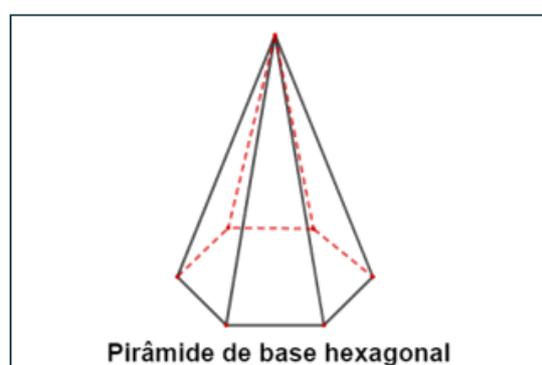
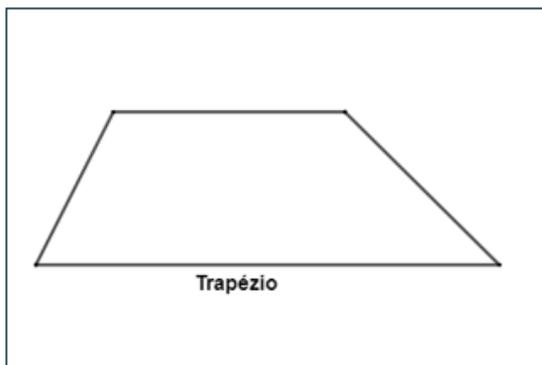
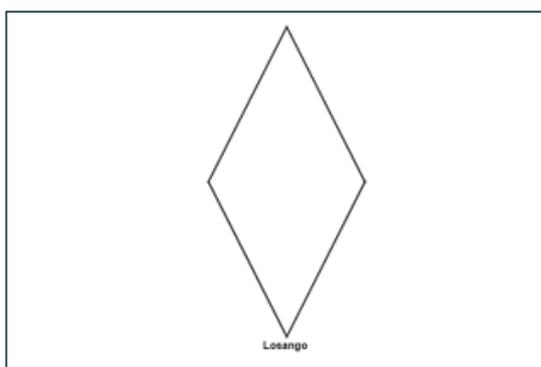
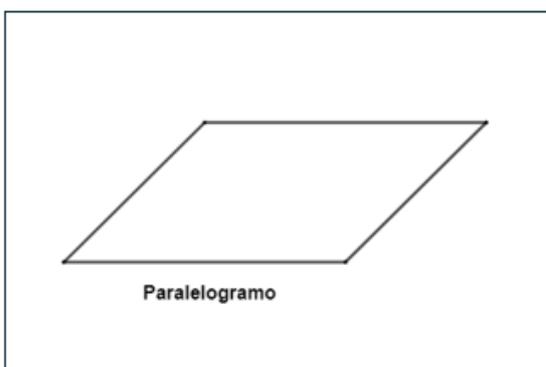
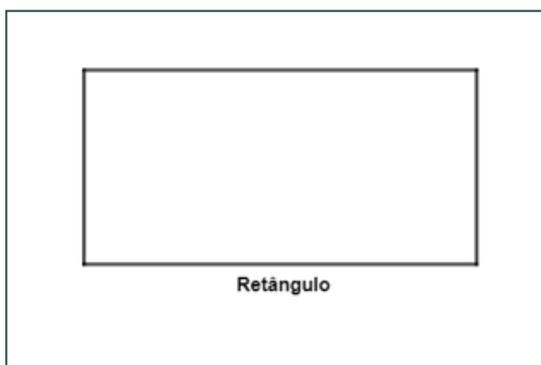
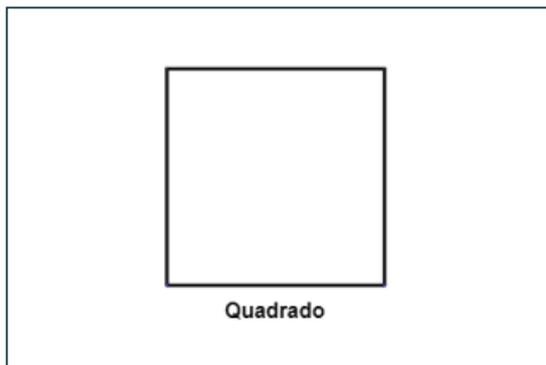
Anverso das cartas desafios



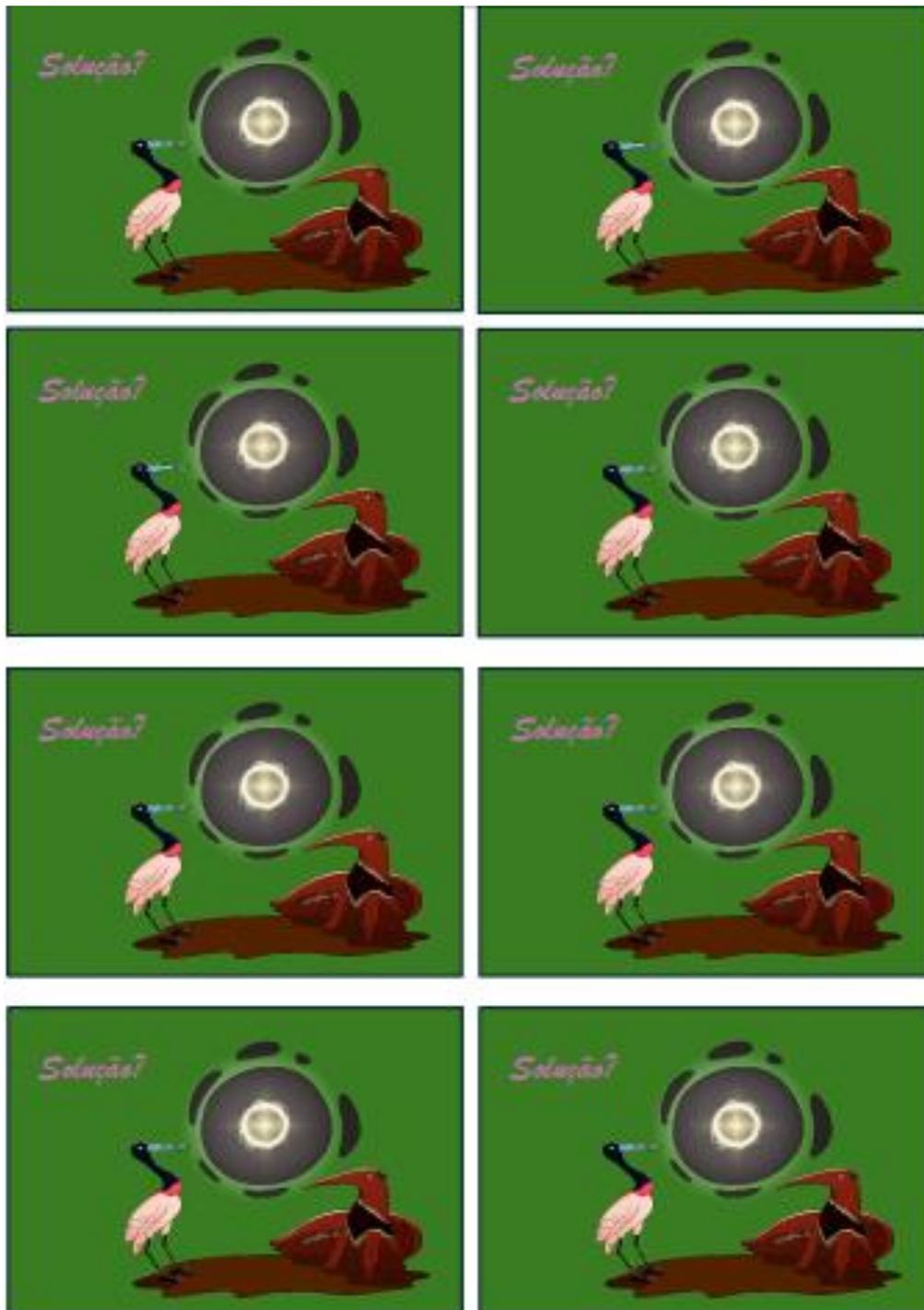
Verso das Cartas respostas

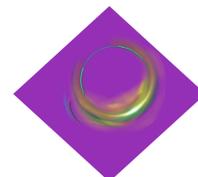


Verso das cartas resposta



Anverso das cartas resposta





REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular: Brasília, 2018.

Disponível em:

<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>

Acesso em 26 de jun., 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>.

Acesso em 26 de jun. de 2024.

DALCIN, A. Matemática, Literatura Infanto-Juvenil e teatro: alguns elos e perspectivas para o ensino. **Revista FAMOSP**. São Paulo, v. I, n. I, p. 5-27, 2004.

DUVAL, Raymond. **Rupturas e Omissões entre manipular, ver, dizer e escrever: história de uma sequência de atividades em Geometria**. In BRANDT, C. F. e MORETTI, M. T. (Org.) As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e pesquisa na Educação Matemática. Ed. Unijuí, p. 15 – 38. Ijuí, RS, 2014.

DUVAL, R.; FREITAS, J. L. M.; REZENDE, V. Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. “**Revista Paranaense de Educação Matemática**”, v, 2, p. 10-34, 2013. Disponível em:

<<https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/5946/3>>. Acesso em 27 de jun., 2024.

HILLESHEIM, S.; MORETTI, M., T. Elementos Transversais para a Aprendizagem da Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma Proposta de Currículo Possível. **Revista Eletrônica de Educação Matemática -REVEMAT**, Florianópolis, v. 15, n. 1, p. 01-20, 2020. Universidade Federal de Santa Catarina. ISSN 1981-1322. DOI:

<https://doi.org/10.5007/1981-1322.2020.e70277> Disponível em:

<<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2020.e70277>>. Acesso em 28 de jun., 2024.

TREVISAN, E. P. Apreensões, olhares e desconstrução dimensional no processo de construção de provas empíricas e teóricas. **Eventos Pedagógicos**, [S. l.], v. 13, n. 2, p. 357–381, 2022. DOI: [10.30681/rebs.v13i2.6367](https://doi.org/10.30681/rebs.v13i2.6367). Disponível em:

<https://periodicos.unemat.br/index.php/reps/article/view/6367>.. Acesso em: 28 jun. 2024.

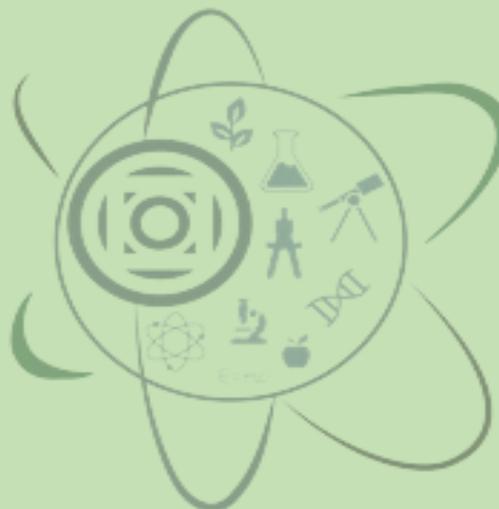
SMOLE, K. C. S. et al. **Era uma vez na Matemática**: uma conexão com literatura infantil. 6 ed. São Paulo: CAEM/MEUSP, 2007.

Universidade Federal de Mato Grosso
Campus de Sinop- MT



UFMT

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Natureza
e Matemática- Mestrado Profissional



PPGECM

Anexos**Ficha de avaliação do Produto Educacional**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
 PRÓ-REITORIA DE ENSINO DE PÓS-GRADUAÇÃO
 INSTITUTO DE CIÊNCIAS NATURAIS, HUMANAS E SOCIAIS
 Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática - PPGECM

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL (PE)

Identificação	Mestrando(a):	Regiane Ferreira da Silva Santos
	Orientador(a):	Eberson Paulo Trevisan
	Coorientador(a):	Não se aplica
Aderência	Título da Dissertação:	Aprendizagem de geometria no ensino fundamental: investigando processos de visualização por meio da elaboração de uma literatura infantil
	Área de concentração:	Ensino de Ciências da Natureza e Matemática
	Linha de Pesquisa	Ensino de Matemática
	Macroprojeto:	MPP1: Estudo e desenvolvimento de processos e produtos voltados ao ensino e aprendizagem de Ciências da Natureza e Matemática
	Nome do Produto	DESCUBRA O PODER DE RADU E UM NOVO JEITO DE VER: através do olhar, fascinantes descobertas

Detalhamento do Produto Educacional	Assinale o Tipo do Produto:	<input checked="" type="checkbox"/> PTT1 - Material didático /instrucional <input type="checkbox"/> PTT2 - Curso de formação profissional <input type="checkbox"/> PTT3 - Tecnologia social <input type="checkbox"/> PTT4 - Software/Aplicativo <input type="checkbox"/> PTT5 - Evento organizado <input type="checkbox"/> PTT6 - Relatório <input type="checkbox"/> PTT7 - Acervo <input type="checkbox"/> PTT8 - Produto de comunicação <input type="checkbox"/> PTT9 - Manual/Protocolo <input type="checkbox"/> PTT10 - Carta, mapa ou similar
	Finalidade:	Destinado aos anos iniciais e finais do ensino fundamental, este livro de Literatura Infantil, baseado na TRRS de Raymond Duval, objetiva estimular o interesse dos alunos, incentivando a formulação de hipóteses, a relação entre conceitos e o desenvolvimento de habilidades matemáticas de maneira criativa e cognitiva.

AVALIAÇÃO DO PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL (PE) APRESENTADO

<p align="center">Complexidade</p> <p>Compreende-se como uma propriedade do PE relacionada às etapas de elaboração, desenvolvimento e/ou validação do Produto Educacional.</p> <p>Obs.: Mais de um item pode ser marcado.</p>	<input checked="" type="checkbox"/> O PE é concebido a partir da observação e/ou da prática do professor e está atrelado à questão de pesquisa da dissertação. <input checked="" type="checkbox"/> A metodologia apresenta clara e objetivamente a forma de aplicação e análise do PE. <input checked="" type="checkbox"/> Há uma reflexão sobre o PE com base nos referenciais teóricos e teórico-metodológicos empregados na respectiva dissertação. <input type="checkbox"/> Há apontamentos sobre os limites de utilização do PE.
<p align="center">Impacto</p> <p>Considera-se a forma como o PE foi utilizado e/ou aplicado nos sistemas educacionais, culturais, de saúde ou outros</p>	<input type="checkbox"/> Protótipo/Piloto não utilizado no sistema relacionado à prática profissional do discente. <input checked="" type="checkbox"/> Protótipo/Piloto com aplicação no sistema educacional relacionado à prática profissional do discente.

<p>Descrição do tipo de Impacto:</p> <p>(até 270 caracteres)</p> <p>(Descrever o local onde foi desenvolvido e público-alvo e o quantitativo impactado)</p>	<p>Avaliado durante a Prática Docente Supervisionada, para produção de dados da dissertação com 27 alunos com idade entre 10, 11 e 12 anos, em uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Luiza Nunes Bezerra em Juara/MT.</p>
<p>Aplicabilidade</p> <p>Relaciona-se ao potencial de facilidade de acesso e compartilhamento que o PE possui, para que seja acessado e utilizado de forma integral e/ou parcial em diferentes sistemas.</p>	<p><input type="checkbox"/> PE tem características de aplicabilidade a partir de protótipo/piloto, mas não foi aplicado durante a pesquisa.</p> <p><input type="checkbox"/> PE tem características de aplicabilidade a partir de protótipo/piloto e foi aplicado durante a pesquisa.</p> <p><input type="checkbox"/> PE tem características de aplicabilidade, foi aplicado durante a pesquisa e tem potencial de replicabilidade.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> PE foi aplicado em diferentes ambientes/momentos e tem potencial de replicabilidade face à possibilidade de acesso e descrição.</p>
<p>Acesso</p> <p>Relaciona-se à forma de acesso ao PE.</p> <p>Obs.: Mais de um item pode ser marcado.</p>	<p><input type="checkbox"/> PE sem acesso.</p> <p><input type="checkbox"/> PE com acesso via rede fechada.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> PE com acesso público e gratuito.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> PE com acesso público e gratuito pela página do Programa.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> PE com acesso por Repositório institucional - nacional ou internacional - com acesso público e gratuito.</p>
<p>Aderência</p> <p>Compreende-se como a origem do PE, apresenta origens nas atividades oriundas das linhas e projetos de pesquisas do PPGECM.</p>	<p><input type="checkbox"/> Sem clara aderência às linhas de pesquisa ou projetos de pesquisa do PPGECM.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Com clara aderência às linhas de pesquisa ou projetos de pesquisa do PPGECM</p>
<p>Inovação</p> <p>Considera-se que o PE é/foi criado a partir de algo novo ou da reflexão e modificação de algo já existente revisitado de forma inovadora e original.</p>	<p><input checked="" type="checkbox"/> PE de alto teor inovador (desenvolvimento com base em conhecimento inédito).</p> <p><input type="checkbox"/> PE com médio teor inovador (combinação e/ou compilação de conhecimentos preestabelecidos).</p> <p><input type="checkbox"/> PE com baixo teor inovador (adaptação de conhecimento(s) existente(s)).</p>

Outros elementos

Elementos Conceituais: Os conceitos científicos utilizados no Produto Educacional estão coerentes com a proposta e literatura da área, sem erros ou contradições?

Sim Poderia ser melhorado Não se aplica

Informações Básicas: As informações básicas e procedimentos apresentados no Produto Educacional estão coerentes com a proposta, sem possíveis induções a erros e/ou contradições?

Sim Poderia ser melhorado Não se aplica

Elementos pedagógicos: A metodologia de Ensino adotada é clara e coerente com o que foi definido na dissertação?

Sim Poderia ser melhorado Não se aplica

Adequação ao público-alvo: A linguagem utilizada no Produto é adequada ao público-alvo a que se destina, quanto ao vocabulário e à clareza na apresentação dos conteúdos e na formulação das instruções?

Sim Poderia ser melhorado Não se aplica

Elemento de design: A qualidade do Produto Educacional em termos de diagramação e design contribui para sua qualidade?

Sim Poderia ser melhorado Não se aplica

Elementos de Imagem: As imagens utilizadas são relevantes e contribuem para a compreensão do Produto Educacional, têm boa qualidade e resolução adequada?

Sim Poderia ser melhorado Não se aplica

Uso de Imagens: As imagens utilizadas são referenciadas, são de domínio público e/ou possuem licença de uso adequada ao contexto educacional?

Sim Precisa adequar Não se aplica

Princípios éticos das Imagens: As imagens utilizadas respeitam os princípios éticos de pesquisa, preservando a privacidade e segurança das pessoas retratadas?

Sim Precisa adequar Não se aplica

Breve relato sobre a abrangência e/ou a replicabilidade ou outros elementos relevantes do PE: Produto Educacional aplicado em Juara/MT durante a pesquisa, porém em paralelo também já foi utilizado em escolas de Sinop/MT e Sorriso/MT. Tem grande potencial de replicabilidade em diversos contextos educacionais no âmbito nacional a partir do acesso gratuito do material.

O Produto Educacional foi considerado pela banca:

Aprovado **Aprovado com modificações** **Reprovado**

*****Este documento deve ser assinado eletronicamente pelos membros da Banca Examinadora (Presidente da banca, membro interno e membro externo)**

Data da Defesa: 08/05/2025

Referências utilizadas para elaboração desta ficha de avaliação:

FARIAS, M. F. S.; MENDONÇA, A. P. Concepção de Produtos Educacionais – para um Mestrado Profissional. e-ISBN 978-85-68504-26-0, IFAM, 2019

FREITAS, R. Produtos Educacionais na área de Ensino da CAPES: o que há além da forma? Educação Profissional e Tecnológica em Revista, [S. l.], v. 5, n. 2, p. 5–20, 2021.

FREITAS, R.; ALTOË, R. O protagonismo dos Produtos/Processos Educacionais em Dissertações de Mestrados Profissionais da Área de Ensino. Educação Profissional e Tecnológica em Revista, [S. l.], v. 7, n. 1, p. 68–93, 2023.

MENDONÇA, A. P.; RIZZATTI, I. M.; RÔÇAS, G.; FARIAS, M. S. F. de. O que contém e o que está contido em um Processo/Produto Educacional?: Reflexões sobre um conjunto de ações demandadas para Programas de Pós-Graduação na Área de Ensino. Educitec - Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico, Manaus, Brasil, v. 8, n. :, p. e211422, 2022.

RIZZATTI, I. M.; MENDONÇA, A. P.; MATTOS, F.; RÔÇAS, G. SILVA, M. A. B. V. da; CAVALCANTI, R. J. S.; OLIVEIRA, R. R. Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. ACTIO, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1-17, mai./ago. 2020.

TREVISAN A. C. R.; TREVISAN E. P. Produtos Educacionais no ensino de matemática: uma análise voltada para programas pertencentes à região da Amazônia Legal. Revista de Produtos Educacionais e Pesquisa em Ensino – REPPE, V. 8, n.1, 2024.



Documento assinado eletronicamente por **EBERSON PAULO TREVISAN, Docente da Universidade Federal de Mato Grosso**, em 14/05/2025, às 11:29, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Hercules Gimenez, Usuário Externo**, em 14/05/2025, às 13:02, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **ELIZABETH QUIRINO DE AZEVEDO, Docente da Universidade Federal de Mato Grosso**, em 14/05/2025, às 19:38, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufmt.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **7826422** e o código CRC **7D05F1BD**.